

# 水面付近の矩形水平版に作用する水平波力

谷 本 勝 利\*・高 橋 重 雄\*

## 1. ま え が き

外海に建設される固定式のシーバースでは、ドルフィンなど構造物に作用する波力に対する検討が必要となる。その際、下部構の杭など海中部材に作用する波力については多くの研究成果があり、いわゆる Morison 式を用いて一応算定可能である。一方上部構については、一般の海洋構造物では波力が作用しないように十分高く設けるのが普通であるため、ほとんど研究されていない。しかしながら、シーバースのドルフィンなどにおいては、その利用条件あるいは作業条件等から、波の作用を許容する場合があります。波力の評価が必要である。

本研究はこうしたドルフィン上部工を対象として、水面付近に固定された有限厚の矩形水平版に作用する波力の実用的算定法を求めることを目的としたものである。このような水平版には水平波力と垂直波力すなわち揚圧力が作用することになるが、本稿においてはそのうち水平波力についてのみ述べることにする。

## 2. 波力算定の基本式

一般に、波動の場が大きく乱されない水中に固定された小物体に働く波力  $F$  は、水粒子の加速度  $\alpha$  に比例する慣性力  $F_I$  と水粒子速度  $u$  の自乗に比例する抗力  $F_D$  の和で次のように与えられる。

$$F = F_I + F_D = C_M \frac{w_0}{g} \alpha V + C_D \frac{w_0}{2g} |u| u A \quad \cdots (1)$$

ここに、 $C_M$ 、 $C_D$  は慣性力及び抗力係数、 $w_0$  は流体の単位体積重量、 $g$  は重力の加速度、 $V$ 、 $A$  は物体の体積及び投影面積である。

一方、物体が大きくなると慣性力が卓越するようになる。こうしたところでの波力は次のかたちで表わされることも多い。

$$F_F = (\text{Froude-Krilov の力}) + (\text{散乱波による力}) \quad \cdots (2)$$

ここに、Froude-Krilov の力は入射波による物体境界での圧力による力で、位相の問題を別にすれば式 (2) は次式のように近似できる。

$$F_F = C_F (\text{Froude-Krilov の力}) \quad \cdots (3)$$

係数  $C_F$  は散乱波の影響による Froude-Krilov の力に対する補正係数である。式 (1) の慣性力  $F_I$  と式 (3) による  $F_F$  は物体中心での加速度に比例する力とするか、周辺境界における圧力を用いるかの違いである。図-1 に例として直立円筒に対する係数  $C_M$  と  $C_F$  を比較して示した。これからもわかるように、 $C_M$  と  $C_F$  は一般には違った値となるが、

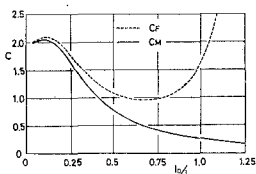


図-1 円筒の場合の  $C_M$ 、 $C_F$

極小物体に対しては圧力勾配が加速度と同じであるため一致する。

さて、本研究で対象としている物体は水面付近に固定されたある程度の大きさを有する水平版であり、波の波

頂面付近の一部分のみが作用する状態を含み、取り扱いが複雑となる。簡単のため、図-2 に示しているように平面的には一辺の長さが  $l_D$  の正方形、厚さは  $h_D$  の矩形体とし、かつ波向きがその一辺に直角な場合、すなわち図において  $\beta = 0^\circ$  の場合のみを対象とすることにする。そして、このときの波力を式 (3) の  $F_F$

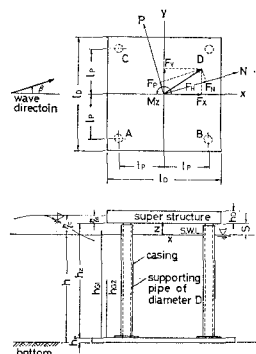


図-2 ドルフィン模型

と水粒子速度の自乗に比例する抵抗力  $F_R$  の和として次式で表わされるものと仮定する。

$$F_x = F_{Fx} + F_{Rx} \quad \cdots (3)$$

$$F_{Fx} = C_F l_D \int_s^{s_{\max}} \{p_{x=-l_D/2} - p_{x=l_D/2}\} dz \quad \cdots (4)$$

