

# 波浪水槽中における進行波による単一粒子の 残留速度に関する研究

平 山 秀 夫\*

## 1. 緒 論

波による質量輸送の問題は、海浜流系の機構や漂砂の動態を究明する上で、最も基本的課題であって、これまでも、Stokes<sup>1)</sup>をはじめ、Longuet-Higgins<sup>2)</sup>, Russell & Osorio<sup>3)</sup>, Ünlüata & Mei<sup>4)</sup>, Huang<sup>5)</sup>, Sleath<sup>6)</sup>, 土屋・岡村<sup>7)</sup>および Liu<sup>8)</sup>などの多くの研究者によって理論と実験の両面からかなりの研究がなされてきている。中でもことに、Longuet-Higginsの研究は、粘性を考慮することによって、底面近傍における前進する質量輸送を理論的に説明するなど、その知見は、その後のこの方面の研究に先駆的役割を果たしてきたことは周知のとおりであるが、解の適用限界や境界層内に発生する渦度の拡散の程度と質量輸送速度の分布特性との関連性などに関しては、議論すべき余地が多く、未だ、実験的にも十分な検討がなされているとは言い難い。すなわち、普通の水槽内での実験条件下では、ほとんど  $H \ll \delta$  ( $H$ : 波高,  $\delta$ : 境界層厚) という仮定は満足されないであろうし、あるいはまた、境界層内に発生する渦度の拡散の程度に応じて、実験の初期段階では、運動が非回転である Stokes の解<sup>1)</sup>が、一方、渦度が十分拡散した最終的狀態では Conduction solution<sup>2)</sup>の結果が実験値に適合してくるようになるという指摘に関しても、未だ十分な実験的検証はなされていないようである。

一方、土屋・岡村<sup>7)</sup>は、このような問題点に着目する一方、非回転非粘性の波動の場合における質量輸送速度を、従来不統一である有限振幅波理論における波速の定義の問題を踏まえて論じ、少なくとも Stokes 波の適用限界内では、波速の第2定義に基づく質量輸送速度は、波速の第1定義に基づく結果に比して実験値をかなりよく説明できることを示した。その後、著者は、沈降速度を有する単一粒子の挙動を通して、それによる付加残留速度の出現を提示するとともに、その付加残留速度を考慮することによって、波速の第2定義に基づく結果が、単一粒子の残留速度の実験値をより一層説明できることを示したが、造波してから測定開始するまでの時間経過などの実験条件の違いなどによって、両者かなりの差異が

あることなども若干の実験例で指摘し、いわゆる渦度の拡散が質量輸送速度の分布にかなり影響していることを示唆した<sup>9)</sup>。

本研究では、このような観点から、前報<sup>9)</sup>に引き続いて進行波動中における単一粒子の残留速度の特性を、主として実験的に検討しようとするもので、ここではまず最初に、このような実験条件の相違によってどの程度単一粒子の残留速度に差異が生じてくるかを実験的に究明するとともに、本実験のように端部を有する、いわゆる普通的水槽内では、どのような理論が実験値に最もよく適合するかなどについても議論する。次いで、従来ほとんど論じられていない鉛直方向の残留速度の分布特性についても若干の検討を加えるとともに、水平および鉛直残留速度の実験値の分散特性から、従来示した方法<sup>10)</sup>に基づいて拡散係数を推定し、その鉛直分布特性やオーダーなどについても詳しく調べ、これまでの重複波動中の場合の結果と比較検討を行う。このようにして、進行波動中に内在する疑似乱れ効果を、単一粒子の挙動を通して定量的に把握しようとするものである。

## 2. 実験装置・実験方法・解析方法

実験は、前報<sup>9)</sup>の場合と全く同様に、水槽端部に消波工を設置した長さ 21 m, 幅 70 cm, 高さ 1 m の片面ガラス張り水槽を用いて行った。

