

一次元二層不定流の数値計算

須 賀 堯 三*

1. 要 旨

感潮河川において、弱混合ないし、内部境界面の明瞭な緩混合の状態のとき、海水遡上の運動を二層流モデルによって表現することが可能である。ここでは、上下各層の水理量を平均値で表わすこととし、下層から上層への海水の連行現象を考慮し、かつ下層濃度の縦断変化をも組み入れた一次元二層の不定流の数値計算法について考察する。差分方式として、陽形式では安定した計算結果が得られなかったの、陰形式の差分式を適用した。計算は、単純な実験水路の場合について実施し、適当な伝播速度をとるとき実験値との適合性が確かめられた。

2. 一次元二層不定流モデル

密度二層流のそれぞれの層において、平均の水理量を考えるとき、水深 h 、流速 v (または流量 Q)、および密度 ρ の上下層における水理量の合計 6 個の未知量に対し、基礎式として次の 6 式を考える。

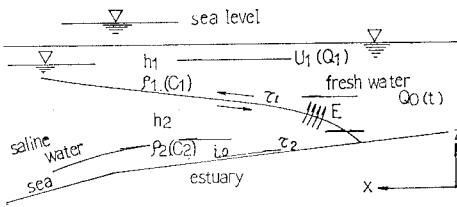


図-1 二層流概念図

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q_1}{\partial x} = E \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q_2}{\partial x} = -E \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_1 h_1) + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 Q_1) = \rho_2 E \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial \rho_2}{\partial x} = D_x \frac{\partial^2 \rho_2}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{u_1}{g} \frac{\partial u_1}{\partial x} + i_{f1} - i_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(1-\varepsilon)h_1 + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{u_2}{g} \frac{\partial u_2}{\partial x} + i_{f2} - i_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 B は流路幅で上下層同一とし、 i_f はまさつ勾配、 i_0 は水路の底勾配、 E は下層から上層への混入速度、 D_x は下層における縦拡散係数、および g は重力加速度を表わす。添字 1 および 2 は、それぞれ上層および下層の水理量であることを意味する。また、 t は時間、 x は上流の基準点から下流への距離を表わすものとする。 ε は密度差の無次元量で $\varepsilon = (\rho_2 - \rho_1) / \rho_2$ である。

これらの基礎式で、(1) 式および (2) 式はそれぞれ上層および下層における体積の連続条件、(3) 式および (4) 式は質量の連続条件、また (5) 式および (6) 式は運動のエネルギー条件である。(5) 式および (6) 式の代りに運動量の関係を適用することもできるが、分布係数を 1 とすればエネルギー式と同一の結果が得られる。このモデルの特徴としては、上下層の密度の縦断変化および下層から上層への海水の混入を考慮したことを挙げることができる。

連行量を表わす混入速度 E 、まさつ勾配 i_f および縦断方向の拡散係数 D_x は、それぞれ

$$E = |u_1 - u_2| 2 \times 10^{-3} F_1^3 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$i_{f1} = \frac{\tau_1}{\rho_1 g h_1} = \frac{f_i}{2 g h_1} (u_1 - u_2) |u_1 - u_2| \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$i_{f2} = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\rho_2 g h_2} = \frac{f_b}{g h_2} u_2 |u_2| - \frac{f_i}{2 g h_2} (1 - \varepsilon) \times (u_1 - u_2) |u_1 - u_2| \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$f_i = 0.35 (R_{e1} F_1^2)^{-0.5} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$D_x = \alpha \cdot 5.93 u_{*2} h_2 \quad \dots\dots\dots (11)$$