$$F_{Rx} = C_R \frac{w_0}{4g} l_D \times \int_s^{s_{\max}} \{ (u|u)|_{x=-l_D/2} + (u|u)|_{x=l_D/2} \} dz \quad \cdots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} s_{\max} &= \eta, & s \leq \eta \leq s + h_D \\ &= s + h_D, & \eta > s + h_D \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $s$  は水平版下面の、 $\eta$  は波面の  $z$  座標であり、 $z$  軸は静水面に原点、上向きを正とする。 $p, u$  は物体がないとしたときの入射波による圧力及び水粒子の  $x$  方向速度成分である。

式(5)の速度の自乗の項は水平版前後面での速度の自乗の平均を用いることにしたもので、水平版が十分に水中に没し、かつ前後面における水粒子速度の変化が無視できる場合には、係数  $C_R$  は抗力係数に一致する筈である。水面付近においては、こうした形状抵抗のほか表面にある効果すなわち造波抵抗などを含むものである。

一方、式(4)における圧力  $p$  は波面付近を考える限り、次式で近似しても大差ない。

$$p = w_0(\eta - z) \dots\dots\dots (7)$$

結局、式(4)における  $p$  として式(7)を用い、前後面における波力の差のかたちで式(3)を表わすと次のようになる。

$$\begin{aligned} F_x = & \left\{ C_F l_D w_0 \int_s^{s_{\max}} (\eta - z) dz \right. \\ & + C_R \frac{w_0}{4g} l_D \int_s^{s_{\max}} u |u| dz \left. \right\} \Big|_{x=-l_D/2} \\ & - \left\{ C_F l_D w_0 \int_s^{s_{\max}} (\eta - z) dz \right. \\ & \left. - C_R \frac{w_0}{4g} l_D \int_s^{s_{\max}} u |u| dz \right\} \Big|_{x=l_D/2} \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

ここで右辺第2項の  $\{ \}$  内が負になるときには、これを0とする。以上の仮定による波力について、三次元模型実験を行なうことにより、係数  $C_F, C_R$  を検討することにする。

### 3. 模型及び波力の測定法

水平版に作用する波力は前掲図-2に示したように、歪みゲージを貼付した4本のアクリルパイプ支持4脚柱固定構造物の上部工に働く波力による応答を測定することによって検討することにした。この支持柱には波力が直接作用しないようにさらにケーシングを設けてある。模型は2基製作し、その幾何学的諸元は表-1に示したとおりである。 $h_D$  はともに8cm、 $l_D$  は72cmと32cmであり、これらをそれぞれMD1、MD2と呼ぶ。表-1において、 $h_{g1}, h_{g2}$  は固定底端からの歪みゲージ貼付高さ、 $t$  はパイプの肉厚である。支持柱は上部工及び底

板に完全に固定した。

支持柱の歪み測定による上部工に作用する波力算定の原理は以下のとおりである。ただし、 $x$  方向にのみ波力が作用する場合について述べる。

上部工に  $x$  方向の力  $F_x$  が作用したとき、上部工は同方向に  $x_0$  だけ変位する。支持柱  $A, B, C, D$  上端における変位もこれに等しく、反力  $R_x$  は次式で与えられる。

$$R_{x(A,B,C,D)} = -\frac{12EI}{h_z^3} x_{(A,B,C,D)} \dots\dots\dots (9)$$

ここに、添字  $A, B, C, D$  はそれぞれ各支持柱での値を表わす。 $EI$  は曲げ剛性、 $h_z$  は支柱の高さである。

固定底端から高さ  $h_g$  の位置に貼付したゲージに検出される曲げ歪み  $\epsilon_{bx}$  は

$$\epsilon_{bx(A,B,C,D)} = \frac{6D}{h_z^2} \left( \frac{h_g}{h_z} - \frac{1}{2} \right) x_{(A,B,C,D)} \dots\dots\dots (10)$$