実験の方法は、造波してから波高がほぼ定常状態になる 7 波後と 100 波後の場合に分けて、水表面の波峰の位置から単一粒子 (粒径 2.0 mm, 沈降速度 2.5 cm/sec) を水中に投入し、その挙動をストロボを照射して写真撮影を行った。実験条件は表-1に示すとおり、水深  $h=49.5$  cm で、周期  $T=1.0, 1.5, 2.0$  sec の各場合について波高を 5~15 cm の間で適当に変化させ、かつ測定位置も水面から鉛直方向に約 10 cm の間隔で 3 カ所変化させた。また、底面には、滑面として 30 cm×50 cm の鏡面を使用し、この鏡面を用いて単一粒子が同一鉛直面内で運動しているかどうかを調べ、この面からはずれた場合には、解析の対象としなかった。実験で得られたストロボ写真の実例を写真-1に示す。

解析の方法は、このようにして得られたネガフィルム

\* 正会員 工博 大阪府立工業高等専門学校助教

表-1 実験条件

| 水深<br>$h$<br>(cm) | 周期<br>$T$<br>(sec) | 波高<br>$H$<br>(cm) | 沈降速度<br>$w_f$<br>(cm/sec) | 比水深<br>$h/L$ | 波形勾配<br>$H/L$ | $T\sqrt{g/h}$ |
|-------------------|--------------------|-------------------|---------------------------|--------------|---------------|---------------|
| 49.5              | 1.0                | 10.0              | 2.51                      | 0.33         | 0.07          | 4.5           |
|                   |                    | 15.0              | 2.58                      |              | 0.10          |               |
|                   | 1.5                | 5.0               | 2.51                      | 0.18         | 0.02          | 6.7           |
|                   |                    | 8.0               | 2.52                      |              | 0.03          |               |
|                   |                    | 10.0              | 2.52                      |              | 0.04          |               |
|                   |                    | 2.0               | 5.0                       |              | 0.01          |               |
|                   | 2.0                | 5.0               | 2.57                      | 0.12         | 0.01          | 8.9           |
|                   |                    |                   |                           |              |               |               |

から、フィルムモーションアナライザーを用いて単一粒子の速度が  $u=0, w=w_{\max}$  と考えられる位置を1周期ごとに読み取り、これらの位置の座標を用いて、単一粒子の残留速度を算定した。すなわち、読み取り開始点の単一粒子の位置  $(x_0, z_0)$  とその位置から1周期後における位置  $(x_1, z_1)$  とすれば、単一粒子の水平および鉛直方向の残留速度  $\bar{U}, \bar{W}$  は、 $\bar{U}=(x_1-x_0)/T$  および  $\bar{W}=(z_1-z_0)/T$  として求められる。

なお、実験結果の読み取り誤差は、照射周期によって異なり、0.075 sec および 0.6 sec の照射周期の場合、それぞれほぼ 0.07 cm/sec および 0.01 cm/sec 程度である。また、単一粒子が運動する面と直角方向に  $\pm 1$  cm 移動した場合にもほぼ同程度の誤差が生じる。

### 3. 実験結果および考察

#### (1) 単一粒子の沈降速度による付加残留速度

いま、前報<sup>9)</sup>の場合と全く同様にして、単一粒子が水平方向には水粒子と同じ速度で、鉛直方向には、水粒子速度と静水中での沈降速度の和の速度で運動するという仮定の下に、その1周期後における平均位置  $(\bar{x}, \bar{z})$  および波動理論として波速の第2定義に基づく Stokes 波の第2近似解を用いて、すでに示した方法によって単一粒子の水平および鉛直方向の残留速度  $\bar{U}_{2,2}$  および  $\bar{W}_{2,2}$  を求めれば、それぞれ次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \bar{U}_{2,2} = & \frac{1}{2} c F_1^2 \cosh 2k(h+\bar{z}) + \frac{1}{2} c F_2^2 \cosh 4k(h+\bar{z}) \\ & + \frac{\sigma H^2}{8h} \coth kh \cdot \{-F_1 \cosh k(h+\bar{z}) \sin k\bar{x} \\ & - F_2 \cosh 2k(h+\bar{z}) \cos 2k\bar{x}\} \\ & + w_f \{F_1 \sinh k(h+\bar{z}) \cosh k\bar{x} \\ & - F_2 \sinh 2k(h+\bar{z}) \sin 2k\bar{x}\} - \frac{\sigma H^2}{8h} \coth kh \\ & \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{W}_{2,2} = & -w_f + w_f \{F_1 \cosh k(h+\bar{z}) \sin k\bar{x} \\ & + F_2 \cosh 2k(h+\bar{z}) \cos 2k\bar{x}\} \\ & + \frac{\sigma H^2}{8h} \coth kh \cdot \{F_1 \sinh k(h+\bar{z}) \cos k\bar{x} \\ & - F_2 \sinh 2k(h+\bar{z}) \sin 2k\bar{x}\} \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

