

波による水底斜面上の摩擦力に関する実験

岩 垣 雄 一*・ 裴 義 光**

1. 緒 言

波と流れの存在する海浜における砂の移動は多くの要因によって起こる複雑な現象であるが、波による漂砂量の定式化や漂砂量分布を明らかにするためには、こうした波と流れの場における漂砂の移動機構を解明しなければならない。それには、まず砂移動の外力である波浪の内部機構とくに水理量の場所的分布を知る必要があり、海浜変動の絶対量を求めるには、それらの時間的变化をも知らねばならない。

本研究は、その一過程として、波による水底斜面上の摩擦力と水粒子速度をとり上げ、それらの変化特性について、理論結果と実験結果との比較検討を行ったものである。

底面摩擦の機構を解明するためには、波動運動にともなう底面付近の流れの特性、すなわち底面に発達する境界層の解析を行わなければならない。著者らは先に、境界層外縁主流速度として、Dean が提唱した流れ関数表示による波動理論で与えられる水粒子速度を用いて、層流境界層方程式を解くことにより、境界層外縁の主流速度が任意の形で与えられる場合の底面摩擦力の理論式を誘導した¹⁾。さらに、波が斜面上を伝播するにつれて、波形が非対称になる場合の底面摩擦力の最大値の特性が、先に導いた関係によって説明できることも示した。

一方、岩垣・酒井は斜面上を進行する周期波の砕波点における水粒子速度の実験を行い、Dean の流れ関数表示による波の理論²⁾と比較したところ、両者はよく一致することを見出した³⁾。

本研究では、波により水底斜面上に作用する摩擦力の時間変化について、Dean の流れ関数理論に基づいた結果と実験結果を比較検討するとともに、摩擦力と底面の水粒子速度との関係および摩擦力の岸向き、沖向き方向の一周期における力積と沖波の性質との関係について検討を行う。

2. 波動の層流境界層理論に基づく底面摩擦力に関する理論式

(1) Dean の流れ関数理論による波の水粒子速度

Dean の流れ関数表示による理論は、波動場を

$$\phi = \left(\frac{L}{T} - U \right) z + \sum_{m=4,6,8,\dots}^{N-1} \frac{\sinh \frac{(m-2)\pi(h+z)}{L}}{L} \times \left\{ X_m \cdot \cos \frac{(m-2)\pi x}{L} + X_{m+1} \cdot \sin \frac{(m-2)\pi x}{L} \right\} \quad (1)$$

によって表現し、係数 X_m と L ないし T を、1点における波形記録から、波形の変化がないものとして、実測時間波形と理論波形の差、および水面での Bernoulli 定数の時間変動を最小とするように決定するものであり、この理論による波の水粒子速度は、底面に沿う方向の成分を U とし時間項を入れて表現すれば、

$$U = - \sum_{n=1,3,5,\dots}^{(N-3)/2} \frac{2n\pi}{L} \cosh 2n\pi \cdot \frac{h+z}{L} \times [X_{n+2} \cdot \cos n(kx - \sigma t) + X_{n+3} \cdot \sin n(kx - \sigma t)] \quad (2)$$

となる。ここに、 $n=(m-2)/2$ 、 L : 波長、 T : 周期、 h : 水深、 z : 静水面を原点とする鉛直上向きの座標、である。

(2) 主流速度が任意に変化する層流境界層内の底面摩擦力に関する理論式

主流速度が任意に変化する場合の層流境界層内の流速は、境界層外縁の主流速度として式(2)で $z=-h$ とおいて得られる関係を用い、境界層内の流速 u および w を波形勾配のオーダーの微小量でせつ動級数展開することにより、その第1近似解が次のように求められる^{1),4)}。

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_n U_{0n}(x) \zeta_0' e^{in\pi z} \\ w &= - \sum_n \frac{\partial U_{0n}}{\partial x} \zeta_0 e^{in\pi z} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} U_{0n}(x) &= -(a_n + ib_n) e^{-in\pi x} \\ a_n &= \frac{T}{H} \frac{2n\pi}{L} \cdot X_{n+2}, \quad b_n = \frac{T}{H} \frac{2n\pi}{L} \cdot X_{n+3} \\ \zeta_0' &= 1 - \exp \{ -(1+i)\sqrt{A_1} \cdot \eta \}, \quad \eta = z/\sqrt{2} \end{aligned} \right\}$$