したがって、動的効果を含めた見掛けの波力  $F_{xa}$  は次式で与えられることになる。

$$F_{xa} = K_D x_0 \dots\dots\dots (11)$$

$$= K_D \epsilon_{bx(A,B,C,D)} / \mu_b \dots\dots\dots (12)$$

$$K_D = 4 \frac{12EI}{h_z^3} \dots\dots\dots (13)$$

$$\mu_b = \frac{6D}{h_z^2} \left( \frac{h_g}{h_z} - \frac{1}{2} \right) \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $D$  は支持パイプの外径である。

一方、上部工の動的釣合条件から次式を得る。

$$m \ddot{x}_0 + q \dot{x}_0 + K_D x_0 = F_x \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $m$  は上部工の等価質量、 $q$  は線型減衰係数である。 $F_x$  は式(3)あるいは式(8)において係数  $C_F, C_R$  を適当に仮定することによって与えられるから、これに対し式(15)を逐次数値的に解くことが可能である。こうして求めた  $x_0$  を用いて式(11)により、 $F_{xa}$  を求めることができる。そして、この計算値と測定曲げ歪みから求めた値を比較することにより、真の波力を与える係数  $C_F, C_R$  を検討する。その際、波力算定式中の  $\eta, u$  は Stokes 波の第3次近似理論によって与えることにした。

表-2 模型の特性試験結果

|     | $a_b$<br>(kg)      | $K_D$<br>(kg/cm) | $E$<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | $T_n^*)$<br>(sec) | $\beta$ |
|-----|--------------------|------------------|------------------------------|-------------------|---------|
| MD1 | $3.24 \times 10^4$ | $8.25 \times 10$ | $4.88 \times 10^4$           | 0.151             | 0.05    |
| MD2 | $1.31 \times 10^4$ | $2.77 \times 10$ | $4.51 \times 10^4$           | 0.124             | 0.04    |

\*)  $h=74$  cm の場合

表-1 模型の幾何学的諸元

|     | $l_D$<br>(cm) | $l_p$<br>(cm) | $h_D$<br>(cm) | $h_z$<br>(cm) | $h_e$<br>(cm) | $h_{g1}$<br>(cm) | $h_{g2}$<br>(cm) | $D$<br>(cm) | $t$<br>(cm) | $W_s$<br>(kg) |
|-----|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|------------------|------------------|-------------|-------------|---------------|
| MD1 | 72            | 28.5          | 8             | 71            | 3             | 69               | 35.5             | 4.48        | 0.5         | 30.1          |
| MD2 | 32            | 10.0          | 8             | 65            | 9             | 63               | 32.5             | 3.20        | 0.4         | 7.75          |

表-2 に水平載荷試験から求めたバネ定数  $K_D$  及び静水中の自由振動試験から求めた固有振動周期  $T_n$ 、減衰定数  $\beta$  などの値を示しておいた。ただし、ここに  $a_b$  は  $K_D/\mu_b$  である。

#### 4. 実験ケース

実験ケースは表-3に示しているとおりである。ドルフィン模型2ケース、静水面と上部工底面のクリアランス  $s$  は水深を変化させることにより5ケース、周期4ケース、波高は各条件により4~8ケースである。

表-3 実験ケース

|                       | 実験条件                       | ケース数 |
|-----------------------|----------------------------|------|
| ドルフィン模型<br>$l_D$ (cm) | MD1, MD2<br>72, 32         | 2    |
| クリアランス $s$ (cm)       | 8, 4, 0, -4, -8            | 5    |
| 水深 $h$ (cm)           | 66, 70, 74, 78, 82         |      |
| 周期 $T$ (sec)          | 2.98, 2.12, 1.56, 1.13     | 4    |
| $h/L$ ( $h=74$ cm)    | 0.096, 0.143, 0.216, 0.359 |      |
| 波高 (cm)               | 約 12~34                    | 4~8  |

$l_D/L$  は MD1 で 0.093~0.349, MD2 で 0.042~0.155, 代表長さ  $l_D$  にとったときの Reynolds 数及び Froude 数は, MD1 で  $(2.1\sim6.1)\times 10^5$  及び 0.11~0.32, MD2 で  $(0.9\sim2.7)\times 10^5$  及び 0.16~0.47 である。ただし,  $u$  は Stokes の第3次近似理論による静水面での最大水平水粒子速度成分を用いた。

