

Wave Set-down, Set-up および水粒子軌道速度の 推定における Dean の流関数法の適用性

日 野 幹 雄*・ 柏 柳 正 之**

1. 序 論

(1) 非線型・非対称波の表現

波の水粒子軌道速度の推定法の一つとして Dean の流関数法がある。この方法は、一様水深の水域を一定の波速で変形せずに伝播する周期波の波形から流関数を決定する理論であり、従来の波の理論では表わし得なかった波の非線型性を表わすことができる。この理論は本来は一様水深の水域の波に関するものであるが、非線型性の強い斜面上の（海岸近くの）波に対しても適用できるのではないかと考えられる。岩垣ら¹⁾は斜面上の碎波に Dean の理論を適用して、波の峯の位相での水粒子速度の実測値と Dean の理論による推定値とが良好一致をすることを確かめた。また、碎波時の波形は従来の非線型理論 (Stokes 理論) ではまったく表現できないが、Dean の理論によると非常に良い近似ができることが確かめられている。このように、Dean の理論は波形の近似に関しては非常に優れていると思われるが、水粒子速度の推定に関しては、波の峯という特定の位相についてだけの結果であって 1 周期すべてにわたって調べた例はほとんどなく、Dean の理論に対する一般的な評価はまだできない。本研究は斜面上の水粒子軌道速度の推定における Dean の理論の適用性を検討し、さらに set-down, set-up という実際の現象を Dean の理論を用いて説明するものである。

(2) Dean の流関数法

Dean は一様水深 h の水域を一定波速 L/T で変形せずに伝播する周期波の流関数を求める方法として、以下のような方法を提案している。

まず流関数を波速と同じ速度で運動する座標系から見て、次のように定義する。

$$\phi = (L/T - U)Z + \sum_{n=4,6,8,\dots}^{N-1} \sinh(n-2)\pi/L \cdot (h+z) \cdot \left[X_n \cos \frac{(n-2)\pi}{L}x + X_{n+1} \sin \frac{(n-2)\pi}{L}x \right] \quad (1)$$

式 (1) は $\pi/2$ だけ位相差がある $\sin, \cos$ 波を含んでお

り、波形の非対称性を表現しうる。また定常流成分 U で断面内で一様な流れも表現されている。式 (1) の係数 X_n はこの式から与えられる水面形と実測のそれとの誤差を最小にする条件から決められる。

波形 η は ϕ に関して

$$\eta = \phi_\eta / (L/T - U) - 1/(L/T - U) \sum_{n=4,6,8,\dots}^{N-1} \sinh \frac{(n-2)\pi}{L} \pi(h+\eta) \cdot \left[X_n \cos \frac{(n-2)\pi}{L}x + X_{n+1} \sin \frac{(n-2)\pi}{L}x \right] \quad (2)$$

であり、実測波形 η_{mi} と予測波形 η_{pi} の一周期にわたる二乗和は次式で定義される。

$$E_1 = 1/I \sum_{i=1}^I (\eta_{mi} - \eta_{pi})^2 \quad (3)$$

一方、流関数は基礎方程式であるラプラスの方程式、底での境界条件、水面での運動学的境界条件は満足している。そこで最終的な X_n は、水面での力学的境界条件、Bernoulli sum = $Q = \text{const.}$ が満足されることが必要である。よって、次のように誤差 E_T が定義される。

$$E_T = E_1 + \lambda E_2 = 1/I \sum_{i=1}^I (\eta_{mi} - \eta_{pi})^2 + \lambda / I \sum_{i=1}^I (\bar{Q} - Q_i) \quad (4)$$

ここに、 λ はラグランジュの係数と同じ働きをするパラメータである。 E_T を最小にする条件より、未知係数 X_n に関する N 個の方程式が導かれ、これは逐次近似により解くことができる。 X_n の初期値として、 $L = X_1$ は微小振幅波理論での波長、 $T = X_2$ は実測周期を用い、 $X_3 \sim X_N$ は式 (3) の E_1 を最小にするようにとる。

以上の結果求められた流関数から次式により水粒子速度を求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} u + U + L/T &= -\phi_z \\ w &= \phi_x \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに、 u は水平方向速度で波の進行方向を正にとり、 w は鉛直方向速度で鉛直上方を正にとる。