一方、波速の第1定義に基づく Stokes 波の第3次近似解を用いれば、水平および鉛直方向の残留速度  $\bar{U}_{1,3}, \bar{W}_{1,3}$  は、それぞれ次式のように求まる。

$$\begin{aligned} \bar{U}_{1,3} = & \frac{1}{2} c F_1^2 \cosh 2k(h+\bar{z}) + \frac{1}{2} c F_2^2 \cosh 4k(h+\bar{z}) \\ & + \frac{1}{2} c F_3^2 \cosh 6k(h+\bar{z}) \\ & + w_f \{F_1 \sinh k(h+\bar{z}) \cos k\bar{x} \\ & - F_2 \sinh 2k(h+\bar{z}) \sin 2k\bar{x} \\ & - F_3 \sinh 3k(h+\bar{z}) \cos 3k\bar{x}\} \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{W}_{1,3} = & -w_f + w_f \{F_1 \cosh k(h+\bar{z}) \sin k\bar{x} \\ & + F_2 \cosh 2k(h+\bar{z}) \cos 2k\bar{x} \\ & - F_3 \cosh 3k(h+\bar{z}) \sin 3k\bar{x}\} \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ただし、上式(1)~(4)中の  $F_1 \sim F_3$  はそれぞれ  $H$  および  $kh$  の関数<sup>11)</sup>で、 $k=2\pi/L$ ,  $c=L/T$ ,  $L$  は波長である。

#### (2) 残留速度に関する理論値と実験値の比較

図-1(1)~(5)は、種々の条件下での水平残留速度の実験値の鉛直分布を、差分法による理論軌跡から求められた計算結果や、上述の3.(1)で示した理論値および Longuet-Higgins の Conduction solution の結果と比較したもので、図中の点線、実線、一点鎖線および破線は、それぞれ Conduction sol. の結果、式(1)で  $w_f=0$  とおいた場合の結果、式(3)の結果および式(1)の結果を示す。また●、○印は実験値で、それぞれ7波後および100波後の場合の結果を示し、■、□印はそれぞれの場合における実験値の平均値を、▲印は波速の第2定義に基づく Stokes 波の第2近似解を用いて計算された理論軌跡から求められる残留速度の結果を示したものである。これらの図から明らかなことは、まず第1に、造波してから経過時間などの実験条件の相違によって残留速度の実験値にかなりの差異があり、全般的には、100波後の場合が7波後の場合に比べて値が波の進行方向にずれており、特に  $T\sqrt{g/h}=4.5$  の場合の  $0.4 \leq -z/h$  の範囲でその差異が顕著である。このような差異の原因として、Longuet-Higgins が指摘したように、境界層内に発生する渦度の拡散の程度に影響されているように思われるが、もしそうだとすれば、当然水面付近でも類似な傾向が見られるはずである。しかし、本実験条件の範囲内では、水面付近ではほとんどそのような傾向は見られないことから、このような分布特性の差異の原因として、ただ渦度の拡散のみを考えることは妥当ではなく、他の要因、例えば、水槽内に発生する循環流(戻