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

** 学生会員 工修 京都大学大学院 工学研究科博士課程

$$A_1 = \frac{\sum_n i n \pi U_{0n} e^{i n \pi t}}{\sum_n U_{0n} e^{i n \pi t}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし、上式の諸量は無次元量であり、物理的意味を有するのは実数部のみである。また、このときの z は境界層用の座標軸であり、底面からの高さである。

式(3)で表わされる底面に平行な水粒子速度を次元量に変換すると、

$$u = R_0 \left[\frac{H}{T} U_0^* \left\{ 1 - \exp \left(-(1+i) \sqrt{A_1} \frac{\sqrt{R_0}}{\sqrt{2}} \frac{z}{L} \right) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。ここに、 U_0^* は式(2)を無次元化したものであり¹⁾、添字 0 は $z = -h$ すなわち底面における水理量を意味している。

底面に働く摩擦応力 τ_0 は $\tau_0 = (\partial u / \partial z)_{z=0}$ の関係から求められるので、第 1 近似解の範囲で考えると、 τ_0 は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \mu \frac{\sqrt{A_1} \sqrt{R_0}}{\sqrt{2} L} \sum_n \{ p_n \cos \theta_n + q_n \sin \theta_n \} \\ &= \mu \frac{\sqrt{A_1} \sqrt{R_0}}{\sqrt{2} L} \sum_n \sqrt{p_n^2 + q_n^2} \sin(\theta_n + \varepsilon_n) \\ &= \frac{\mu \sqrt{A_1} \sqrt{R_0}}{\sqrt{2} L^2} \sum (n \pi) \sqrt{X_{2(n+1)}^2 + X_{2(n+1)+1}^2} \\ &\quad \times \sin(\theta_n + \varepsilon_n) \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここに、

$$p_n = \frac{n \pi X_{2(n+1)}}{L}, \quad q_n = \frac{n \pi X_{2(n+1)+1}}{L},$$

$$\theta_n = n(kx - \sigma t), \quad \varepsilon_n = \tan^{-1}(p_n/q_n)$$

である。

さらに、後述する底面摩擦力測定装置の shear plate に作用する圧力勾配は、線型理論におけるやり方と同じ方法で計算し、圧力勾配による補正係数を求めた。すなわち、単位面積当りの摩擦力と圧力勾配による力の合計 F は、shear plate の厚さを d として、

$$\begin{aligned} F &= \frac{\mu \sqrt{A_1} \sqrt{R_0}}{\sqrt{2} L} \sum_n \sqrt{p_n^2 + q_n^2} \sin(\theta_n + \varepsilon_n) \\ &\quad + \frac{\rho d \sigma}{2} \sum_n \sqrt{p_n^2 + q_n^2} \sin(\theta_n + \varepsilon_n^{-1}) \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

で表わされるので、式(6)および式(7)を用いれば各位相について、 τ_0/F が求められる。したがって、実際に測定される単位面積当りの底面に平行に作用する力 F に、各位相における補正係数を乗じて、求めようとする摩擦力 τ_0 を評価した。

3. 実験装置および実験方法

(1) 実験装置

実験は、長さ 27 m、幅 50 cm、深さ 75 cm の両面ガラス張り水槽を用い、この水槽の一端に設置した油圧式

ピストン型造波機によって波を起こし、水槽の中央部に 1/10 および 1/30 の斜面を取付け、一様水深部と斜面上の測定点に抵抗線式波高計を設置した。一様水深部の長さは斜面勾配 1/10 の場合は 7 m、1/30 の場合は 5 m である。shear の測定は、すでに前報¹⁾で述べたものと同一の装置を用いたので詳細は省略するが、岩垣・土屋ら²⁾の用いたのと同じタイプの装置である。

(2) 実験方法

実験は規則波を用いて行ったが、波高は測定点での記録の変動が比較的少ないと考えられる部分の記録を採用し、摩擦力は採用した波高記録に対応する部分の時間記録を読みとった。また、流れ関数表示による波の理論を用いるので、摩擦力の時間記録に対応する水位の時間記録の 1 周期を 15 等分割して、その静水位からの変位量を読みとった。