2. 実験方法

実験には長さ 20 m, 幅 40 cm, 深さ 60 cm の造波水路を用いた。

* 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

** 東京工業大学大学院

水粒子軌道速度は I 型の熱膜流速計を用い、2~32 波にわたって測定し、AD 変換して出力し、そのアンサンブル平均を 1 周期にわたっての測定値とした。また同時に同断面で容量式波高計を用い、前述と同様な方法で波形を測定した。熱膜流速計のキャリブレーションは、熱膜流速計自体を台車に取り付け、静水中を動かして行なった。なお水粒子速度の測定値は、I 型プローブを使用しているの、水平、鉛直の合速度である。

Set-down, set-up の実験は、水路の中段より後方に斜面を設置して行なった。容量式波高計で 32 波程度の波を測定し、AD 変換してそのアンサンブル平均を波形の測定値とし、その波形の平均水面と静水時の水面との差を set-down, set-up とした。以上の実験で、波の周期は 1.04~1.28 sec, 斜面勾配は 0.1 程度とした。

3. 水粒子軌道速度および波形について

3.1 定常進行波について

(1) 一様水深中の進行波の場合

まず Dean の流関数法 (以下 Dean 法) の仮定と同じ一様水深中の定常進行波について実験を行ない、実測の水粒子軌道速度を微小振幅波理論 (Fig. 1 中の --- 破線) と Dean 法 (Fig. 1 の — 実線) と比較した。(Fig. 1, ここに Z (cm) は水底からの高さである)。実験条件は波形勾配 $H/L = 3.18 \times 10^{-2}$, 相対水深 $h/L = 1.70 \times 10^{-1}$ であり、微小振幅波理論の領域 ($H/L < 0.01$)

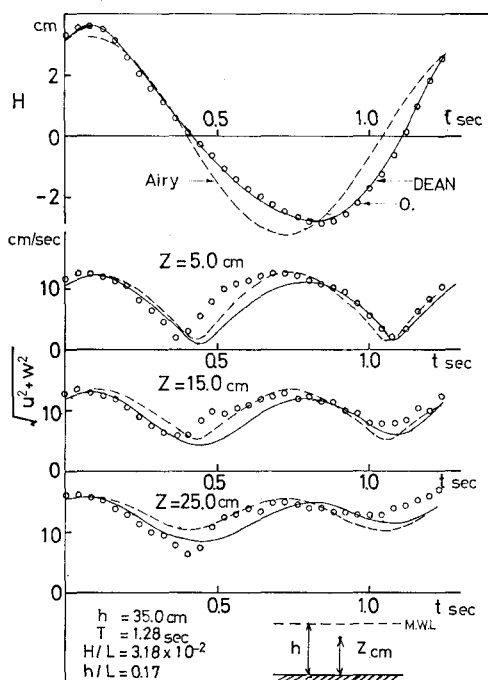


Fig. 1 定常進行波の水粒子軌道速度 (H : 水位, $\sqrt{u^2 + w^2}$ 合速度, DEAN: Dean 法, Airy: 微小振幅波理論, O.: 実測)

から多少ずれている。

Fig. 1 に示すように、波形の実測値は当然のことながら Dean 法によってほぼ完全に表現されているが、微小振幅波理論からはずれが見られる。これはこの理論の適用範囲を越えていることや造波機の特性的ためである。

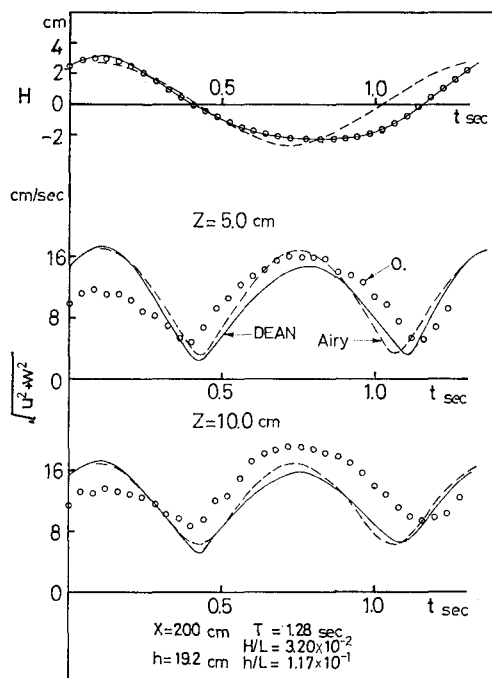


Fig. 2 斜面上の水粒子軌道速度 ($X = 200$ cm)