図-3は波頂高  $\eta_c$  について、波高を横軸にとって測定値と計算値を示したものである。周期の長い条件については計算値がやや大きい値を示すが、全体的にはほぼ許容できる差といえる。

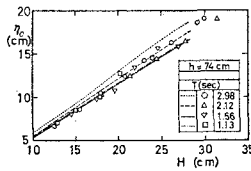


図-3  $\eta_c/H$  の測定値と Stokes 第3次近似波との比較

#### 5. 実験結果及び考察

##### (1) 波力の時間変化

図-4は静水時に上部工が半没する条件での波力の時間的変化を示したものである。歪み測定から求めた見掛け水平波力  $F_{xa}$ , 計算から求めた前後面での波力の分力  $F_F, F_R$ , 合力  $F_x$ , 見掛けの波力  $F_{xa}$ , 前面における水位  $\eta$  を示している。ただし, 計算による値は後述の  $C_F, C_R$  を用いて求めたものである。測定及び計算による  $F_{xa}$  を比較すると, 正のピーク付近では計算値が, 負のピーク付近では測定値が, 絶対値でやや小さい。すなわち波力の正負における非対称性は測定値の方が顕著に現われている。これは  $C_F, C_R$  の係数の与え方によるほか, 計算における  $F_F$  を正負対称としていることによる違いと思われる。また, 測定値には固有振動が現われており, 動的効果の影響の違いも一因として考えられる。以下計算結果に基づいて若干説明を加える。

この場合, 上部工は静水時において半没状態であるた

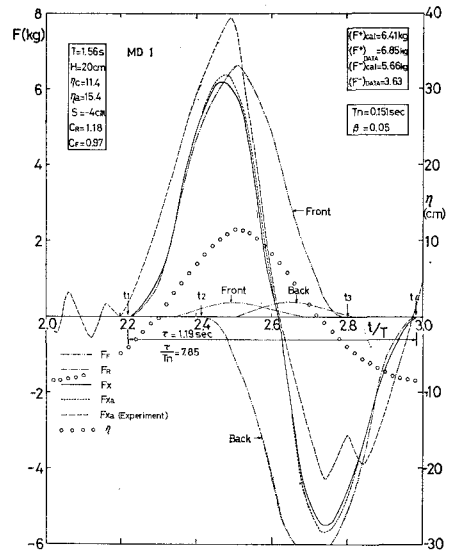


図-4 測定及び計算による波力の時間的変化 (MD1,  $T=1.56$  sec,  $H=20$  cm,  $s=-4$  cm)

め, 波力の作用時間  $\tau$  は  $t_1$  から  $t_4$  までの 1.19 sec とかなり長い。そのうち前面に作用している時間は  $t_1\sim t_3$ , 後面に作用している時間は  $t_2\sim t_4$  で,  $t_2\sim t_3$  間は同時に作用する。波力の分力  $F_F$  と  $F_R$  は図の前後面での値の和となり,  $\tau/2$  を中心として  $F_F$  は逆対称,  $F_R$  は対称となる。本条件の場合, 同一面においても  $F_F$  が大きく, かつ  $l_D/L$  が大きいので, すなわち  $t_1, t_2$  の時間間隔が大きいため前後面での圧力差も大きくなるので,  $F_F$  が  $F_R$  より卓越する。また,  $F_x$  の正及び負のピーク時刻も  $F_F$  のそれと大差ないことがわかる。これに対し, 図-5はクリアランスが大きく, 波頂面付近のわずかし波が作用しない条件での結果を示したものである。この場合波力の作用時間  $\tau$  は 0.3 sec と短く, 固有振動周期に近いので, 顕著な自由振動が認められる。しかしながら, その現われ方は測定によるものにおいてより著しい。波力を前後面での波力に分けたときの後面での波力は計算上負となり, 0 としている。したがって, 前

