

大阪湾の汚濁解析

松梨順三郎*・神吉和夫**・中井茂喜***・春名誠治****

1. 緒 言

瀬戸内海、東京湾など重要水域では、近年赤潮の発生など水質汚濁が顕在化し、これの解決が社会的重要課題となつて久しい。しかし、その現状のモデル化による総合的把握は不十分であり、したがつて、流入汚水の水質基準、総量規制などの対策についても、これの法制的前進の合意がえられるほどに、その工学的科学的合理性が示されているとはいえない。これらの現象の有用なシミュレーションの成果は大阪湾をはじめ類型水域の水質保全対策にその合理的な方途を与え、浅海埋立、工場立地、新港建設、湾域整備、下水処理場の位置選定など、湾岸開発にかかわる環境アセスメントに対して必須的な役割をもつものとする。本研究は大阪湾の水質汚濁のモデル化を指向し、流入河川、タンカー事故による重油流出など、汚染源からの汚濁が潮汐および流れによってどのように拡散していくか、その時間的・空間的特性を明らかにすることを目標としている。大阪湾の潮流解析については、ガラーキン有限要素法により二、三の成果をえてきた^{1),2),3)}。ここではこれらを基礎にして、大阪湾の汚濁解析を実施し、若干の成果をえたのでその大要をのべる。

2. 基礎方程式および境界条件

(1) 拡散の基礎方程式

3次元の拡散方程式を水深方向に積分して

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial t} + u \frac{\partial L}{\partial x} + v \frac{\partial L}{\partial y} \\ = \frac{1}{H+h} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (H+h) D_{Lx} \frac{\partial L}{\partial x} \right\} \\ + \frac{1}{H+h} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (H+h) D_{Ly} \frac{\partial L}{\partial y} \right\} - K_r L + Q_0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} \\ = \frac{1}{H+h} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (H+h) D_{Lx} \frac{\partial C}{\partial x} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + \frac{1}{H+h} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (H+h) D_{Ly} \frac{\partial C}{\partial y} \right\} \\ - K_d L + K_m (C_s - C) \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここに、 u, v は平均海面上 x, y 方向の平均流速、 H, h は平均海面より海底および海面までの水深、 L, C はそれぞれ COD 濃度および DO 濃度、 D_{Lx}, D_{Ly} は x および y 方向の分散係数、 Q_0 は COD 発生源の強さ、 C_s は飽和 DO 濃度、 K_r, K_d, K_m はそれぞれ反応速度恒数、脱酸素恒数、再曝気係数である。

(2) 潮流の基礎方程式²⁾

Reynolds 方程式を水深方向に積分して

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial t} = - \left\{ \frac{\gamma^2}{H+h} \sqrt{u^2 + v^2} + 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right. \\ \left. + \frac{u}{H+h} \frac{\partial (H+h)}{\partial x} \right\} M \\ + \left\{ f - \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{u}{H+h} \frac{\partial (H+h)}{\partial y} \right\} N \\ - g(H+h) \frac{\partial h}{\partial x} + A_l f^2 M \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} = - \left\{ \frac{\gamma^2}{H+h} \sqrt{u^2 + v^2} + 2 \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right. \\ \left. + \frac{v}{H+h} \frac{\partial (H+h)}{\partial y} \right\} N \\ + \left\{ -f - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{v}{H+h} \frac{\partial (H+h)}{\partial x} \right\} M \\ - g(H+h) \frac{\partial h}{\partial y} + A_l f^2 N \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = - \left(\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} \right) \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $M=(H+h)u, N=(H+h)v, f$ および γ はコリオリ係数および抵抗に関する係数、 A_l は水平方向渦動拡散に関する係数とする。

(3) 初期条件および境界条件

図-1 のように、大阪湾をとりまく全境界を

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + B_1 + B_2 + \dots\dots\dots (6)$$

とし、外方に向う法線を $n(l_x, l_y)$ とする。 Γ_1, Γ_2 は同質の湾口であるが一応区別し、 $B_n (n=1, 2, \dots)$ は湾への流入河川境界を示す。

初期条件は $h(x, y, 0)=0, u(x, y, 0)=0, v(x, y, 0)=0, L(x, y, 0)=0, C(x, y, 0)=\text{const.}$ とする。

* 正 会 員 工博 神戸大学教授 工学部土木工学科
** 正 会 員 工修 神戸大学助手 工学部土木工学科
*** 学生会員 神戸大学大学院
**** 学生会員 神戸大学大学院