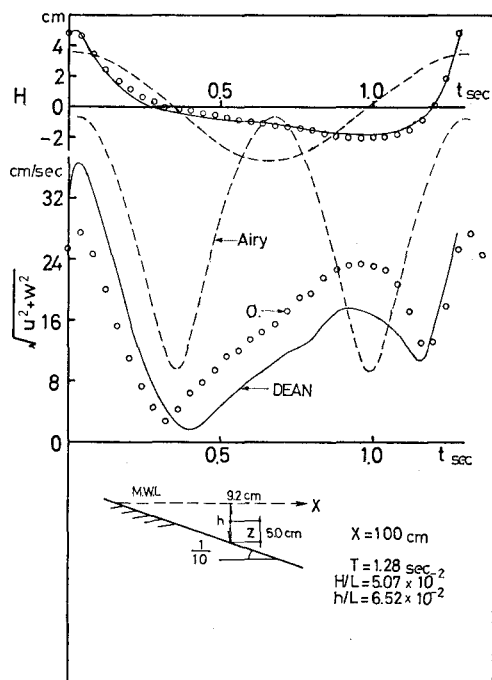


Fig. 3 斜面上の水粒子軌道速度 ($X = 100$ cm)

Dean 法で波形はほぼ表現しうるものの、水粒子軌道速度の実測値と Dean 法による軌道速度の推定値は完全には一致せず、特に波の山に向う位相で大きくずれている。これに反し、微小振幅波理論では波形はかなりずれているものの、これによる水粒子合速度と実測値は Dean 法におけるずれと同程度である。

水粒子軌道速度の実測値と Dean 法による推定値に差を生じるのは主に次の A), B) の理由による。

A) 差が最も大きいところは、どの高さ Z の測定でも水平方向速度成分が正から負に変化する位相であった。これはプローブのサポートから発生した渦をプローブがかぶるための影響であろうと考えられる。すなわち波形と合速度ベクトル、水平流速分布および渦を模式的に示せば Fig. 4 のようである。

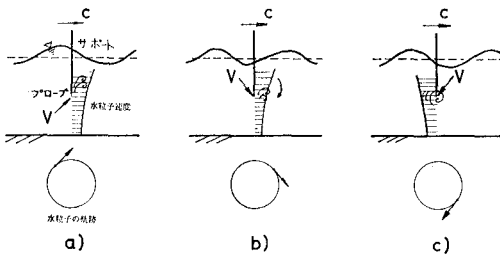


Fig. 4 サポートによる渦の影響

- 波の峯が近づくと、プローブの上下方流側にサポートからの渦が発生する。このときプローブは渦をかぶらず、測定値には渦による影響はない。
- 波の峯が通過すると渦が下方にひきもどされる。
- 下方にひきもどされた渦が波の進行方向とは逆の流速によって測定値に影響を与える。

以上のような理由で、c) の位相付近では水粒子合速度の測定値が理論値よりも大きくなり、また乱れも大きくなると考えられる。

B) 実測値と Dean 法による推定値の差の程度には、高さ Z 方向により多少の差が見られる。これは質量輸送速度の分布が高さ Z に関係するためであると考えられる。

以上のように、サポートから発生する渦や質量輸送の影響を考慮すれば、Dean 法はこの理論の仮定と同じ一様水深中の進行波の波形および水粒子軌道速度を比較的良く表現している。さらに今回の実験条件程度では、水粒子軌道速度は微小振幅波理論でも Dean 法と同程度に表現できると思われる。

(2) 斜面上の進行波の場合

次に Dean 法の斜面上での適用性を勾配 1/10 の斜面上の波について検討した。Fig. 2, 3 に実験結果、推定値を示す。ここに X (cm) は静水時の汀線から沖向きに測った測点の位置、 Z (cm) は測点での斜面底からの高さである。