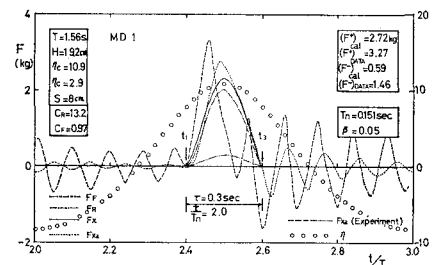


図-5 測定及び計算による波力の時間的変化 (MD1,  $T=1.56$  sec,  $H=19.2$  cm,  $s=8$  cm)

面に作用する波力のみとなり、この場合  $F_F$ ,  $F_R$ ,  $F_x$  のピーク時刻は一致する。波力の値は波がわずかしき作用しない割には大きく、 $F_R$  が著しく卓越している。

## (2) 係数 $C_F$ 及び $C_R$ の決定

以上に例示したように、上部工が水没して波が大きくかぶり、かつ  $l_D/L$  が適当に大きいとき  $F_F$  が卓越し、クリアランスが大きく、波頂面付近のわずかな部分だけが作用するときに  $F_R$  が卓越するといえる。そのため、それぞれの卓越条件のもとで係数  $C_F$ ,  $C_R$  を検討することにした。

まず係数  $C_F$  を  $s=-8$  cm の場合の実験結果に基づいて検討する。この場合、波力の正及び負のピーク時刻は前述したとうり  $F_F$  のピーク時刻とほぼ一致し、そのときの  $F_R$  は対称性のため同じ値となる。かつ、動的応答による影響はほとんど無視できるので、次式の関係が近似的に成立する。

$$F_{Fa}^+ = (F_{Fa}^+ - F_{Fa}^-)/2 \quad (16)$$

ここに、 $F_{Fa}^+$  は  $F_{Fa}$  の正のピーク値、 $F_{Fa}^+$ ,  $F_{Fa}^-$  は  $F_{Fa}$  の正及び負のピーク値である。

$F_R$  が卓越するようになるとこの関係は成り立たなくなるが、実際  $C_F=1.0$  として  $C_R$  を 0 から 4 の範囲で数値計算を行なってみても、 $H=25$  cm のとき  $l_D/L$  が 0.15 以上では、式 (16) による  $F_{Fa}^+$  の値はほとんど  $F_R$  の影響を受けない。また、波高については小さいほど影響を受けない傾向にある。そのため、ここでは一応  $C_R=2.0$  とし、 $C_F=1.0$  として計算を行なって式 (16) から求めた  $F_{Fa}^+$  を  $(F_{Fa}^+)_\text{CAL}$  とし、次式により  $C_F$  を求めることにした。

$$C_F = (F_{Fa}^+)_\text{DATA} / (F_{Fa}^+)_\text{CAL} \quad (17)$$

図-6 は横軸に波高  $H$  をとって、この値をプロットしたものである。波高の増大につれてこの  $C_F$  は減少傾向を示している。これは波高が大きくなるにつれて、ここでは考慮していない  $F_R$  の非対称性が増し、式 (16) の関係が成り立たなくなっていることによると考えられる。したがって、各条件での  $C_F$  としてはほぼ一定の値を示す波高の小さいところでの値をとることにする。こ

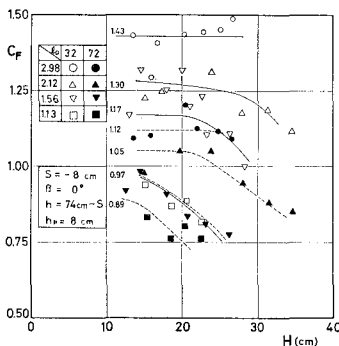


図-6  $C_F$  値の決定

の値を図中に示しておいた。図-7 はこうして決定した  $C_F$  を  $l_D/L$  に対して示したものである。その結果はほぼ連続的な変化を示し、 $l_D/L \rightarrow 0$  では慣性力係数に一致すると思われる。

次に  $C_R$  を  $s=0, 4, 8$  cm の実験データに基づいて検討する。図-8, 9 は  $C_F$  として図-7 で決定した値を用い、 $F_{Fa}^+$  に対して求めた  $C_R$  を、横軸に  $c/\sqrt{g\eta_a}$  をとって示したものである。ここに、 $c$  は波速であり、 $c/\sqrt{g\eta_a}$  は一種の Froude 数を表わす。データは種々の誤差を集積したものとなることもあって、ばらつきは大きい。しかしながら、 $C_R$  は上部工が十分水中に没するような場合すなわち  $c/\sqrt{g\eta_a}$  が十分小さい場合には、抗力