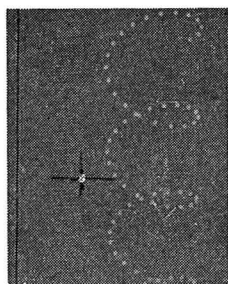
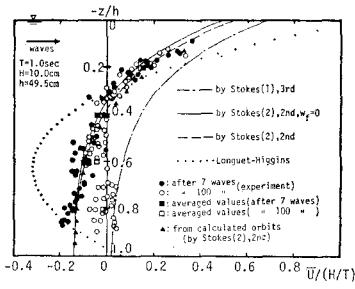
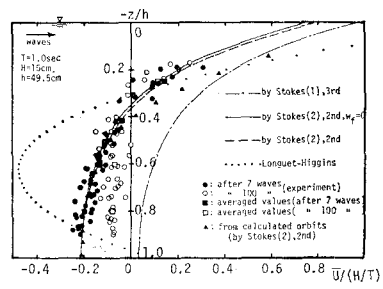
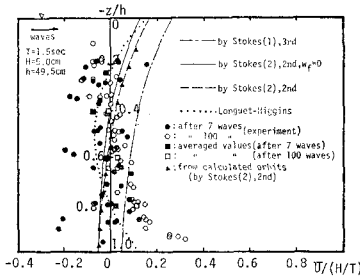
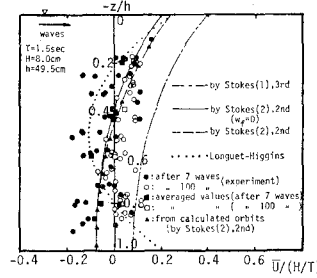
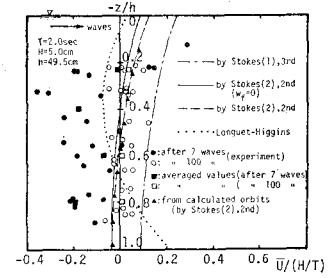
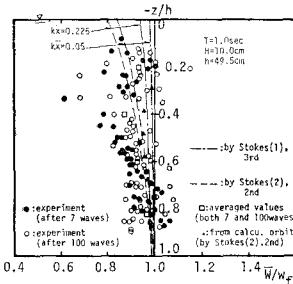
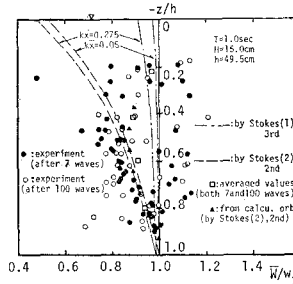
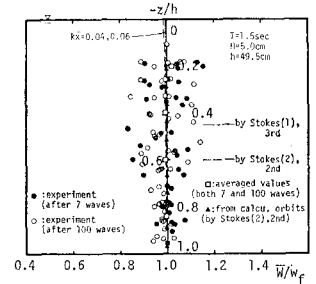
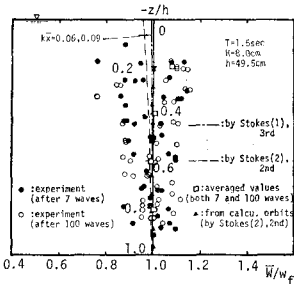
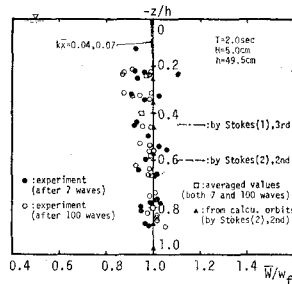


写真-1 ストロボ写真の実例  
( $T\sqrt{g/h}=6.7$ ,  $H=5$  cm)