A) 沖 ($X=200$, Fig. 2) では H/L , h/L は一様水深中の進行波 (Fig. 1) と同程度に微小振幅波領域に近いが、岸に近づいた $X=100$ cm (Fig. 3) では斜面の影響が大きく現われて微小振幅波領域からかなり離れ、波は強い非線型性をもつようになる。

B) Dean 法による波形は当然ながら $X=100$ cm, $X=200$ cm 共に実測とよく一致している。

C) 水粒子軌道速度では、 $X=200$ cm では Dean 法、微小振幅波理論でも大差はない。 $X=100$ cm では微小振幅波理論と実測の間には非常に大きな差が見られ、この理論は全く適用できない。しかし Dean 法による推定値は実測とかなり近く、全体的に良好な結果を与えている。しかし $X=100$ cm, $X=200$ cm 共に合速度のピーク時で 2~3 割程度のずれが見られる。

こうした実測と Dean 法による合速度の推定値のずれの大きな原因は、波の斜面の影響による質量輸送速度であると思われる。Fig. 6 に水平方向一様な質量輸送速度が定常的に存在すると仮定したときの実測に及ぼす影響を概念的に示す。これからわかるように、実測と推定値は全域にわたってずれ、しかも波の位相の前半周期と後半周期では、その合速度に対する効果は逆になる。この様子は、まさに Fig. 3 の実測 (○印) と Dean 法による推定値 (実線) の関係にほかならない。

以上のように、Dean 法による水粒子速度の推定値には質量輸送による誤差が含まれる。しかし波の非線型性を表現できるため、平均的にはほぼ妥当な値を与え、定常進行波においては広い適用性があると思われる。

3.2 非定常進行波について

Dean 法は本来一様水深中の定常進行波に関するもの

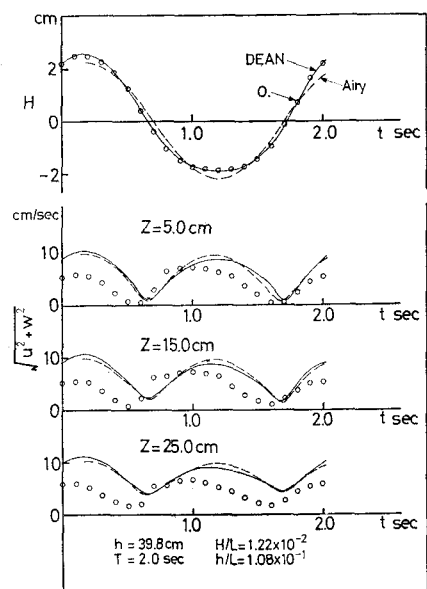


Fig. 5 非定常進行波の水粒子軌道速度

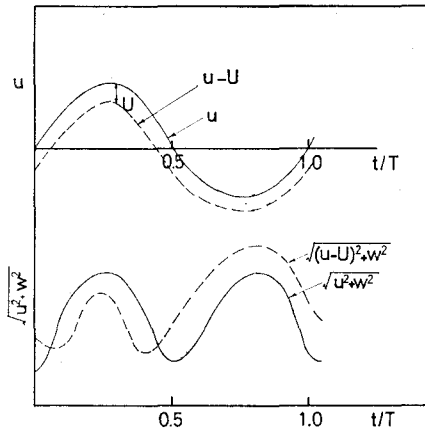


Fig. 6 質量輸送の影響

であるが、前述のように斜面上の定常進行波での適用性はほぼ支持しうることが明らかになったので、次に安定に達する前の波への適用性を検討する。

安定に達する前の波の一樣水深中での実験結果を Fig. 5 に示す。実験条件は微小振幅波領域に近い (Fig. 5 参照)。

Dean 法による波形は定常波の場合と同様、実測と非常に良く一致している。

水粒子軌道速度は、定常波と同様 Dean 法と微小振幅波理論による推定値に大差は見られない。しかし実測と比べると、定常波の場合とは違って、全体的にずれが見られる。これは非定常波のため、それぞれの理論の仮定が満足されていないためであろう。