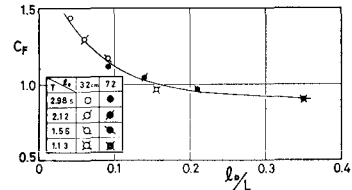


図-7  $l_D/L$  に対する  $C_F$  の変化

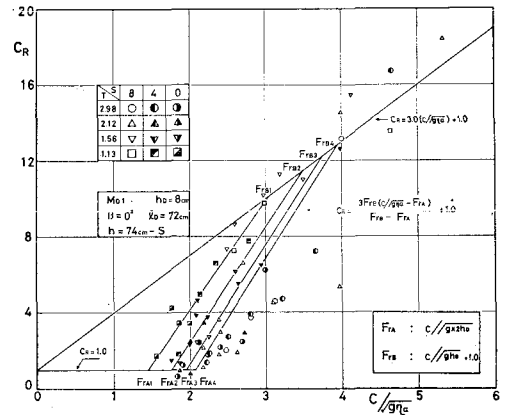


図-8 係数  $C_R$  (MD1)

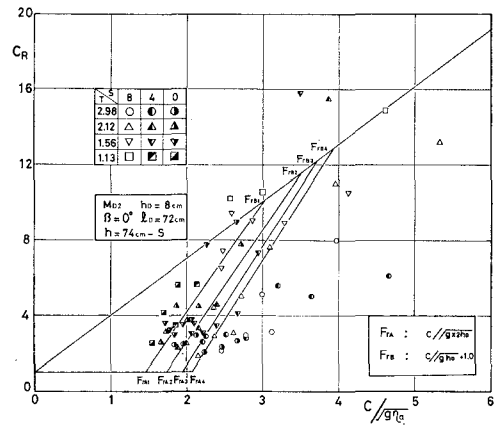


図-9 係数  $C_R$  (MD2)

係数と一致する筈であり、水面付近にあればあるほどすなわち  $c/\sqrt{g\eta_a}$  が大きいほど、造波抵抗などの表面効果を表わすようになって、 $c/\sqrt{g\eta_a}$  とともに大きくなるものと考えられる。これらの点を考慮し、係数  $C_R$  を次の関係で表わすことにした。

$$\left. \begin{aligned} C_R &= C_D, & c/\sqrt{g\eta_a} &\leq F_{rA} \\ C_R &= \alpha_1 c/\sqrt{g\eta_a} + \beta_1, & F_{rA} < c/\sqrt{g\eta_a} < F_{rB} \\ C_R &= \alpha_2 c/\sqrt{g\eta_a} + \beta_2, & c/\sqrt{g\eta_a} &\geq F_{rB} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

抗力係数  $C_D$  の値としては、実験の下限値などを考慮して1.0とした。次に、式(18)の第3式は上部工に対し越波しない状態、すなわち  $\eta_a < h_D$  の領域に対応するものと考え、かつ  $c/\sqrt{g\eta_a} \rightarrow 0$  のときには  $C_D$  と等しいとして、実験結果の傾向から、 $\alpha_2=3.0, \beta_2=1.0$  を与えることにした。したがって第2式は第3式と第1式を結ぶ直線であるから、 $F_{rA}$  と  $F_{rB}$  を与えれば決定する。図-10は横軸に周期をとって、データの傾向から求めた  $F_{rA}, F_{rB}$  を示したものである。MD1, MD2によってやや傾向が異なるが、主としてMD1