などと表わされるものとする。ここに、 F_1 は上層の内部フルード数で $F_1 = u_1 / \sqrt{g h_1}$ 、 R_{e1} はレイノルズ数で $R_{e1} = u_1 h_1 / \nu$ 、 ν は動粘性係数、 τ はせん断力、 u_* ($u_{*2} = \sqrt{(\tau_2 - \tau_1) / \rho_2}$) はまさつ速度、 α は定数である。混入速度 E を表わす (7) 式、および内部抵抗係数 f_i の (10) 式は、定常状態の塩水くさびに関する大型水路実験および最上川等における実測結果より得られたものである¹⁾、²⁾。水路床におけるまさつ抵抗係数 f_b は、たとえばマンニング式などから推定することができる。縦断方向の拡散係数 D_x は (4) 式では簡単のため、一定値として取扱うこととしているが、 D_x の概算値はたとえば (11) 式のような Elder タイプの式によって見積ることも可能である。この場合定数 α は実測値により定める必要がある。

* 正会員 建設省土木研究所 河川研究室長

次に、以上の基礎式ならびに基礎的条件に基づいて、数値計算の便を計るため式の変形を行う。流速の代りに流量で表現することにすれば、運動式を書き改める必要がある。(6)式の第2項は、(3)式の連続条件を用いれば、

$$\frac{\partial}{\partial x}(1-\varepsilon)h_1=(1-\varepsilon)\frac{\partial h_1}{\partial x}+\varepsilon\frac{E}{u_1}-\frac{h_1}{\rho_2 u_1}\frac{\partial \rho_1}{\partial t}-\frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2}\frac{\partial \rho_2}{\partial x} \quad \dots\dots\dots(12)$$

と表わされるので、(5)式および(6)式より運動条件を表わす関係として、上下層のそれぞれの水深の勾配は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{1}{\Phi} & \left[-(1-\varepsilon F_2^2)i_{f1}+i_{f2}-\varepsilon F_2^2 i_0 \right. \\ & - \left\{ (1-\varepsilon F_2^2)F_1^2-1+\frac{u_1}{u_2}F_2^2 \right\} \varepsilon \frac{E}{u_1} \\ & + \left\{ (1-\varepsilon F_2^2)\frac{u_1^2}{gB}-\frac{u_2^2}{gB} \right\} \frac{\partial B}{\partial x}-\frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\ & - \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \frac{2(1-\varepsilon F_2^2)u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} \\ & - \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} - \frac{1-\varepsilon F_2^2}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} \\ & \left. + \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \right] \quad \dots\dots\dots(13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_2}{\partial x} = \frac{1}{\Phi} & \left[(1-\varepsilon)i_{f1}-(1-\varepsilon F_1^2)i_{f2}+\varepsilon(1-F_1^2)i_0 \right. \\ & - \left\{ (1-\varepsilon F_1^2)\left(1-\frac{u_1}{u_2}F_2^2\right)-(1-\varepsilon)F_1^2 \right\} \varepsilon \frac{E}{u_1} \\ & - \left\{ (1-\varepsilon)\frac{u_1^2}{gB}-(1-\varepsilon F_1^2)\frac{u_2^2}{gB} \right\} \frac{\partial B}{\partial x} \\ & + (1-\varepsilon F_1^2)\frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + (1-\varepsilon F_1^2)\frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \\ & - \frac{2(1-\varepsilon)u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} + (1-\varepsilon F_1^2)\frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\ & \left. + \frac{1-\varepsilon}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \frac{1-\varepsilon F_1^2}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \right] \quad \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

$$\Phi=\varepsilon(1-F_1^2-F_2^2+\varepsilon F_1^2 F_2^2) \quad \dots\dots\dots(15)$$

となる。微少項を省略すれば、(13)~(15)式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{1}{\Phi} & \left[-i_{f1}+i_{f2}-\varepsilon F_2^2 i_0 + \varepsilon \left(1-F_1^2 \right. \right. \\ & - \frac{u_1}{u_2} F_2^2 \left. \right) \frac{E}{u_1} + \frac{u_1^2-u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\ & - \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} - \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\ & \left. - \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} + \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \right] \quad \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_2}{\partial x} = \frac{1}{\Phi} & \left[i_{f1}-i_{f2}+\varepsilon(1-F_1^2)i_0-\varepsilon \left(1-F_1^2 \right. \right. \\ & - \frac{u_1}{u_2} F_2^2 \left. \right) \frac{E}{u_1} - \frac{u_1^2-u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} - \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} \\ & + \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \Big] \quad \dots\dots\dots(17) \end{aligned}$$