力学的特性量として、底面の水粒子速度、底面に作用する摩擦力および摩擦力の力積を取りあげたのであるが、底面の水粒子速度は流れ関数理論により評価し、底面に作用する摩擦力は実測記録に補正係数を乗じて算定し、摩擦力の力積は採用した波高記録に対応する shear の時間変化の面積を算定することにより評価した。

実験に用いた波の特性と水深をそれぞれ表—1 および表—2 に示す。ただし、添字は一様水深部における量を表わしている。

表—1 実験条件 (斜面勾配 1/10)

T (sec)	H_0 (cm)	h_0 (cm)	h (cm)
1.25	1.78-6.64	42.0	22.0
1.00	2.22-6.42		
0.83	1.76-7.28	26.5	6.5

表—2 実験条件 (斜面勾配 1/30)

T (sec)	H_0 (cm)	h_0 (cm)	h (cm)
1.25	1.00-3.86	37.8	24.5
1.00	1.16-6.48		
0.83	1.08-6.80	19.1	5.8

4. 実験結果および考察

底面の水粒子速度 u_0 は、流れ関数理論にしたがい、式(2)において $z = -h$ を代入して得られる値 U_0 であり、水位変動を与えることによって定まる $X_{2(n+1)}$ などの定数や波長 L を用いて次の関係から求めた。

$$u_0 = - \sum_{n=1,2,3,\dots}^{(N-3)/2} \frac{2n\pi}{L} [X_{2(n+1)} \cdot \cos n(kx - \sigma t) + X_{2(n+1)+1} \cdot \sin n(kx - \sigma t)] \quad \dots\dots\dots (8)$$

また、摩擦力の力積は岸方向、沖方向に分けて算定し、それぞれ I_f 、 I_b で表わす。すなわち、底面の摩擦力を $\tau_0(t)$ とすると、

$$I_f = \int_0^{t_1} \tau_0 dt, \quad I_b = \int_{t_1}^{T_1} \tau_0 dt \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。ただし、 t_1 は shear が記録紙上で零線を切る時間であり、 T_1 は shear の記録の周期である。

(1) 水位変動、底面水粒子速度および摩擦力の検討

図-1 (a), (b) は摩擦力と圧力勾配の合計 F の無次元量と摩擦力の無次元量の変化を、図-2, 図-3 は水位変動の無次元量と底面水粒子速度の無次元量をあわ

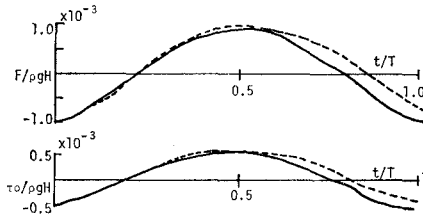


図-1 (a) $F/\rho g H$ と $\tau_0/\rho g H$
($T=0.83$ sec, $h/L_0=0.165$,
 $H_0/L_0=0.072$, 斜面勾配 1/10)

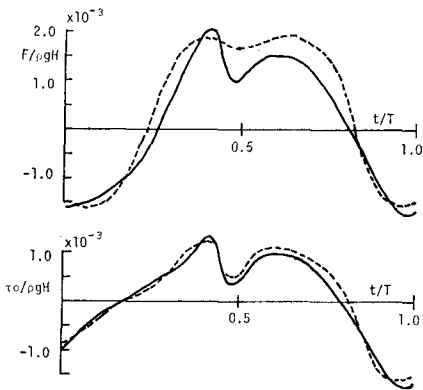


図-1 (b) $F/\rho g H$ と $\tau_0/\rho g H$
($T=0.83$ sec, $h/L_0=0.081$,
 $H_0/L_0=0.046$, 斜面勾配 1/30)

