

長径間ゲートの接水たわみ振動 第1報

——無限水路中での平板の付加水質量——

巻 幡 敏 秋*・有 馬 健 次**

1. 緒 言

最近、河口ぜきなどに設置されるゲートは、大流量に対して十分能力の発揮できる長径間のものが多くなりつつある。これらのゲートにおいて放流水の変動によって起因するたわみ振動（水平曲げ振りおよび上下振動）が設計上問題となってきた。

Allersma が板としてのゲートの剛体振動に対する2次元付加水質量を理論および実験で求めており¹⁾、著者らの1人はシュル構造ローラ型式の長径間ゲートを対象にした起振機実験を実施し、水平曲げおよび上下振動に対する実測付加水質量係数を求めた²⁾。著者の知る限りでは、長径間ゲートのたわみ振動に対する付加水質量算定方法についてはまだ余り研究されていないようである。

本論文は長径間ゲートのたわみ振動の基礎的研究の第1段階として、ゲートを等方性板に置き換え、無限長開水路中のゲートを閉じた場合に対応する1辺自由3辺支持の長方形板の水平固有振動に対して、Ritz法を利用した流力弾性学的解析法を用いて数値計算を系統的に実施した。これらの解析結果より、単一平板における空中と水中との固有振動モードの差を明らかにし、さらに付加慣性係数を求めて、空中固有振動数を修正することにより水中固有振動数が算定できる近似式を提案した。

2. 流力弾性学的解析方法

流力弾性学的解析方法には有限要素法による解法³⁾、微分方程式による解法、Ritz法による解法が主なものである。有限要素法による解法は任意形状を有する弾性体に対して可能であるが長い計算時間を要する。また、微分方程式による解析は積分方程式に帰着し、正解を得ることが困難である。本論では計算時間が比較的短かく、解法が容易であるRitz法を用いた。

2.1 ゲートのひずみエネルギーおよび運動エネルギー

図-1は無限水路に設けられた1辺自由3辺支持***

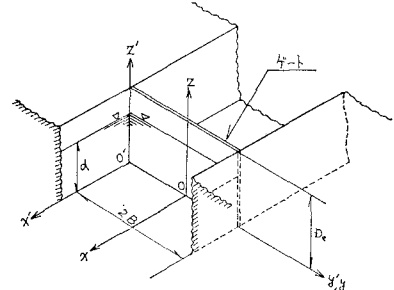


図-1 ゲートのモデル化および座標系

である等方性板に単純化したゲート ($2B \times D_e \times l$) とその座標系を示している。

ゲートのひずみエネルギー U および運動エネルギー T_E は

$$U = \frac{1}{2} D \int_0^{D_e} dz \int_{-B}^B \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \right)^2 \right\} \right] dy \quad (1)$$

$$T_E = \frac{1}{2} \frac{\gamma l}{g} \int_0^{D_e} dz \int_{-B}^B \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dy \quad (2)$$

ただし、

$$D = \frac{E l^3}{12(1-\nu)} \quad (3)$$

であり、 E は弾性係数、 ν はポアソン比、 w は x 方向のたわみ、 γ はゲートの比重量である。(1)、(2) 式に対して無次元化 $\xi = y/B$, $\eta = z/D_e$, $\zeta = w/D_e$ を施し、 ζ をゲートの幾何学的境界条件を満足する関数

$$\zeta = \sum_i \sum_j a_{ij} \eta^j \cos \frac{i}{2} \pi \xi \quad (4)****$$

を置くと、 ω を円振動数とする調和振動 $\zeta = \zeta \sin \omega t$ の場合、 U および T_E の最大値 $U_{\max}$ および $T_{E\max}$ は

$$U_{\max} = \frac{1}{2} \frac{D l^3}{\alpha} \int_0^1 d\eta \int_{-1}^1 \left\{ -\alpha^2 \sum_i \sum_j a_{ij} \left(\frac{i\pi}{2} \right)^2 \eta^j \cos \frac{i\pi}{2} \xi \right. \\ \left. + \sum_i \sum_j a_{ij} j \cdot (j-1) \eta^{j-2} \cos \frac{i\pi}{2} \xi \right\}^2 \\ - 2(1-\nu) \alpha^2 \left\{ \left(-\sum_i \sum_j a_{ij} \left(\frac{i\pi}{2} \right)^2 \eta^j \cos \frac{i\pi}{2} \xi \right) \right.$$