$$\Phi=\varepsilon(1-F_1^2-F_2^2) \quad \dots\dots\dots(18)$$

のように簡略化される。(16)~(18)式より、ただちに $\partial h_1/\partial x + \partial h_2/\partial x - i_0 = 0$ が成り立つことがわかるので、水面が常にほとんど水平に保たれることが示唆される。図-2に長良川における実測結果の一例を示す。長良川では小潮時には通常15kmあまりまでの海水遡上がみられるが、この範囲では水面は水平とみなしてよいのである。水面が縦断的に水平運動をするときには、 h_1 または h_2 のいずれかが把握されればよいので、たとえば運動の式としては、(16)式のみを用いて計算を行うことができる。

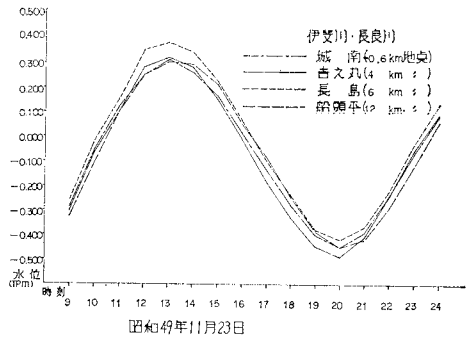


図-2 同時水位 (長良川4地点)

3. 差分式と伝播速度

陽形式の差分は、現象上の物理的な特性には無関係な差分理論上の安定条件が存在するので、二層流モデルの場合に計算実施が非常に困難である。そこで、安定条件が存在しないといわれる陰形式の方法を考える。未知量は6であるが、水面が水平で水位が与えられる場合には、(1)~(4)式および(16)式の5つの式を適用する。境界条件として、上流端で Q_1 および ρ_1 、下流端で h_1 および ρ_2 、および水位が与えられるとき (Q_2 は塩水くさび上流端において $Q_2=0$ である)、図-3のような格

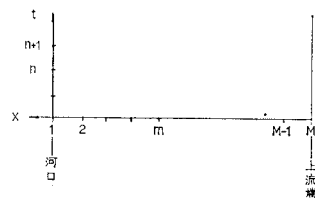


図-3 差分の記号説明図

子点を考え、差分方法として、たとえば

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} = \frac{1}{2\Delta t} \{ (h_{1,m,n+1} - h_{1,m,n}) + (h_{1,m-1,n+1} - h_{1,m-1,n}) \} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} (Q_{1,m-1,n+1} - Q_{1,m,n+1}) \quad \dots\dots\dots (20)$$

のように表わすすると、差分式の一般形は

$$P_{m,1}h_{1,m,n+1} + P_{m,2}Q_{1,m,n+1} + P_{m,3}Q_{2,m,n+1} + P_{m,4}\rho_{1,m,n+1} + P_{m,5}\rho_{2,m,n+1} = P_{m,6} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$P_{m,7}Q_{1,m-1,n+1} + P_{m,8}Q_{1,m,n+1} + P_{m,9}h_{1,m,n+1} + P_{m,10}\rho_{1,m,n+1} + P_{m,11}\rho_{2,m,n+1} = P_{m,12} \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$P_{m,13}Q_{2,m-1,n+1} + P_{m,14}Q_{2,m,n+1} + P_{m,15}h_{1,m,n+1} + P_{m,16}\rho_{1,m,n+1} + P_{m,17}\rho_{2,m,n+1} = P_{m,18} \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$P_{m,19}\rho_{1,m-1,n+1} + P_{m,20}\rho_{1,m,n+1} = P_{m,21} \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$P_{m,22}\rho_{2,m-1,n+1} + P_{m,23}\rho_{2,m,n+1} = P_{m,24} \quad \dots\dots\dots (25)$$