 (1)  $T\sqrt{g/h}=4.5$ ,  $H=10$  cm

 (2)  $T\sqrt{g/h}=4.5$ ,  $H=15$  cm

 (3)  $T\sqrt{g/h}=6.7$ ,  $H=5$  cm

 (4)  $T\sqrt{g/h}=6.7$ ,  $H=8$  cm

 (5)  $T\sqrt{g/h}=8.9$ ,  $H=5$  cm

図一 水平残留速度の理論値と実験値の比較


 (1)  $T\sqrt{g/h}=4.5$ ,  $H=10$  cm

 (2)  $T\sqrt{g/h}=4.5$ ,  $H=15$  cm

 (3)  $T\sqrt{g/h}=6.7$ ,  $H=5$  cm

 (4)  $T\sqrt{g/h}=6.7$ ,  $H=8$  cm

 (5)  $T\sqrt{g/h}=8.9$ ,  $H=5$  cm

図二 鉛直残留速度の理論値と実験値の比較

り流れ)や反射波なども影響しているものと考えられる。第2に、周期や波高などの波の特性の相違によって、理論値と実験値の適合性がかなり異なってくるということである。すなわち、 $T\sqrt{g/h}$ の値によって、理論値と実験値の適合性が異なり、 $T\sqrt{g/h}=4.5$ の7波目の場合には、実験値は波高のいかにかわらず、式(1)の結果に非常によく合致するが、 $T\sqrt{g/h}$ がそれより大きくなるとそのような傾向は見られず、最早実験値に適合する理論曲線は存在しなくなり、ただ波高が小さく100波後の場合のみは、どちらかと言えば、底面付近でLonguet-Higginsの理論曲線に類似する傾向にある。第3に、実験値の散乱の程度が、波の特性や造波後の継続時間などの実験条件の違いによって著しく異なっているということである。特にそのような傾向は7波後において顕著で、波の周期が長くなればなるほど、その傾向が著しくなっていることが図の(1),(3),(5)の比較から明らかである。このことは、既報<sup>10)</sup>の重複波動中の場合において指摘した波自身のもつ疑似乱れ効果と密接に関係しているように思われるので、詳しくは次の(3)で述べることにする。

一方、図-2(1)~(5)は、図-1の場合と同様に、種々の条件下での鉛直残留速度の実験値の鉛直分布を、理論値と比較して示したもので、図中の各曲線や○印などの記号はすべて図-1の場合と全く同じである。これらの図から明らかなことは、まず第1に、水平残留速度の場合の結果と異なり、全般的には、7波後と100波後との差異がほとんどなく、しかも、実験値のばらつきはかなり著しいが、これらの実験値の平均値で考えれば、実験値は式(2)の理論曲線にほぼ合致する傾向にあるということである。第2に、実験値の、静水中での沈降速度からの散乱の程度が、波高が大きく、かつ水表面に近いほどその傾向が顕著であるということである。このことは、重複波動中の場合の結果<sup>10)</sup>と相違している。

以上のように、残留速度の実験値が、かなり分散し、時空間的に変動性の著しい特性を有するということは、底質の浮遊機構を解明する上で非常に重要なことであるので、次に、従来<sup>10)</sup>に基づいて、進行波動中に内在する疑似乱れ効果を定量的に把握することにする。

### (3) 残留速度による拡散係数

すでに既報<sup>10)</sup>で、潮流の水平混合と類似な考え方で、拡散係数を定義し、それに基づいて重複波動中に内在する疑似乱れ効果を定量的に評価してきた。ここでも、全く同様にして、単一粒子の水平および鉛直残留速度の分散値から拡散係数を定義するとともに、それを用いて、進行波動中に内在する疑似乱れ効果(拡散効果)を定量的に把握し、その鉛直分布やオーダーなどを調べる。

いま、既報<sup>10)</sup>にならって、水平および鉛直方向の拡散係数  $k_x$  および  $k_z$  を、それぞれ次式のように表わす。

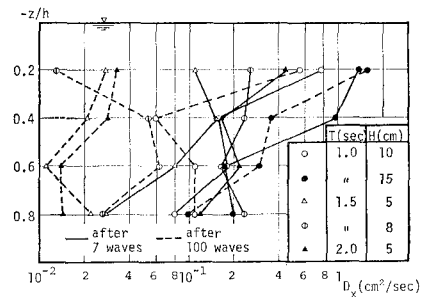
$$k_x = u'l_u = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N H^2 \{ \bar{U}_i / (H/T) - m_u \}^2 / N = \frac{H^2}{T} \sigma_u^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$k_z = w'l_w = w_f^2 \cdot T \sum_{i=1}^N \{ \bar{W}_i / w_f - m_w \}^2 / N = T \cdot w_f^2 \cdot \sigma_w^2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