* 正会員 工修 日立造船(株)技術研究所 流体研究室主任研究員

** 正会員 工修 日立造船(株)技術研究所 強度研究室

*** これはゲート全開に対する条件であり、開いた場合には両側支持、上・下端自由である。

**** ゲート中心線に対して対称モードである。

$$\begin{aligned} & \times \left(\sum_j a_{ij} j \cdot (j-1) \eta_j^{j-2} \cos \frac{i\pi}{2} \xi \right) \\ & - \left(\sum_j a_{ij} j \left(\frac{i\pi}{2} \right) \cdot j \eta_j^{j-1} \sin \frac{i\pi}{2} \xi \right)^2 \Bigg] d\xi \\ & \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{B \max} &= \frac{1}{2g} \gamma \bar{t} D_e^3 B \omega^2 \\ & \times \int_0^1 d\eta \int_{-1}^1 \left(\sum_j a_{ij} j \eta_j^j \cos \frac{i\pi}{2} \xi \right)^2 d\xi \\ & \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここに,

$$\alpha = D_e/B \dots\dots\dots (7)$$

2.2 流体の運動エネルギー

水路内の流体の速度ポテンシャル ϕ に対する境界条件は

$$\left. \begin{aligned} x'=0 &: \frac{\partial \phi}{\partial x'} = \frac{\partial w}{\partial t} \\ y'=0, 2B &: \frac{\partial \phi}{\partial y'} = 0 \\ z'=0 &: \frac{\partial \phi}{\partial z'} = 0 \\ z'=d &: \phi = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

Laplace の方程式および (8) 式中の下3式を満足する ϕ は

$$\begin{aligned} \phi &= \sum_i \sum_j C_{ij} \cos \frac{i\pi}{2B} y' \cos \frac{j\pi}{d} z' e^{a_{ij} x'} \dots\dots\dots (9) \\ & (i=j-1/2) \end{aligned}$$

ただし,

$$q_{ij}^2 = \left(\frac{i\pi}{2B} \right)^2 + \left(\frac{j\pi}{d} \right)^2 \dots\dots\dots (10)$$

(4) 式および (8) 式中の1番上の式を考慮すると, (9) 式の未定定数 C_{ij} が決定され,

$$C_{ij} = - \frac{D_e^2 \beta \omega}{q'_{ij} \pi} \sum_k \sum_l a_{kl} b_{kl} \bar{C}_{ij} \dots\dots\dots (11)$$

となる。ここに,

$$\left. \begin{aligned} b_{kl} &= \int_{-2}^2 \cos s\pi(\xi'-1) \cdot \cos \frac{i\pi}{2} \xi' d\xi' \\ \bar{C}_{ij} &= \int_0^{1/\beta} \eta'^i \cos i\pi \beta \eta' d\eta' \left(s=k-\frac{1}{2} \right) \\ q'_{ij} &= \sqrt{(i\alpha/2)^2 + (\hat{t}\beta)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ただし,

$$\beta = \frac{D_e}{d} \dots\dots\dots (13)$$

であり, 前節と同様に無次元化 $\xi' = y'/B$, $\eta' = z'/D_e$ を施している。流体の運動エネルギー T_w の最大値 $T_{w \max}$ は

$$\begin{aligned} T_{w \max} &= - \frac{\rho}{2} D_e^2 B \omega \int_0^2 d\xi' \int_0^{1/\beta} d\eta' \left(\sum_i \sum_j C_{ij} \cos \frac{i\pi}{2} \xi' \right. \\ & \quad \cdot \cos i\pi \alpha \eta' \Bigg) \left(\sum_k \sum_l a_{kl} \eta'^l \cos \frac{k\pi}{2} (\xi'-1) \right) \\ & \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

2.3 振動数方程式

図一1 に示す等方性弾性板と流体とからなる場が保存系とすると

$$U_{\max} = (T_B + T_w)_{\max} \dots\dots\dots (15)$$

が成立し, 固有値 λ^2 を

$$\lambda^2 = \frac{\gamma \bar{t} D_e^4 \omega^2}{Dg} \dots\dots\dots (16)$$

と定義すると, (15) 式より λ^2 を導出して停留条件

$$\frac{\partial(\lambda^2)}{\partial a_{kl}} = 0 \dots\dots\dots (17)$$

を適用すると, 次の連立方程式を得る。

$$[A_{k \cdot (l-1)+l, m \cdot (n-1)+m}][a_{kl}] = [0] \dots\dots\dots (18)$$

ここに, マトリックス $A_{k \cdot (l-1)+l, m \cdot (n-1)+m}$ の各要素 $A_{k \cdot (l-1)+l, m \cdot (n-1)+m}$ は