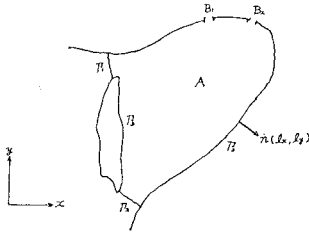


図-1 境界条件

a) 潮流の境界条件

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_1, \Gamma_2: h(t) &= H_m \sin(\sigma t - \theta) \\ \Gamma_3: u l_x + v l_y &= 0 \\ B_n: u l_x + v l_y &= q_n / (H + h) \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

ここに、 σ は M_2 潮の角速度、 H_m は振幅、 t は時刻、 θ は遅れ角、 q_n は法線方向単位幅当りの流出流量である。

b) 拡散の境界条件

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_1, \Gamma_2: L, C & \text{は一応既知とする} \\ \Gamma_3: (S_x l_x + S_y l_y) / \rho &= 0 \\ B_n: (S_x l_x + S_y l_y) / \rho &= S_n / (H + h) \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

ここに、 S_x, S_y は L, C いずれについてもそれらの x および y 方向への全流束を表わし、 S_n は法線方向単位幅当りの流出負荷量を示す。

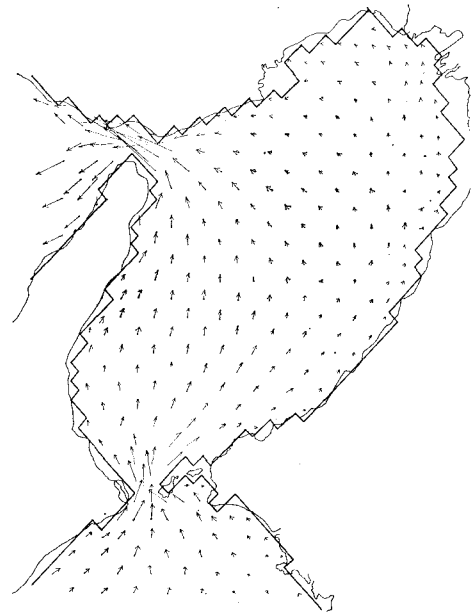


図-3 潮流の流向図 (24時間後)

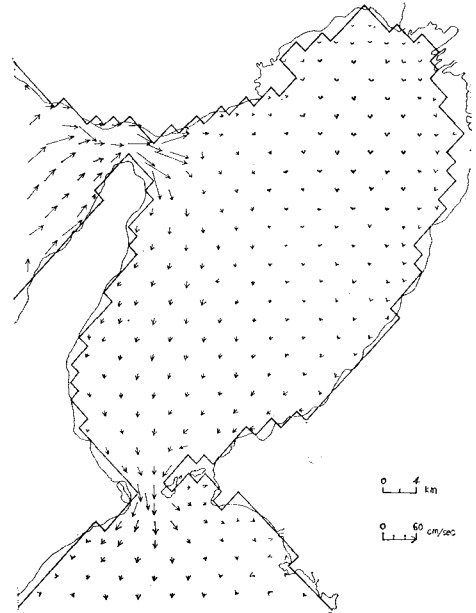


図-4 潮流の流向図 (28時間後)

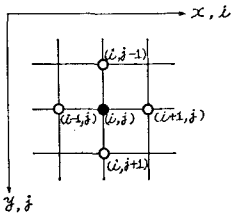


図-2 格子配列

3. 数値計算の手順

(1) 潮流計算⁷⁾

潮流については差分法により、リープフロッグスキームを適用した。式 (9) は水深に関する差分式の 1 例で、図-2 はその格子点配列を示す。

$$\frac{h_{i,j}^{t+\Delta t} - h_{i,j}^{t-\Delta t}}{\Delta t} = - \frac{M_{i+1,j}^t - M_{i-1,j}^t}{\Delta S} - \frac{N_{i,j+1}^t - N_{i,j-1}^t}{\Delta S} \dots \dots \dots (9)$$

ここに、 $\Delta t, \Delta S$ はそれぞれ時間および距離間隔を示す。 $f = 0.826 \times 10^{-4}$, $\gamma^2 = 2.6 \times 10^{-8}$, $A_i = 1.47 \times 10^5$, $\sigma = 28.984$ 度/時, $q_n = 0$ とし、 $\Delta S = 2$ km, $\Delta t = 30$ 秒として数値計算を実施した。図-3、図-4 はそれぞれ計算開始後 24 時間および 28 時間後の流向図である。図-3 は張潮状態、図-4 はこの張潮状態が終って落潮状態に移行している状態を示している。