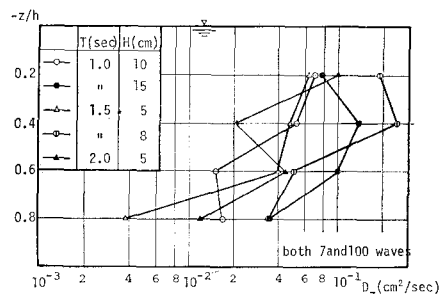
ここで、 $u'$ ,  $w'$  および  $l_u$ ,  $l_w$  はそれぞれ水平および鉛直方向の変動速度と混合距離を表わし、 $\bar{U}_i / (H/T)$  および  $\bar{W}_i / w_f$  は各実験値で、 $N$  はその個数、 $m_u = \left( \sum_{i=1}^N \bar{U}_i / (H/T) \right) / N$ ,  $m_w = \left( \sum_{i=1}^N \bar{W}_i / w_f \right) / N$ ,  $\sigma_u = \left[ \left\{ \sum_{i=1}^N \left( \bar{U}_i / (H/T) - m_u \right)^2 \right\} / N \right]^{1/2}$ ,  $\sigma_w = \left[ \left\{ \sum_{i=1}^N \left( \bar{W}_i / w_f - m_w \right)^2 \right\} / N \right]^{1/2}$  である。

このように、 $k_x$  と  $k_z$  の定義式が相違しているのは、前者は  $\bar{U}_i / (H/T)$  の無次元量の分散値に基づいて拡散係数を定義しているのに対して後者は  $\bar{W}_i / w_f$  のそれに基づいているからである。

図-3(1),(2)は、それぞれ式(5),(6)を用いて種々の条件下における水平および鉛直拡散係数の鉛直分布を示したものである。これは、図-1および2に示した実験値を鉛直方向にそれぞれ  $-z/h=0.2, 0.4, 0.6, 0.8$  の4つの部分に分けて算定したもので、特に水平拡散係数の算定にあたっては、7波後と100波後の結果に明確な差異があることから両者を区分して、別々に拡散係数を推定した。これらの図から明らかなように、まず図(1)の水平拡散係数の値は、全般的に底面付近から



(1) 水平拡散係数



(2) 鉛直拡散係数

図-3 進行波動中における拡散係数の鉛直分布

水面にかけて徐々に大きくなる傾向にあるが、相対的には7波後の結果が100波後のそれに比べて大きく、そのオーダーはそれぞれ  $10^{-2} \sim 1$  および  $10^{-2} \sim 10^{-1}$  の大きさであり、しかも波高が大きいかつ周期が長いほど大きくなっているようである。一方、鉛直拡散係数を示す図(2)からは、7波後と100波後の両者の間の相違は分らないが、拡散係数の鉛直分布の傾向は、水平拡散係数のそれとほぼ類似しているようである。しかし、そのオーダーは、 $10^{-3} \sim 10^{-1}$  となっており、全体的に水平拡散係数のそれに比べてオーダーが1桁小さいことが明らかである。これらの結果を、すでに示した重複波動中の場合の結果<sup>10)</sup>と比較してみると、水平拡散係数が鉛直拡散係数に比較して相対的に大きいということは、両者の場合ともほぼ類似しているが、拡散係数の分布やオーダーについては両者には若干の差異が見られる。すなわち、重複波動中の場合には、その鉛直分布は水平方向の位置によって著しく相違し、しかも拡散係数のオーダーは水平・鉛直の両方向ともほぼ  $10^{-2} \sim 10^{-1}$  であって、進行波動中の場合と比較して、水平方向では、実験条件によっては、ほぼ1桁小さい場合もあるが、鉛直方向では、ほぼ同じ大きさであることがわかる。このように、両者の間の差異が何に起因するのか現在のところでは明確ではないが、波の安定性や分散値を求める場合のデータ個数の不足および反射波や戻り流れの影響などもその原因の1つではないかと考えている。