$$\begin{aligned} & A_{k \cdot (l-1)+l, m \cdot (n-1)+m} \\ & = \delta_{km} \left\{ \frac{P_m^2}{n+l+1} - \frac{P_m \{n \cdot (n+1) + l \cdot (l+1)\}}{n+l+1} \right. \\ & \quad + \frac{n \cdot (n-1) \cdot l \cdot (l-1)}{n+l-3} \\ & \quad + (1-\nu) P_m \frac{n \cdot (n-1) + l \cdot (l-1) + 2nl}{n+l-1} \\ & \quad \left. - \frac{\lambda^2}{n+l+1} \right\} - \lambda^2 W_D \sum_i \sum_j \frac{1}{q'_{ij}} b_{ki} b_{mi} \bar{C}_{ij} \bar{C}_{nj} \\ & \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

上式中, δ_{km} はクロネッカーのデルタ関数であり, P_m , W_D は

$$\begin{aligned} P_m &= \alpha^2 \left(m - \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2, \quad W_D = \frac{\rho g}{\gamma} \cdot \frac{D_e}{\bar{t}} \cdot \frac{\beta}{4\pi} \\ & \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

(18) 式の係数行列 A の行列式を 0 とおくことにより振動数方程式が得られる。なお, 数値解析に際して (4) 式中の i, j は

$$i, j = 1, 3, 5, 7, 9 \dots\dots\dots (21)$$

(12) 式の1番上の式中の i は

$$i = 50 \dots\dots\dots (22)$$

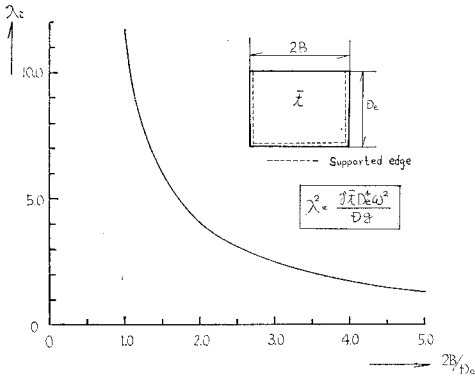
までのおおの考慮した。本論では $\rho g/\gamma = 0.5$ および $D_e/\bar{t} = 50.0$ として全て計算を実施した。

3. 計算結果

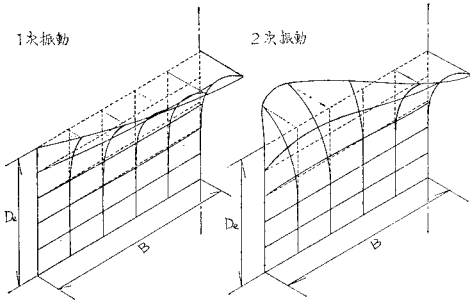
3.1 空中振動

(19) 式において $W_D = 0$ とすると空中固有振動に対する方程式になる。図一2 は縦横比 $2B/D_e$ と1次振動の λ との関係を示している。対象を長径間ゲートということにより, $2B/D_e < 1.0$ の範囲を計算から除外した。 $2B/D_e = 1.0$ に近づくにつれ $\lambda = 11.685$ に急激に近づく。

図一3 は $2B/D_e = 2.5$ における対称1次・2次振動モードの計算例である。同モードは上部変位に比べ, 下部のそれは極端に小さくなっている。



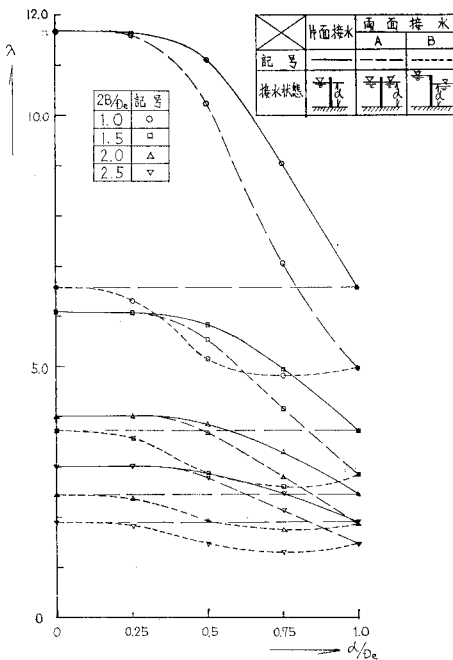
図—2 空中振動における固有値 (最低次)