(2) 拡散計算^{5), 6)}

ガラーキン有限要素法による定式化を試みた。図-5 のように三頂点三角形要素を用い、試行関数および形状関数を次式で与えた。

$$\tilde{L} = \sum N_i L_i, \quad \tilde{C} = \sum N_i C_i \dots \dots \dots (10)$$

$$N_i = \frac{1}{2\Delta} (a_i + b_i x + C_{0i} y) \dots \dots \dots (11)$$

ここに、 $a_i = x_j y_m - x_m y_j$,
 $b_i = y_j - y_m$, $C_{0i} = x_m - x_j$, Δ は要素三角形の面積を示す。
(1) 式についてその定式化を示すと、

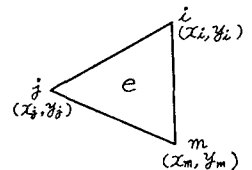


図-5 三角形要素図

$$\begin{aligned} \sum_{\epsilon} \iint \left\{ N_i \left(H \frac{\partial L}{\partial t} + Hu \frac{\partial L}{\partial x} + Hv \frac{\partial L}{\partial y} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\partial}{\partial x} \left(HD_{Lx} \frac{\partial L}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(HD_{Ly} \frac{\partial L}{\partial y} \right) \right. \right. \\ \left. \left. - H(Q_0 - K_r L) \right\} dA_{\epsilon} = 0 \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

2階微分の項に Gauss の定理を適用し、簡単のために $D=D_{Lx}=D_{Ly}$ とすると

$$\begin{aligned} \sum_{\epsilon} \iint \left\{ N_i \left(H \frac{\partial L}{\partial t} + Hu \frac{\partial L}{\partial x} + Hv \frac{\partial L}{\partial y} + K_r L - Q_0 \right. \right. \\ \left. \left. + HD \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial L}{\partial y} \right) \right\} dA_{\epsilon} \right. \\ \left. - \int_{\Gamma} N_i HD \left(\frac{\partial L}{\partial x} l_x + \frac{\partial L}{\partial y} l_y \right) d\Gamma \dots\dots\dots (13) \right. \end{aligned}$$

既知量 u, v, H についても $u=N_i u_i, v=N_i v_i, H=N_i H_i$ とし、上式に代入して整理すると、

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta\gamma} H_{\beta} \dot{L}_{\gamma} + R_{\alpha\beta\delta\gamma}^x H_{\beta} u_{\delta} L_{\gamma} + R_{\alpha\beta\delta\gamma}^y H_{\beta} v_{\delta} L_{\gamma} \\ + D(S_{\alpha\beta\gamma}^x H_{\beta} L_{\gamma} + S_{\alpha\beta\gamma}^y H_{\beta} L_{\gamma}) \\ + K_r P_{\alpha\beta\gamma} H_{\beta} L_{\gamma} + E_{\alpha} + F_{\alpha} = 0 \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

となる。ここに、 $\cdot$ は時間微分を表わし、

$$P_{\alpha\beta\gamma} = \iint N_{\alpha} N_{\beta} N_{\gamma} dA_{\epsilon} \dots\dots\dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} R_{\alpha\beta\delta\gamma}^x &= \iint N_{\alpha} N_{\beta} N_{\delta} \frac{\partial N_{\gamma}}{\partial x} dA_{\epsilon} \\ R_{\alpha\beta\delta\gamma}^y &= \iint N_{\alpha} N_{\beta} N_{\delta} \frac{\partial N_{\gamma}}{\partial y} dA_{\epsilon} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

$$\left. \begin{aligned} S_{\alpha\beta\gamma}^x &= \iint \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x} N_{\beta} \frac{\partial N_{\gamma}}{\partial x} dA_{\epsilon} \\ S_{\alpha\beta\gamma}^y &= \iint \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y} N_{\beta} \frac{\partial N_{\gamma}}{\partial y} dA_{\epsilon} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{\alpha} &= - \iint N_{\alpha} H Q_0 dA_{\epsilon} \\ F_{\alpha} &= \int_{\Gamma} N_{\alpha} HD \left(\frac{\partial L}{\partial x} l_x + \frac{\partial L}{\partial y} l_y \right) d\Gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

である。添字 $\alpha, \beta, \delta, \gamma$ の変化はいずれも i, j, k とする。さらに整理して次式をうる。

$$A_{\alpha\tau} \dot{L}_{\tau} + B_{\alpha\tau} L_{\tau} + \Omega_{\alpha} = 0 \dots\dots\dots (19)$$

