

単円柱構造物の波による振動挙動について

榎 木 亨*・中 村 孝 幸**・三 木 秀 樹***

1. ま え が き

既に著者ら^{1),2)}は、海洋構造物の構成要素となる単円柱構造物を対象に波による振動応答の実態と応答変位の推算法について検討してきた。そして、後流渦の発生等に起因して生じる波の進行方向と直角な方向に作用する波力（以下揚力と称す）が、従来着目されてきた波の進行方向に作用する波力（以下直方向力と称す）と同程度あるいはそれ以上に重要となることを指摘した。

しかしながら、前報では実験的な制約より、現地の海洋構造物においてみられるような構造物の固有周波数 f_n が、波の周波数 f_w の4倍以上の領域における揚力並びに直方向力による共振応答の実態を明らかにすることはできなかった。また、前報¹⁾で述べたように揚力による振動応答が、直方向力によるそれに比し有意となってくると、構造物を設計するに当っては上述の両方向力にともなう振動応答を考慮した合成応答変位の推算が必要となってくることはいうまでもない。

本報では、前報¹⁾に引き続き単円柱構造物を対象にして f_n が f_w の4倍以上の領域について直方向力並びに揚力による共振応答の実態をまず明らかにする。ついで、揚力方向の応答推算において前報¹⁾では明確にできなかった揚力と波との位相関係を明らかにして応答を求めると共に既に波との位相関係がわかっている直方向力による応答変位をも同時に考慮して合成応答変位の推算を行い、実験値と対応させてその妥当性を検討してみた。

2. 実験装置および実験方法

用いた円柱モデルの構造は、前報¹⁾で示した円柱モデルの構造と類似しており、最下部が $\phi 5.9$ mm の鋼棒よりなるバネ部、その上に外径 2.5 cm のアクリル製の実験円柱部、さらにその上に固有振動数を変化させるための鉄製の荷重部の3部分より成っている。この場合、モデル円柱の固有振動数を高くする必要があることから、前報で示したモデル円柱に比して鋼棒の径は $\phi 5.9$ mm

（前回の実験では $\phi 5.4$ mm）と大きくなっている。実験に用いた水深は 65 cm であり、作用波力の増大を期待してモデル円柱は、前報とは異なり水底に固定した高さ 5 cm の溝型鋼の上に片持梁形式で固定した。モデル円柱の水中での固有振動数 f_n は、荷重を変化させて 0.298 Hz と 0.386 Hz の2種類を選定した。また実験円柱に作用せしめた規則波の特性は、周期 $T=1.4\sim 2.2$ sec、波高 $H=6\sim 16$ cm の範囲にある。なお、今回の実験においては、用いた造波水槽の機能より rms K-C 数 17 以下、 T/T_n が 7 付近以下の領域に限られている (T_n : 固有周期)。振動変位は、前報と同様に円柱頂部の変位を対象とし、円柱中心の鉛直上方に固定されたシネカメラにより 16 コマ/秒、24 コマ/秒で撮影してグラフペンをを用いて解析した。

3. $f_w/f_n \leq 1/4$ の領域における振動応答の実態

既に、 $f_w/f_n > 1/4$ の領域の振動応答の実態については前報において詳述したので、ここでは $f_w/f_n > 1/4$ の領域の振動応答については今回の実験結果と対応させる意味から簡単に紹介するにとどめる。

(1) 振動軌跡について

$f_w/f_n > 0.25$ の領域の振動軌跡は、とりまとめて図-1 (A)~(D) に示した。図中の X 軸、Y 軸は、各々直方向、揚力方向を示す。(E) $f_w/f_n \approx 0.25$ の場合 ($T/T_n \approx 4$)；この場合の振動軌跡は、図-1 (E-1)、(E-2) に示すような軌跡を示し、Y 方向に長軸を有するほぼ4重楕円に近い形状を示し、(C)、(D) と同様に Y 方向の変位が、X 方向の変位に比して大きい。これら X、Y 方向変位のそれぞれの時間変動曲線を示すのが図-2 である。図-2 (E) は、図-1 (E-1) に対応する X、Y 変位の時間変動曲線を示す。図-2 (E) より、Y 方向の変位は波の4倍周波数で振動していることが明らかであり、X 方向の変位は卓越した波の基本周波数成分の上に波の4倍周波数成分が重なった振動形状となっている。このことから、Y 方向については、 $f_w/f_n = 0.25$ 付近で波の4倍周波数成分の揚力による共振点になっていることが推定されるが、これについては後述する。(F) $f_w/f_n \approx 0.2$ の場合 ($T/T_n \approx 5$)；この場合の振動軌跡の例を示