となる。ここに、 $P_{m,1} \sim P_{m,24}$ は計算上概知量として与えられるが、その関数形についてはここでは省略する。計算は、(24) 式および (25) 式より $\rho_{1,m,n+1}$ および $\rho_{2,m,n+1}$ を求めたのち、上流端より計算することとして、(21) 式より $h_{1,m,n+1}$ を求め、ついで (22) 式および (23) 式より $Q_{1,m-1,n+1}$ および $Q_{2,m-1,n+1}$ を算出する。以下順次このサイクルで下流端まで計算してゆけばよい。

数値計算上、最も問題とされなければならないのは二層不定流の物理現象としての伝播速度の取扱いである。簡単のため、下層密度 ρ_2 が一定の場合を考えると、上層質量の連続条件 (3) 式を (6) 式の運動式において考慮し、 ρ_1 の値については連続条件より別途求めることとすれば、 h_1 、 h_2 、 Q_1 および Q_2 の未知量に対し、それぞれの全微分式を適用することにより、

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & 1 & 0 & \alpha_3 & \alpha_4 & 0 & 0 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 & 0 & \beta_6 & \beta_7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1/B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1/B & 0 \\ dx & dt & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dx & dt \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial h_1 / \partial x \\ \partial h_1 / \partial t \\ \partial h_2 / \partial x \\ \partial h_2 / \partial t \\ \partial Q_1 / \partial x \\ \partial Q_1 / \partial t \\ \partial Q_2 / \partial x \\ \partial Q_2 / \partial t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ E \\ -E \\ dh_1 \\ dh_2 \\ dQ_1 \\ dQ_2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (26)$$

が成立する。ここに、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= 1 - \frac{u_1^2}{gh_1}, & \alpha_2 &= -\frac{u_1}{gh_1}, & \alpha_3 &= \frac{u_1}{gh_1 B}, \\ \alpha_4 &= \frac{1}{gh_1 B} \\ \beta_1 &= 1 - \varepsilon, & \beta_2 &= -\frac{1 - \varepsilon}{u_1}, & \beta_3 &= 1 - \frac{u_2^2}{gh_2}, \\ \beta_4 &= -\frac{u_2}{gh_2}, & \beta_5 &= -\frac{1 - \varepsilon}{u_1 B}, & \beta_6 &= \frac{u_2}{gh_2 B}, \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \beta_7 &= \frac{1}{gh_2 B} \\ \gamma_1 &= -\left(i_{f1} - i_0 - \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} \right) \\ \gamma_2 &= -\left(\frac{E}{u_1} - \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + i_{f2} - i_0 - \frac{u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (27)$$

である。(26) 式より $\partial h_1 / \partial x$ を求め、各物理項毎に伝播速度 $c = dx/dt$ の関数として表わすと、

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_1}{\partial x} &= \frac{1}{\Phi} \left[(gh_1 c^2 - 2gh_1 u_2 c - g^2 h_1 h_2 + gh_1 u_2^2) i_{f1} \right. \\ &\quad - g^3 h_1 h_2 i_{f2} - (gh_1 c^2 - 2gh_1 u_2 c - 2g^2 h_1 h_2 \\ &\quad + gh_1 u_2^2) i_0 - (gh_1 c^2 - 2gh_1 u_2 c - g^2 h_1 h_2 \\ &\quad + gh_1 u_2^2) \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} - g^2 h_1 h_2 \frac{u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} \\ &\quad + \left\{ -c^3 + (u_1 + 2u_2)c^2 + g(h_1 + h_2)c + \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1} \right. \\ &\quad \left. - (gh_1 u_2 + gh_2 u_1) \right\} E - \frac{g^2 h_1^2 h_2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\ &\quad + \{ c^3 - 2(u_1 + u_2)c^2 - gh_2 c + 2gh_2 u_1 \} \frac{dh_1}{dt} \\ &\quad + (gh_1 c - 2gh_1 u_2) \frac{dh_2}{dt} + (c^2 - 2u_2 c \\ &\quad \left. - gh_2) \frac{1}{B} \frac{dQ_1}{dt} + \frac{gh_1}{B} \frac{dQ_2}{dt} \right] \quad \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi &= c^4 - 2(u_1 + u_2)c^3 - g(h_1 + h_2)c^2 + 2g(u_1 h_2 + u_2 h_1)c \\ &\quad - g(u_1^2 h_2 + u_2^2 h_1) + \varepsilon g^2 h_1 h_2 \quad \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