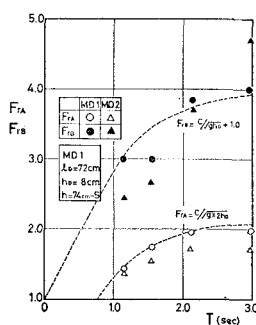


図-10  $F_{rA}, F_{rB}$  の決定

に対し、この領域では  $h_D$  が重要な要素であることを考慮して決定すると次の関係となる。

$$F_{rA} = c/\sqrt{g \times 2h_D} \dots\dots\dots (19)$$

$$F_{rB} = c/\sqrt{g \times h_D} + 1.0 \dots\dots\dots (20)$$

図中の点線はこの関係を表わしている。このとき、 $\alpha_1, \beta_1$  は次式で与えられる。

$$\alpha_1 = 3F_{rB}/(F_{rB} - F_{rA}) \dots\dots\dots (21)$$

$$\beta_1 = 1.0 - 3F_{rA}F_{rB}/(F_{rB} - F_{rA}) \dots\dots\dots (22)$$

### (3) 実験値と計算値の比較

以上、 $F_F, F_R$  のそれぞれ卓越した条件での結果を用いて、係数  $C_F, C_R$  を決定した。次に、全データに対し、これらの係数を用いた計算による見掛け水平最大波力  $(F_{xa}^+)_{CAL}$  と実験による同値  $(F_{xa}^+)_{DATA}$  を比較する。

図-11, 12はそれぞれMD1, MD2に対し、 $(F_{xa}^+)_{DATA}$  と  $(F_{xa}^+)_{CAL}$  の相関を示したものである。MD1に対しては  $\pm 20\%$  の範囲に 87% のデータが入っており、ほぼ満足できる結果といえる。MD2に対しては 70% となり、ややばらつきが大きい。しかしながら、実用的には本論において示した方法によって水面付近に固定された水平版に作用する波力がある程度推定できるものと考ええる。

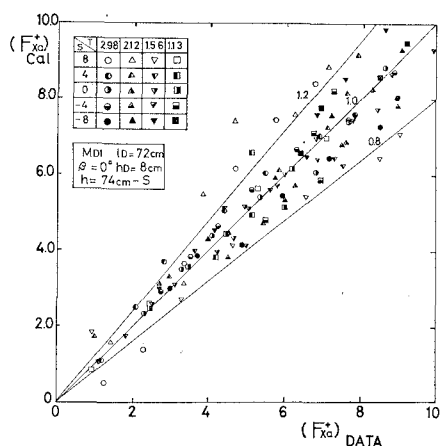


図-11 実験値と計算値の相関 (MD1,  $F_{xa}^+$ )

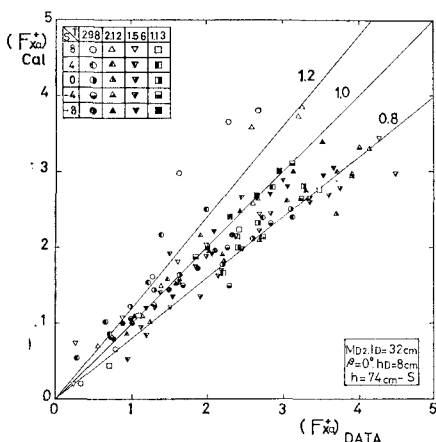


図-12 実験値と計算値の相関 (MD2,  $F_{xa}^+$ )

## 6. まとめ

1) 波力は式(3)に示したように圧力勾配による力(Froude-Krilovの力)に係数  $C_F$  を乗じたものと、水粒子速度の自乗に比例する係数を含んだ抵抗力との和で与えられる。

2) 係数  $C_R$  は図-7に示したように、水平版の長さ  $l_D$  と波長  $L$  の関数として与えられる。また、 $C_R$  は次式により求められる。

$$\begin{aligned} C_R &= 1.0, & c/\sqrt{g\eta_a} &\leq F_{rA} \\ C_R &= \frac{3F_{rB}}{F_{rB} - F_{rA}} (c/\sqrt{g\eta_a} - F_{rA}) + 1.0, & F_{rA} < c/\sqrt{g\eta_a} < F_{rB} \\ C_R &= 3 \frac{c}{\sqrt{g\eta_a}} + 1.0, & F_{rB} \leq c/\sqrt{g\eta_a} \end{aligned}$$

ここに、 $c$  は波速、 $\eta_a$  は水平版底面からの波頂高であり、 $F_{rA}, F_{rB}$  は  $c$  と水平版厚  $h_D$  の関数として式(19), (20)により与えられる。