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 愛媛大学助手 工学部海洋工学科

*** 正会員 工修 三木建設株式会社

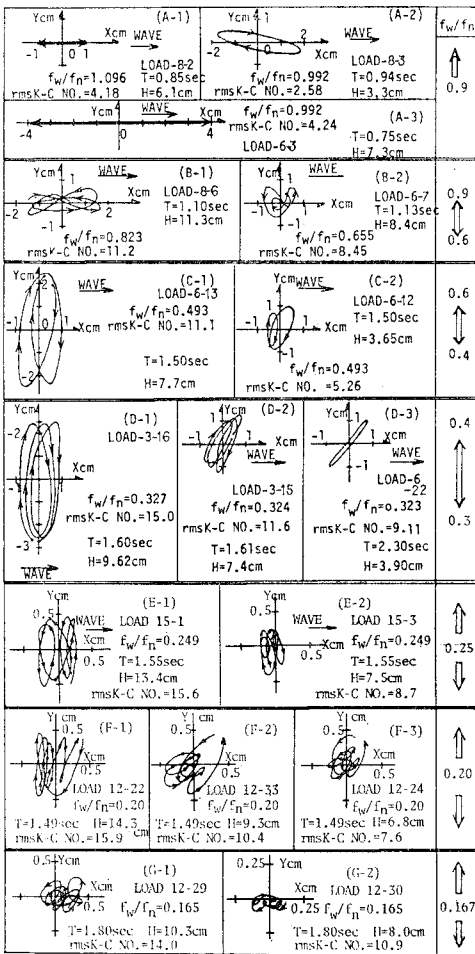


図-1 振動軌跡

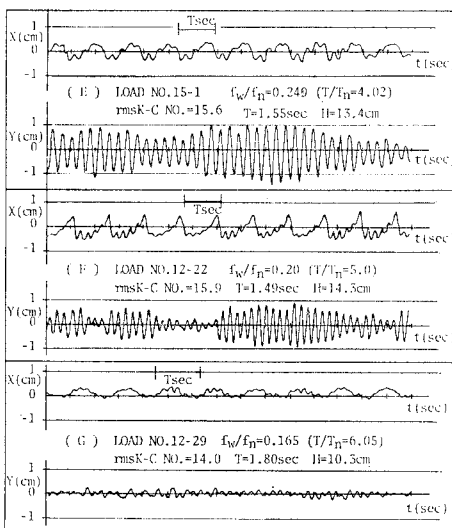


図-2 X, Y 方向変位

したのが図-1 (F-1), (F-2), (F-3) である。振動軌跡は、複雑な形状を示しているが、図-1 (F-1) の X, Y 方向変位の時間変動曲線をあらわす図-2 (F) より、Y 方向には波の5倍周波数で振動する変位が存在し、また X 方向には卓越した波の基本周波数成分の上に波の5倍周波数成分が重なった形状の振動変位が出現していることが認められる。(G) $f_w/f_n \approx 0.167$ ($T/T_n \approx 6$); この場合の振動軌跡の例を示すのが図-1 (G-1), (G-2) である。振動軌跡は、(F) と同様に複雑な形状を示している。図-1 (G-1) の各方向変位の時間曲線を示したのが図-2 (G) である。

本実験では、さらに f_n が f_w の6倍より大きな領域 ($T/T_n \approx 7$) についても実験を行なっているが、この場合、振動変位は前述してきた $f_w/f_n > 0.167$ ($T/T_n \leq 6$) の場合に比較してかなり小さく、十分な振動軌跡としてはあらわれてこない。

(2) 共振特性について

次に X 方向, Y 方向への共振応答の実態を明らかにするため X, Y それぞれの方向についての共振曲線求めてみた。この結果が図-3, 図-4 である。図-3 は、X 方向における共振曲線を、図-4 は Y 方向における共振曲線を示す。両図共に測定振動変位の 1/10 最大値 ($X_{p-1/10}$, $Y_{p-1/10}$) と静的変位 (X_s , Y_s) との比の T/T_n による変化を rms K-C 数をパラメーターにして示した

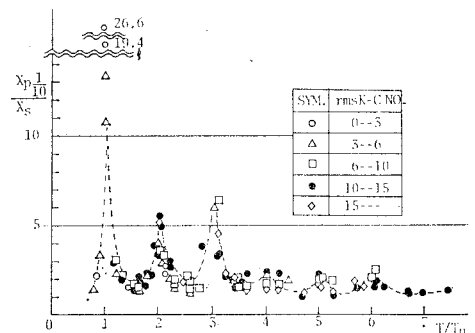


図-3 X 方向における共振曲線

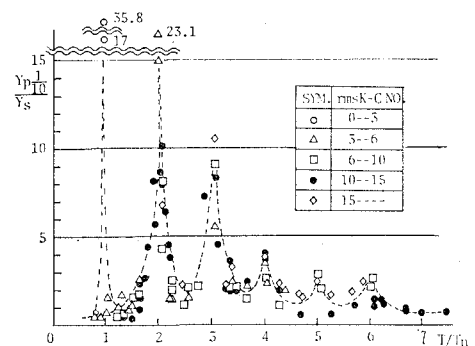


図-4 Y 方向における共振曲線

ものである。ここで、 X_s , Y_s はモデルに前報¹⁾で示した振動モデルを構造モデルとして用い前報¹⁾と同様の手法により求めたものである。なおこの X_s , Y_s の算定においては水底付近にある $\phi 5.9\text{mm}$ の鋼棒バネ部に作用する波力は、実験円柱部に作用する波力に比較して十分小さいことから無視できるものとしている。また、rms K-C 数は、実験円柱部の下端より水面までの水粒子水平速度 u の r.m.s. 値を用いて求めた K-C 数である。この X , Y 方向の共振曲線より以下のことがいえる。