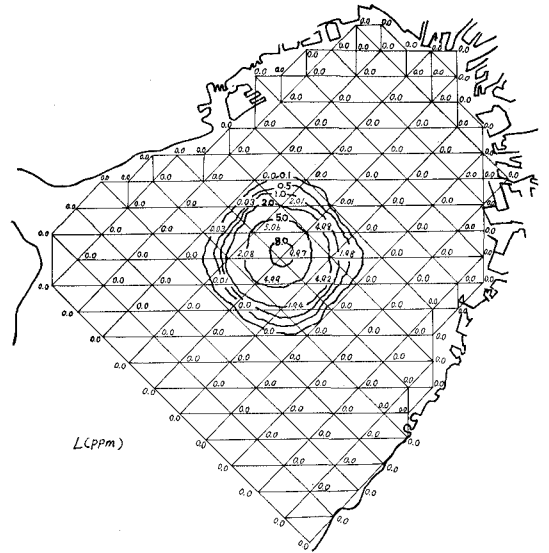
ここに、 $A_{\alpha\tau}, B_{\alpha\tau}$ および Ω_{α} はそれぞれ、 $\dot{L}_{\tau}, L_{\tau}$ の係数および残余の項を表わす。(19) 式に Crank-Nicholson の時間差分スキームを用いて整理すると最終的に次式をうる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{A_{\alpha\tau}}{\Delta t} + \frac{B_{\alpha\tau}}{2} \right) L_{\tau}^{n+1} &= \left(\frac{A_{\alpha\tau}}{\Delta t} - \frac{B_{\alpha\tau}}{2} \right) L_{\tau}^n - \Omega_{\alpha} \\ &\dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

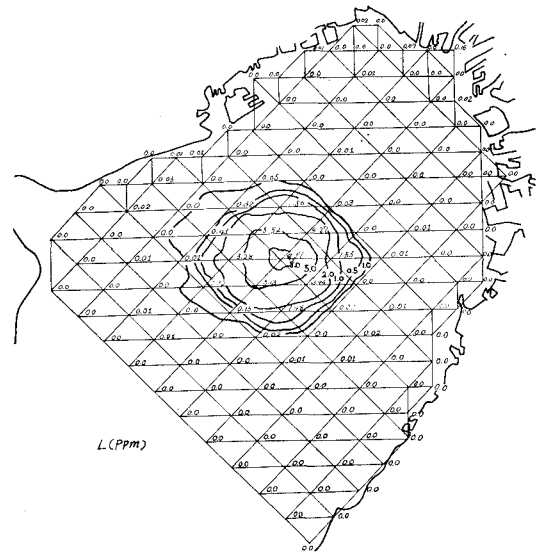
ここに、 n は時間ステップを表わす。

3. 計算結果

ここでは計算の第1歩として、河川からの汚濁負荷量 S_n を0とする。式(18)の E_{α}, F_{α} は0となる。汚濁負荷量は大阪湾の中央部で、数点による瞬間点源として

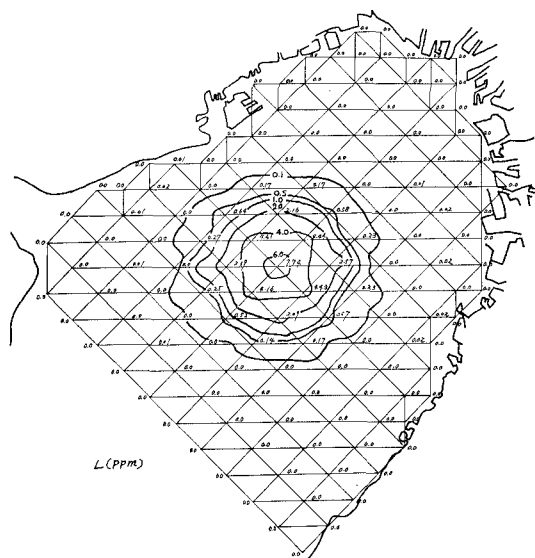


図—6 L の空間分布図 ($D=10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$, 1ステップ後)

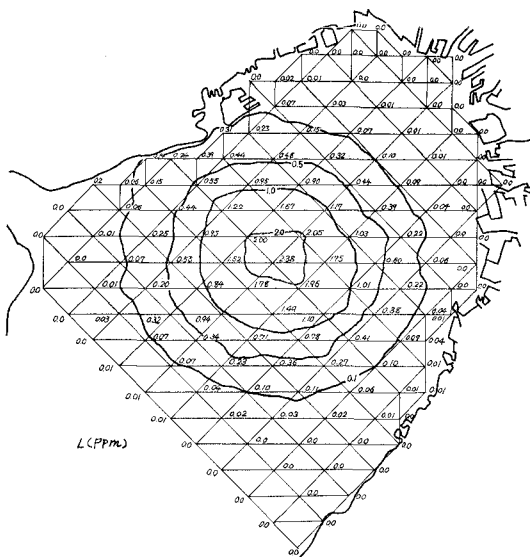


図—7 L の空間分布図 ($D=10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$, 21ステップ後)