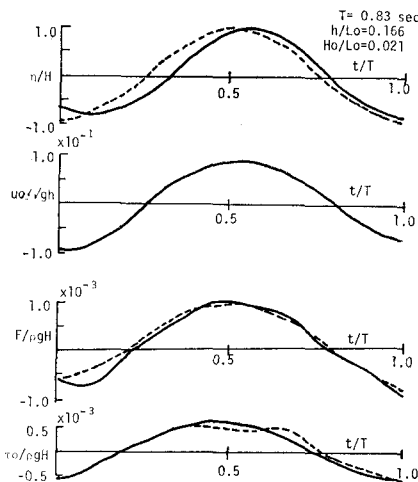


図-2 (a) 水位変動、底面水粒子速度および摩擦力 (斜面勾配 1/10)

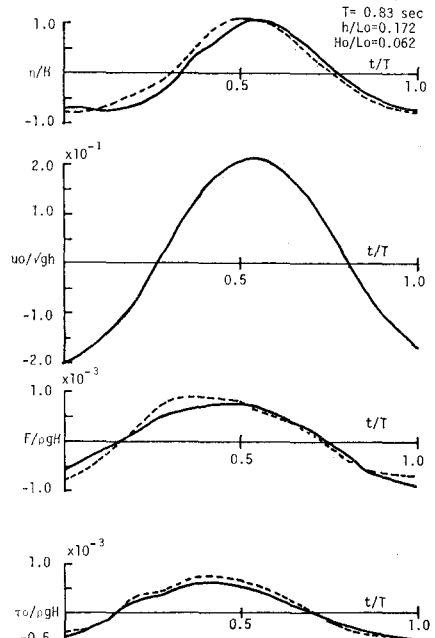


図-2 (b) 水位変動、底面水粒子速度および摩擦力 (斜面勾配 1/30)

せて示しており、図-2 (a), (b) は水深波長比がほぼ同じで波形勾配が異なる場合を、図-3 (a), (b) は図-2 に比べて水深波長比が小さい場合を例としてそれぞれ示してある。水面変動から求められる摩擦力の理論曲線と実験値とは、いずれの場合もかなりよく一致している。

これらの図における位相関係は一般に理論式によって求められるが、とくに水位の変動と水粒子速度については、式(2)における関係を用いることにより、波の峰が通過するときの $z=-h$ の水粒子速度が最大となるように波の峰の位相と水粒子速度の位相を対応させた。

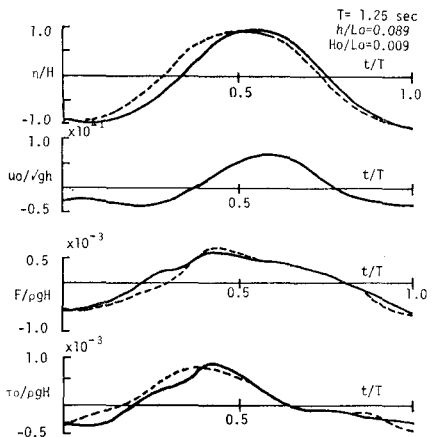


図-3 (a) 水位変動、底面水粒子速度および摩擦力 (斜面勾配 1/30)

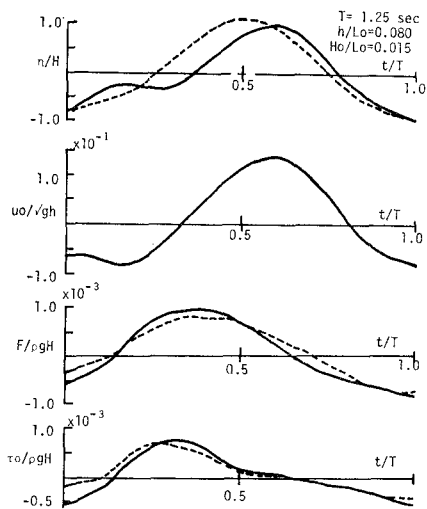


図-3 (b) 水位変動、底面水粒子速度および摩擦力 (斜面勾配 1/30)

(2) 摩擦力の力積と沖波の性質との関係

図-4 (a), (b) は斜面勾配が 1/10 の場合と 1/30 の場合について、沖波波形勾配 H_0/L_0 をパラメータとして摩擦力の力積と水深波長比 h/L_0 との関係を示したものである。これらのパラメータによる検討は、測点を多くして、異なる性質を有する波について検討すれば、砂の移動と関連したある程度の知見を得ることが可能と考えられるが、今回行った実験結果に関して言えることは、斜面勾配が 1/10 の場合は、一般的にはいたるところで離岸方向の力積が大きい、 $H_0/L_0 < 0.02$ の場合には $h/L_0 < 0.08$ の場所 toward 岸方向が卓越し始めることが見