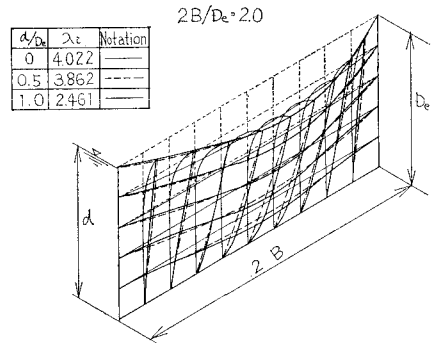
図—3 空中固有振動モード

3.2 片面接水振動

図—4 は片面接水振動に対して水深と λ との関係を示している。同図より、水深比 $d/D_e < 0.5$ では水深の λ に対する影響は小さいが $d/D_e > 0.5$ では大きくなり、 $2B/D_e$ の小さい背の高い板において特に顕著であることが分



図—4 喫水変化に対する λ_i の変化



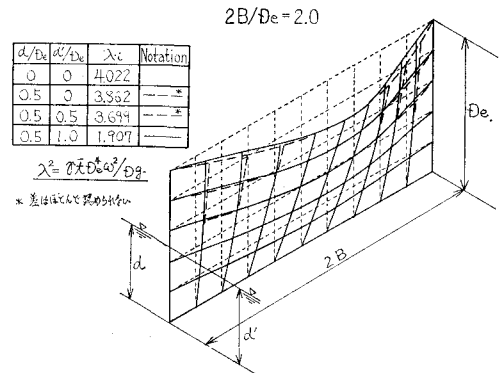
図—5 空中固有振動モードおよび水中固有振動モード (片面接水)

る。これは 図—3 より推測されるように、空中振動モードの振幅が $z/D_e < 0.5$ では非常に小さいために水の影響が小さく、 $z/D_e \geq 0.5$ において上部振幅が大きくなるので水の影響が大きくなって来ると思われる。図—5 には水深変化による水中振動モードの変化を $2B/D_e = 2.0$ について図示している。空中・水中振動モードの差は大きく、また水深の増加が中央下部の振幅を中央上部のそれに対して相対的に大きくするようである。

3.3 両面接水振動

本節では、ゲート両面の水深が等しい場合 (以後両面接水 A と呼ぶ) およびゲート片面の水深が D_e に等しく保った状態で他面の水深が変化する場合 (以後両面接水 B と呼ぶ) の 2 種類について解析を行なった。

図—4 中に、両面接水 A および B の場合における水深の λ への影響をも併記した。両面接水 A の λ の曲線は片面接水のものと同く似た傾向を持っているが、 d/D_e が 1.0 に近づくに伴い、曲線の減少率が後者より著しい。しかしながら、両面接水 B の λ の曲線は $d/D_e = 1.0$ における片面接水・両面接水 A の λ の値を結ぶ曲線であり、 $d/D_e = 0.75$ あたりで極小点を有している。これは $d/D_e = 0.75$ あたりで水の影響が一番強いことを示しており、ゲートおよび流体に関する多くの因子で決定される固有振動モードの形状に起因するものであろう*。



図—6 両面接水時の水中固有振動モード

* 次章において再び論じる。

図-6 は両面接水の水中固有振動モードに関する計算例 ($2B/D_e=2.0$) を示している。片面接水時のモードと両面接水のそれとの差はほとんど認められないが、両面接水 A および B におけるモード間の差は両端上部に見られる。

4. 水中固有振動数の近似算定式

造船分野において、板の全面に等分布の付加水質量が付加する*という仮定のもとで、付加慣性係数 ϵ

$$\epsilon=(f_a/f_w)^2-1=(\lambda_a/\lambda_w)^2-1 \dots\dots\dots(23)$$

と定義して、板の水中固有振動数 f_w を空中固有振動数 f_a から近似的に求める式†)

$$f_w=f_a/\sqrt{1+\epsilon} \dots\dots\dots(24)$$

を用いている。ただし、 λ_a および λ_w を各々空中および水中時の固有値である。

前章で得た数値解析結果より (23) 式を用いて $d/D_e=1.0$ の付加慣性係数 ϵ_a を片面接水および両面接水について求めると図-7 となる。両者の曲線は良く似た形状であり、 $2B/D_e>3.0$ において両面接水では $\epsilon_a=3.12$ 、片面接水では $\epsilon_a=1.49$ の一定値に収束する。剛体振動と異なり、両面接水の ϵ_a は片面接水 ϵ_a の 2 倍の値より若干大きい**。