となる。(28) 式および (29) 式から明らかなように、 $\partial h_1 / \partial x$ は伝播速度の関数であり、同様にして他の物理量 $\partial Q_1 / \partial x$ なども c の関数であることがわかる。したがって、 $\Delta x / \Delta t$ のとり方によって、計算上重視する物理項が異なり、異なった計算結果が得られることになる。この伝播速度に関する物理法則が解明されない限り、任意の $\Delta x / \Delta t$ により計算された結果は、単なる計算結果に過ぎず現象を説明するものとは言い難いので、当面検証することが不可欠であるといえる。

ちなみに、(26) 式左辺第 1 項、すなわち (29) 式の $\Phi = 0$ の条件より特性曲線が求められる。ここで、微少項を省略すれば、

$$c_1 = \frac{u_1 + u_2}{2} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{g(h_1 + h_2)} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$c_2 = \frac{u_1 + u_2}{2} \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$c_3 \div c_4 = \frac{u_1 + u_2}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{g(h_1 + h_2)} \quad \dots\dots\dots (32)$$

の 3 本の特性曲線が得られる。陽形式の差分計算では、計算の安定条件から得られる $\Delta x / \Delta t$ が、現象を説明し得る $\Delta x / \Delta t$ と大幅に異なることがあるのである。

4. 数値計算例

一般性を失わないと思われる範囲で、最も単純な場合をとりあげることにする。長方形断面の直線水路で底勾配が水平の条件のもとで計算を行った。上流より一定流量を与え、下流において一定濃度の塩水を一定流量補給し、水位の時間変化を与えたところ、水位は常に水平に保たれ、下層塩水濃度の縦断変化を無視しうることが実験の結果明らかになった。このときの基礎式は(1)~(3)式(ただし $B=1$) および運動式として、微少項を省略して(16)式の代りに、

$$\epsilon(1-F_1^2)\frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{2u_2}{gh_2}\frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{1}{gh_1}\frac{\partial Q_1}{\partial t} - \frac{1}{gh_2}\frac{\partial Q_2}{\partial t} + f_i\frac{u_1^2}{2g}\left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2}\right) = 0 \dots\dots\dots (33)$$

を適用した。ここでは、 $u_1 \gg u_2$ 、 $F_1 \gg F_2$ 、 $\epsilon < 0.007$ とし、 $\partial \rho_1 / \partial t$ を省略しているが、計算条件の範囲では実験の結果からこれらの影響がほとんどないことが判明している。水路下流端においては $F_1 \leq 1$ であり、水路内において $F_1 > 1$ となることはない。また、計算では塩水くさびの上流端において、実験では100m地点において一定流量の Q_1 を与えているが、両者の差はわずかなものと思われる。計算は $\Delta x = 0.5 \text{ m}$ とし、 Δt を種々変化させて実施しているが、塩水くさびの先端付近では、鉛直方向の流速を無視することが困難であり、また h_1 の急変の影響が顕著に現われるので数断面において $Q_2 = 0$ とした。計算は表-1に示す2ケースについて行っている。実験水路は $B = 0.8 \text{ m}$ であるが、表中には単位幅流

量 $q_{1,M}$ に改めている。

表-1 計算条件

	$q_{1,M}$ m^3/s	ρ_2	潮 位 変 化			備 考
			周 期	半波高	平均潮位	
Run 1	0.375	1.0062	2 時間	0.05 m	0.55 m	$\rho_{1,M}=1$, $\partial \rho_2 / \partial x = 0$, $h_{1,1}$ は実験値
Run 2	0.313	1.0057	1 "	0.05 m	0.55 m	