#### 4. 結 論

以上、沈降速度を有する単一粒子を用いて、種々の条件下における残留速度の分布特性を主として実験的に検討するとともに、実験値の分散値から拡散係数を推定し、進行波動中に内在する疑似乱れ効果を定量的に把握することに努めてきた。その結果を要約すれば、次のようである。

1) いわゆる普通の水槽内での進行波動中における単一粒子の水平残留速度の鉛直分布は、波の特性や造波しからの経過時間などの実験条件の違いによって著しく相違し、本実験条件の範囲内では、一般的に100波後の結果が7波後のそれに比べて波の進行方向にずれており、その傾向は特に底面に近づくにつれて顕著であるが、一方、特に理論値との適合性という観点から見れば、 $T\sqrt{g/h}=4.5$  の場合の造波直後の7波目の結果は、付加残留速度を考慮した式(1)の理論曲線に非常によく合致する。

2) 単一粒子の鉛直残留速度の鉛直分布は、水平残留速度の場合と異なり、造波後の経過時間の違いによる差異が明確ではなく、しかも波高が大きいかつ水表面に近いほど静水中での沈降速度の値からかなり分散する傾

向にあるが、平均値で議論すれば、著者が提案した式(2)の理論曲線にほぼ類似している。

3) 進行波動中での水平および鉛直拡散係数のオーダーは、それぞれ  $10^{-2} \sim 1$  および  $10^{-3} \sim 10^{-1}$  の範囲であり、重複波動中の場合の結果と比較して水平方向の値で若干の差異があるが、全般的には、波の特性や時・空間的な実験条件の相違などによっても著しく変化する。

4) 以上の結果より、進行波動中に内在する疑似乱れ効果が定量的に明確になった。

最後に、本研究を実施するにあたり、終始、暖かい御指導を賜った京都大学工学部岩垣雄一教授、御助言を賜った京大防災研究所土屋義人教授および実験に協力を惜しまなかった田中隆久、吉岡正弘の両君(当時大阪府立高専学生)に心から感謝の意を表するとともに、本研究は文部省科学研究費自然災害特別研究(1)(代表者: 岩垣雄一教授)による研究の一部であることを付記し謝意を表する。

#### 参 考 文 献

- 1) Stokes, G. G.: On the theory of oscillating waves, Trans. Camb. Phil. Soc., 8, pp. 441-455, 1847.
- 2) Longuet-Higgins, M. S.: Mass transport in water waves, Phil. Trans. Royal Soc., London, Series A, No. 903, Vol. 245, pp. 535-581, 1953.
- 3) Russel, R. C. H. and J. D. C. Osorio: An experimental investigation of drift profiles in a closed channel, Proc. 6th Conf. on Coastal Eng., pp. 171-183, 1958.
- 4) Ünlüata, U. and C. C. Mei: Mass transport in water waves, Geophys. Res., Vol. 75, No. 36, pp. 7611-7618, 1970.
- 5) Huang, N. E.: Mass transport induced by wave motion, Jour. Mari. Res., Vol. 28, No. 1, pp. 35-50, 1970.
- 6) Sleath, J. F. A.: A second approximation to mass transport by water waves, J. Marine Res., Vol. 30, No. 3, pp. 295-304, 1972.
- 7) 土屋義人・岡村 隆: 進行波による質量輸送速度について, 昭和47年度関西支部年講, pp. II-34-1~2, 1972.
- 8) Liu, Ph. L-F.: Mass transport in the free-surface boundary layers, Coastal Eng., Vol. 1, No. 3, pp. 207-219, 1977.
- 9) 平山秀夫: 進行波における単一粒子の挙動に関する研究, 第24回海岸工学講演会論文集, pp. 5-9, 1977.
- 10) 岩垣雄一・平山秀夫: 重複波における浮遊粒子の挙動の特性について(続), 第21回海岸工学講演会論文集, pp. 207-213, 1974.
- 11) たとえば, 土木学会編: 水理公式集, p. 80, 1974.