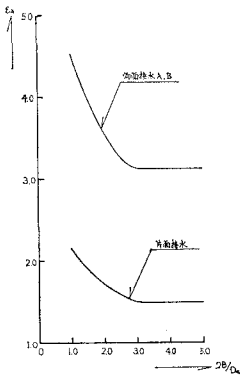


図-7 付加慣性係数 ϵ_a

任意の水深における付加慣性係数 ϵ_a と ϵ との比、水深影響係数 E_a

$$E_a=\epsilon_a/\epsilon \dots\dots\dots(25)$$

を図示すると図-8 となる。ただし、この曲線は各縦横比の値の平均値を示している。片面接水および両面接水 A の E_a は同じとなり、 $d/D_e=1.0$ に近づくにつれ図-4 に対応して急激に 1.0 となる。一方、両面接水 B の E_a は $d/D_e=0.75$ あたりで $E_a=1.20$ となる極大値を持つ曲線になる。これは前章でも述べたように振動モードに関連して起るものである。図-9 は両面接水 B の

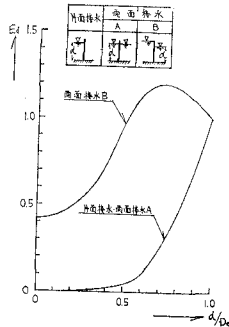


図-8 水深影響係数 E_a

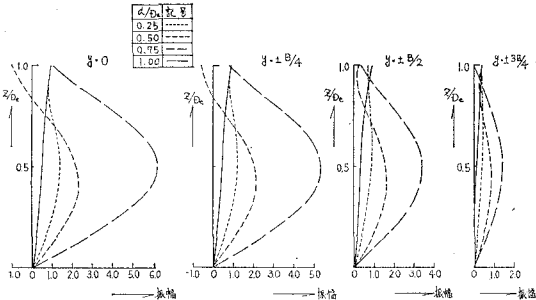


図-9 水深の振動モードへの影響 (両面接水 B)

$2B/D_e=1.0$ の計算例であるが、水深の振動モードに対する複雑な影響を示しており、 $d/D_e=0.75$ あたりの振動モードは水の影響が大きくなるような形状となっている。

以上のことより、1 辺自由 3 辺支持の境界条件を有する長方形板の水中振動の固有値に対する近似算定式として、(24) 式と同様に

$$\lambda'_w=\lambda_a/\sqrt{1+E_a\epsilon} \dots\dots\dots(26)$$

を得る。表-1 は $2B/D_e=2.0$ の場合について (26) 式を用いて得た固有値 λ'_w と本解析法より得た固有値を示している。両者はほぼ一致しており、(26) 式は使用に耐えられると思われる。

表-1 水中振動の固有値 ($2B/D_e=2.0$)

接水条件		両 面 接 水	
		A	B
0.75	ϵ_a	1.710	3.733
	E_a	0.323	1.195
	λ'_w	3.276	1.726
	λ_w	3.309	1.742
1.0	E_a	1.0	1.0
	λ'_w	2.450	1.854
	λ_w	2.450	1.854

注: $\lambda_a=4.034$
 λ'_w は (26) 式より算定
 λ_w は本解析法より算定

* 言い換えると、空中および水中の振動モードが等しい。
** 両者の振動モードの形状が異なってくることに由来し、(19) 式の W_D が 2 倍からのずれを決定する。

5. 結 言

以上の考察より次の結論が得られた。

- (1) 1 辺自由 3 辺支持の長方形板の水中固有振動数 f_w は、空中固有振動数 f_a を知ると次式により近似的に求められる。

$$f_w = f_a / \sqrt{1 + E_a \varepsilon_a} \dots\dots\dots (27)$$

- (2) 空中および水中の固有振動モードの形状において相異が認められる。

最後に、本研究を行なうに際して終始適切な助言を与えて下さった日立造船（株）技術研究所主任研究員近藤

淳博士、松本互平博士および関係各位に感謝の意を表する次第です。

参 考 文 献

- 1) Allersma, E.: The Virtual Mass of a Submerged Sluice Gate, I.A.H.R., 8th Congress, Montreal, 1959.
- 2) 巻幡敏秋 他：長径間シエル構造ゲートの流体力について (1), 水門鉄管, No. 93, pp. 31~36, 昭 51.
- 3) 広渡智雪・松本互平：流体中の弾性体の振動について, マトリックス構造解析講演論文集, 日本鋼構造協会第3回大会研究集会, pp. 520~529, 昭 44.5.
- 4) 鬼頭史城：矩形水槽壁の接水振動について (第一報), 造船協会論文集, 第 106 号, pp. 75~81, 昭 34.11.