計算結果を実験値と比較するとき、内部境界面形状もさることながら、塩水くさびの先端位置は微妙であるが、図-4 および 図-5 にその状況を示す。なお、定常状態の塩水くさび形状はその先端位置を含めて、計算値と実験値とは非常によく合致しており、主要因である内部まさつ係数の妥当性は明らかであるとみてよい。図-4 および 図-5 から、 Δt が小さいと塩水くさびの変動が大きく、大きい Δt の値のときには、変動幅が小さくなり、 $\Delta x / \Delta t$ の関数であることが示される。実験のケース1およびケース2ともに、 Δt は90 sec のときが実験値に近いようである。もっとも、計算値は河口における境界条件の一つである $h_{1,1}$ の影響をかなり鋭敏に受ける。河口における上層水深は実験値を与えているが、潮位周期の2時間の場合には初期を除いて、実験値と計算値とは非常によく一致しているといえる。図-4 にも示されているように、先端位置の変化の他、流速分布や上層の平均濃度(密度)変化についても実験値と計算値との適合度はよく、内部境界面形状についても、図は省略するが、かなりよく一致していることがわかる。潮位変化の

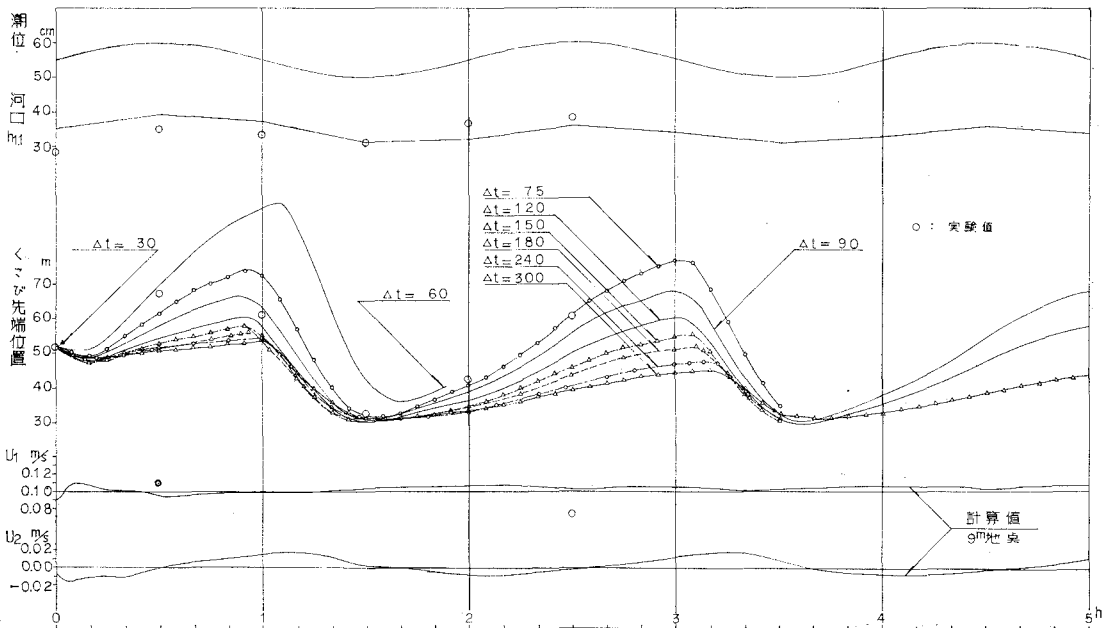


図-4 数値計算結果 (Run 1)