したがって一樣水深中の非定常進行波の水粒子軌道速度の推定に Dean 法を用いることは問題があると思われる。

3.3 定常流成分 U およびパラメータ λ について

Dean 法では流れはポテンシャル流であると仮定している。波の現象では流速の方向が周期的に変化し、底面からの粘性の影響が遠くに及ばないため、この仮定がよく成立するものと思われる。本節では Dean 法による実際の現象の再現性をさらに検討するため、これまで零としていた定常流成分 U 、1 に固定していたパラメータ λ を適当に選んで斜面上での実験結果と比較した。

(1) 定常流成分 U について

U は質量輸送速度を直接表わすものだから、推定値にかなり大きく影響すると思われる。Fig. 3 から実測と Dean 法による推定値の差を読みとり、それに近い値を U とした結果を Fig. 7 に示す。ここに U は断面内で一樣である。

Fig. 7 より適当な U を選べば、実測と Dean 法による推定値は非常に良い一致をすることが明らかになった。また値も $U=6$ cm/sec 程度でほぼうなずける。なお Dalrymple²⁾ は 2 本の折線で質量輸送速度を近似する

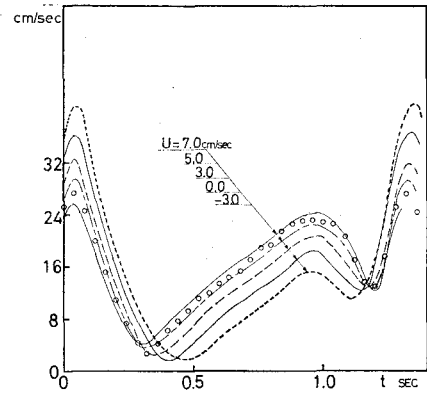
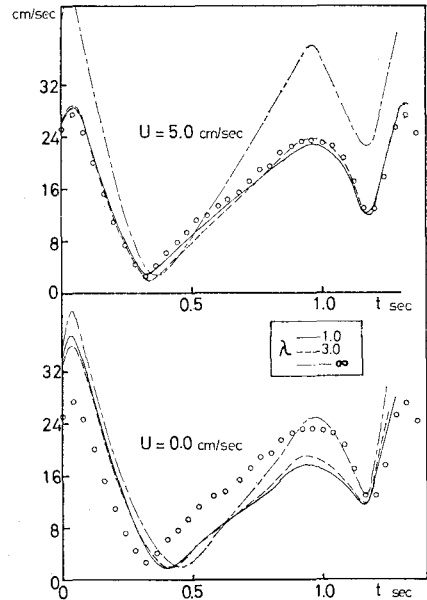
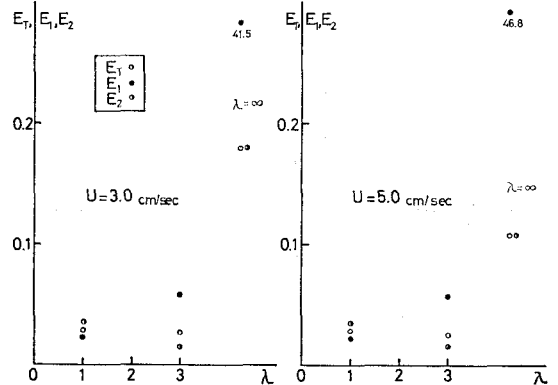


Fig. 7 定常流成分の影響

方法を提案している。

(2) パラメータ λ について

式 (4) の λ が推定値にどのような影響を与えるかを予測することは難しく、3~5 例程幅広くとってみた。

Fig. 8 パラメータ λ の影響Fig. 9 パラメータ λ

その結果 (Fig. 8) λ を 1 程度のオーダーにとれば推定値に大きな差は見られず、さらに Fig. 9 に見るように式 (4) で定義される誤差 E_T には最小値が存在し、それに対応する λ は 2 程度であった。この結果は Fig. 8 の結果と対応する。

以上のことから、Dean 法では U としてはその点での平均的な質量輸送速度、 λ は 1 程度にとれば、水粒子軌道速度の推定値は実測と非常に良く一致することがわかった。しかし実際には斜面上での質量輸送速度を予測することは難しく、これが今後の大きな問題となろう。