与え、その負荷時点を潮流計算開始後24時間とした。 $\Delta t=10$ 分とし、図—6～9はこの場合の L の分布を示す。図—6, 7はそれぞれ $D=10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$, $K_r=0.75/\text{day}$ とした場合の1ステップ後および21ステップ後の状態を表わす。ステップ差が210分と短いので分布の時間変化は僅少である。このことは図—3, 4にみられるように、潮流の漲潮・落潮の遷移時間帯に対応して流速が小さいことにもよると考えられる。図—8, 9はそれぞれ $D=10^7 \text{ cm}^2/\text{s}$, $K_r=0.75/\text{day}$ とした場合の1ステップ後および11ステップ後の状態を表わす。分散係数を $10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$ か



図—8 L の空間分布図 ($D=10^7 \text{ cm}^2/\text{s}$, 1 ステップ後)



図—9 L の空間分布図 ($D=10^7 \text{ cm}^2/\text{s}$, 11 ステップ後)

ら $10^7 \text{ cm}^2/\text{s}$ に増大したわけであるが、ステップ差がより短いにもかかわらず、分布の時間変化が顕著である。これは流速の小さいこのような状態では分散係数の寄与が大きいことを示している。 K_r の値の設定についても評価した。これによって D , K_r の設定が計算結果におよぼす効果について若干の知見がえられた。

4. 結 語

計算の当初の目標は淀川、大和川などの流入汚濁負荷

を連続固定源として導入することであり、その試行を実施した。しかし、計算容量の増大、要素網の配列、およびこうした点源の取り扱いなどに難点をのこし、現在まだ有用な結果をえていない。本報告では大阪湾水質汚濁にかかわる一つの関連として、タンカー事故による重油流出を想定し、瞬間点源として負荷を導入した。要素数、227、節点数128であり、行列計算に Gauss 消去法、CG法などを用いた。今後 Frontal 法の導入を考えている。計算は京都大学大型計算機を使用した。

この研究は文部省科研費の補助を受けており、資料について、兵庫県、大阪府、三港建などの配慮を受けた。ここに付記して謝意とする。

参 考 文 献

- 1) 松梨順三郎・矢部泰久：有限要素法による不定流解析について，第29回土木学会年講概集 2，pp. 352-353，1974。
- 2) 松梨順三郎・中井茂喜：非定常流の FEM による解法に関する研究，第 31 回土木学会年講概集 2，pp. 23-24，1976。
- 3) 松梨順三郎・飯田幸夫・神吉和夫：湾内の水質汚濁解析について，特定 I (科研，環境汚染の検知と制御) 研究報告書 IV，pp. 293-305，1975，同 pp. 248-258，1976。
- 4) Grotkop, G.: Finite element analysis of long-period water waves, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 2, pp. 147-159, © North-Holland Publishing Company, 1973。
- 5) Taylor, C. and Davis, J. M.: Tidal propagation and dispersion, R. H. Gallagher, J. T. Oden, C. Taylor and O. C. Zienkiewicz ed., Finite Elements in Fluid, Vol. 1, pp. 95-118, 1975。
- 6) Davis, J. M.: An alternative subdomain method for modelling unsteady flow in coastal waters and lakes, Proc. Symposium, BHRA Fluid Engineering, Cranfield, Bedford, England, 1977。
- 7) 第三港湾建設局，大阪湾潮流高潮計算報告書，p. 88，1971。
- 8) 第三港湾建設局，大阪湾における汚染物質の拡散計算報告書，p. 162，1971。
- 9) 金子安雄・堀江 毅・村上和男・上野信行・久保正則：大阪湾の潮流と物質拡散に関する模型実験，港湾技術研究所報告，No. 3，Vol. 12，pp. 99-201，1973。
- 10) 兵庫県：兵庫県環境白書，p. 475，1974，同，p. 396，1975。
- 11) 大阪府：大阪府下河川等水質調査結果報告書，p. 561，1973，同，p. 583，1974。
- 12) 速水頌一郎・宇野木早苗・中野猿人・渡辺信雄：瀬戸内海における海水の交流と物質の拡散，東海大学海洋学部，p. 68，1970。
- 14) 樋口明生：潮流水理模型実験，水工学に関する研修講義集，B，土木学会水理委員会，p. 25，1974。