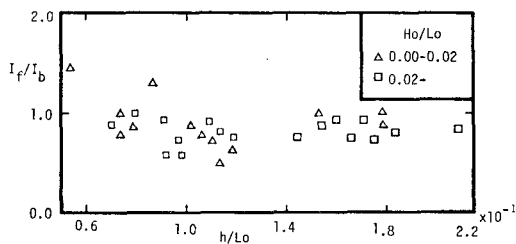


図-4 (a) 摩擦力の力積と波形勾配、水深波長比との関係 (斜面勾配 1/10)

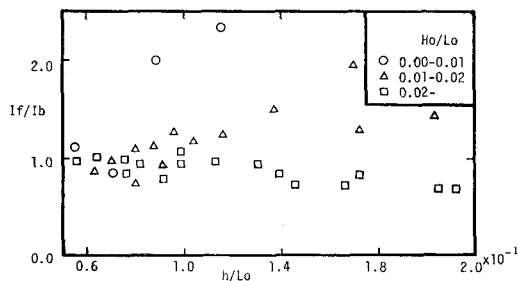


図-4 (b) 摩擦力の力積と波形勾配、水深波長比との関係 (斜面勾配 1/30)

出される。一方、斜面勾配が 1/30 の場合には、 H_0/L_0 が 0.02 より小さい場合と大きい場合とで明らかに異なる傾向を示している。すなわち、 $H_0/L_0 < 0.02$ の場合は、向岸方向の摩擦力の力積が離岸方向のそれよりも大きくなり、とくに H_0/L_0 が非常に小さい場合には、その傾向が顕著である。また、 $H_0/L_0 > 0.02$ の場合は、前者と逆の傾向を示すことがわかる。しかし、いずれの波形勾配のときでも、 h/L_0 が小さくなると I_f/I_b が 1.0 に近づくことは興味深い。

5. 結 言

波による水底斜面上の摩擦力の測定を行い、その結果を Dean の流れ関数表示による波の理論から得られる水粒子速度を境界層外縁の主流速度として与えた場合の層流境界層内の底面摩擦力の理論値と比較検討し、さらに摩擦力の力積を沖波波形勾配と水深波長比との関係から検討した結果、次のことが見出された。

1) 境界層外縁の主流速度が任意の形で与えられる場合の層流境界層方程式から導かれる底面摩擦力の理論値は、水底斜面上において行った実験結果をよく説明することができる。

2) 漂砂の移動と関係があると考えられる摩擦力の力積について検討した結果、沖波波形勾配と水底斜面勾配によって傾向がかなり異なる非常に興味深い結果を得た。今後は、底面付近の水粒子速度場に関する詳細な実験を積み重ねることにより、水面波形と底面の水粒子速度および摩擦力の相互の位相関係など、固定床における残された問題点を検討していくとともに、摩擦力と漂砂の関係など、移動床における波動と漂砂の基本的な問題を明らかにしていく必要があると思われる。

最後に、実験ならびに実験結果の整理に際して協力して頂いた当時学部学生の裾本龍雄君(現川崎重工業 K K) に謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) 岩垣雄一・裴 義光：波により水底斜面上に作用する摩擦力について，第 24 回海岸工学講演会論文集，pp. 137-141, 1977.
- 2) Dean, R. G.: Stream function representation of non-linear ocean waves, Jour. Geophys. Res., Vol. 70, No. 18, pp. 4561-4572, 1965.
- 3) 岩垣雄一・酒井哲郎：Stream function theory による斜面上の碎波の水粒子速度の表現について，第 21 回海岸工学講演会論文集，pp. 27-32, 1974.
- 4) Schlichting, H.: Boundary layer theory, MacGraw-Hill, 1968.
- 5) 岩垣雄一・土屋義人・坂井順行・陳 活雄：海底摩擦による波高減衰機構に関する研究—層流境界層の場合—，京大防災研究所年報第 9 号，pp. 647-665, 1966.