4. Set-down, Set-up への適用性

Set-down, set-up は波の変形に伴う現象の一つで、Longuet-Higgins³⁾ は波による Radiation Stress (S_{xx}) と水面勾配とが釣りあうことを示した。しかし S_{xx} の推定に微小振幅波理論を用いた従来の研究⁴⁾ では、沿岸付近において実測と理論に大きな差が見られた。 S_{xx} は水粒子軌道速度の積分値であるので、Dean 法によってほぼ妥当な値を与えられると思われる。本節では S_{xx} の推定に Dean 法を用い、set-down, set-up を推定し、実測との比較検討を行なう。

実験は斜面勾配 11/100、周期 1.28 sec の定常進行波について行なった。結果を Fig. 10 に示す。ここで Dean 法による set-down, set-up の推定曲線 (実線) は、実験波形から Dean 法によって求めた S_{xx} を 2 本の直線で近似して求めた。比較のため微小振幅波理論を用いた推定曲線 (点線) も示した。

Set-down, set-up の実測値には場所的なばらつきが大きい、Dean 法による推定曲線は沿岸付近も含めて全体的に実測値の傾向を表わしている。しかし微小振幅波理論によるものは、 $X=150$ cm 付近までは Dean 法と同

程度に実測と合うが、沿岸に近づくにつれて実測とのずれが大きくなる。これは沿岸に近づくにつれ波形勾配がきつくなり、もはや微小振幅波理論では水粒子軌道速度を表わせないためである (Fig. 2, 3 参照)。

以上のように set-down, set-up は、 S_{xx} の推定に Dean 法を用いることによって、理論と実測はよく一致する。

5. 結 論

本論文の目的は、斜面上の波の一周期にわたる水粒子軌道速度の推定、および set-down, set-up という実際の現象の解明への Dean の流関数法の適用性を検討することであった。そのため一様水深中、斜面上の定常波および一様水深中の非定常波について実験を行ない、 $U=0$ 、 $\lambda=1$ に固定して Dean 法による推定値と比較した。次に定常流成分 U 、パラメータ λ の影響を検討した。さらに set-down, set-up の実測と Dean 法による推定値との比較を行なった。

この結果、以下のようなことが明らかになった。

- ① 波形に関しては、当然のことながらどんな条件でも Dean 法によって非常に良い精度で近似できる。
- ② 水粒子軌道速度は、一様水深中の定常波では Dean 法によって、かなり非線形な波に対しても十分精度よく推定できるが、非定常波では精度良い推定はできない。斜面上の波では質量輸送のためこれを零としていた Dean 法 ($U=0.0$) では実測とのずれがあるが、全体的傾向は良好である。
- ③ さらに Dean 法では、定常流成分には平均的な質量輸送速度をとり、 λ は 1 程度にとれば、実測値と推定値は非常に良く一致する。
- ④ Radiation Stress のような時間平均的な量の推定には、Dean 法は有効で、set-down, set-up の解明に適用することができる。

参 考 文 献

- 1) 岩垣雄一・酒井哲郎: Stream Function Theory による斜面上の碎波の水粒子速度の表現について、第 21 回海岸工学講演会論文集, 1974.
- 2) Dalrymple, R. A.: Water waves on a bilinear shear current, Coastal Engineering 14th Vol. 1. 1974.
- 3) Longuet Higgins, M. S., R. W. Stewart: Radiation stress in water waves, a physical discussion with application, Deep-Sea Research, Vol. II, 1964.
- 4) Bowen, A. J., D. L. Irman, V. P. Simmons: Wave 'Set-down' and Set-up, Journal of Geophysical Research, Vol. 73, No. 8, 1968.

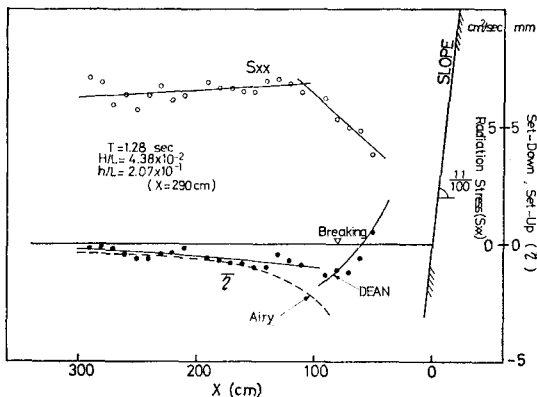


Fig. 10 Set-down, Set-up