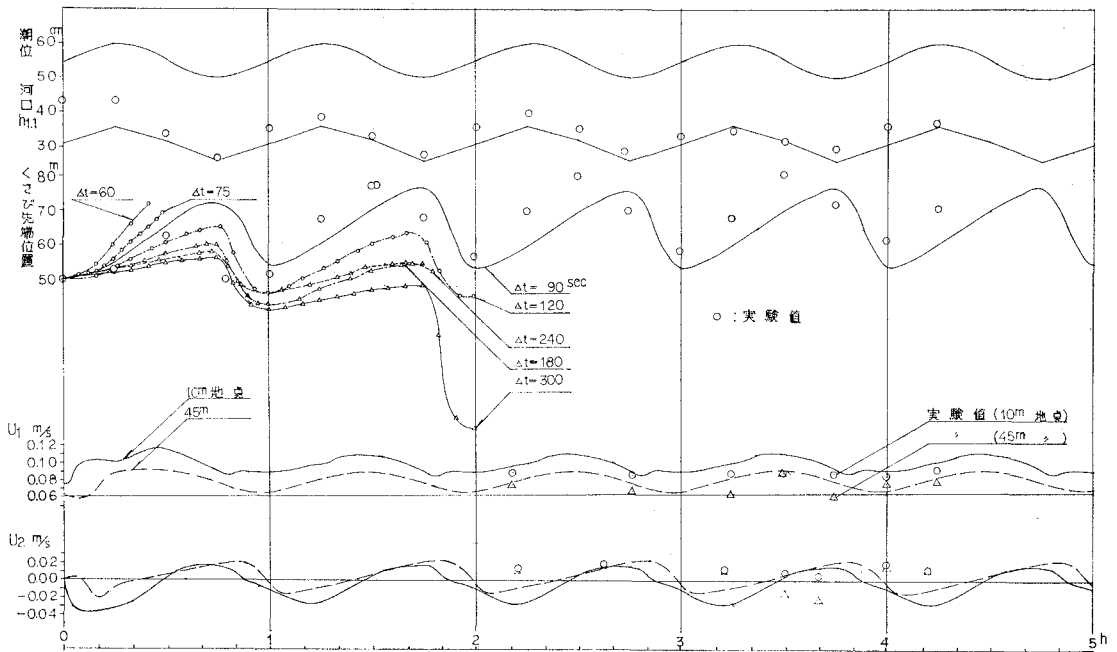


図-5 数 値 計 算 結 果 (Run 2)

周期が1時間の図-5の場合には、塩水くさび先端位置の変動幅はよいが位相差が、計算値の方が実験値より大きくなっている。実験の観察結果によると、潮位が上昇するとき、塩水くさび先端位置は上流へ遡るが、その速度はむしろ小さい。このとき、塩水くさびの形状がふくらんできて下層水深が増大する。この傾向は潮位がピークを過ぎると緩和されるが、依然先端位置の前進は継続され、そこに位相差が生じる。潮位が下り始めて、上層の流速が増大すると、塩水くさびの下層水深の減少がまず現われる。しかし、塩水くさび先端位置が下流へ移動を開始するのは h_2 が十分小さくなってからのことであり、このような状態になってからはその先端位置の流下速度は非常に大きいといえる。図-4 および 図-5 から、このような塩水くさびの非定常的な運動特性は計算によりかなりよくシミュレートされているとみることができであろう。

5. 結 論

二次元二層不定流モデルについての数値計算法について考察した。伝播速度について、現象を支配する方程式が未解決であるが、陰形式の差分法により検証のための

実験あるいは実測資料が存在する場合には、ほぼ満足すべき結果が得られることが判明した。陽形式の差分方式では現象上の伝播速度が計算安定領域の外にくることがあるので留意すべきである。この計算法によれば、塩水くさび先端位置の運動のほか、内部境界面位置、上下層の平均流速および濃度分布等についても同時に求められる。

水路幅漸変の河川で、弱混合ないし緩混合で内部境界面が明瞭な場合には、このモデルの適用が可能である。ただし、この場合も伝播速度に関する考察、境界条件、特に大きな影響を与える河口における上層水深、および内部ジャンプの現象などについて十分な検討が必要である。なお、数値計算の実施で本間久枝技官、また実験では高橋晃研究員の助力を得た。

参 考 文 献

- 1) 須賀堯三・高橋 晃：淡塩二層流の連行係数，土木学会第31回年次講演会Ⅱ部，pp. 383~384，1976。
- 2) 須賀堯三・高橋 晃：弱混合河川における内部抵抗係数，土木学会第30回年次講演会Ⅱ部，pp. 470~471，1975。