i) X 方向における共振特性；図-3 より、 X 方向における共振は、ほぼ T/T_n が 1 より 6 までの整数倍の場合において生じるが、 $T/T_n=4, 5, 6$ における共振度は、 $T/T_n=1, 2, 3$ の共振度合に比し小さく静的変位の 2 倍以下の値となっている。なお T/T_n が 7 以上では、殆んど共振状態は示さない。 $T/T_n=4, 5, 6$ において共振状態の出現する理由は、文献 2) で述べた $T/T_n=2, 3$ の共振状態の出現する理由と同様に抗力項の非線形性並びに波浪の有限振幅性（特に波力積分領域を変動水面までとした効果）により波の周波数より高次の周波数を有する波力成分が出現することに基因するものと考えられる。このため、水平波力 F_x 、転倒モーメント M_x を波力積分領域を変動水面までとって Morison 波力式を用いて数値シミュレーションを行ない、その結果を 1 周期分として調和解析してみた。その結果、波の 4, 5, 6 倍周波数成分は波の 1, 2, 3 倍周波数成分に比較して小さいけれども F_x , M_x の両者の中に含まれていることが確認された。このように、これら高次周波数成分は微少ではあるが、各々 $T/T_n=4, 5, 6$ において共振増幅され、図-2 (E), (F), (G) に示されるように波の基本周波数を有する主卓越成分波の上に付加された高調波成分となってあらわれているのであろう。

ii) Y 方向における共振特性；図-4 より、 Y 方向における共振点もまた X 方向と同様に T/T_n が 1 より 6 の整数倍の場合に生じている。そして、 $T/T_n=7$ では共振は生じていない。また、 $T/T_n=4, 5, 6$ の共振度合は、 $T/T_n=4$ の静的変位の 4 倍程度より $T/T_n=6$ の 2.5 倍程度と差はあるけれども $T/T_n=1, 2, 3$ に比して小さい。ここで、共振度合の比較の大きな $T/T_n=4$ の共振状態の出現する理由を明らかにするため静的な揚力の周波数スペクトル図において波の 4 倍周波数の揚力成分のスペクトル密度 $S_L(4f_w)df$ について求めてみた。この $S_L(4f_w)df$ を揚力の分散 σ_L^2 で無次元化した値の rms K-C 数による変化を示したのが図-5 である。なお、図中には、この無次元スペクトル密度の変化の傾向を直線近似で与えており、この近似直線を K-C 数の関数としてあらわしたものを図中に同時に示しておいた。図-5 より、 $S_L(4f_w)df/\sigma_L^2$ は 0.1 程度と前報¹⁾で示した波の 3 倍周波数までのそれに比し小さいが存在している

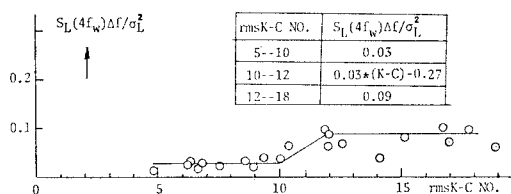


図-5 波の 4 倍周波数の揚力スペクトル密度

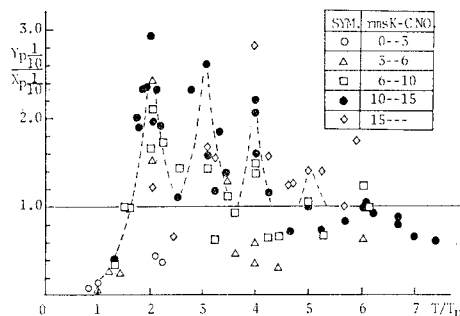


図-6 X , Y 方向変位の比

ことがわかる。したがって、 $T/T_n=4$ ではこの波の 4 倍周波数の揚力成分が共振増幅されて出現したものと推定してさしつかえない。 $T/T_n=5, 6$ での共振状態の出現理由は、波の 5, 6 倍周波数を有する揚力成分が、波の 1, 2, 3, 4 倍の周波数を有するそれらに比し完全に無視できる程度の量しか含まれておらず、むしろ i) で述べた波浪の有限振幅性により生じた高調波成分の揚力によるものと考えられよう。

iii) 各方向変位および合成変位の大きさ；図-6 は、 Y 方向変位と X 方向変位の大きさを比較するため前述の $Y_{p-1/10}$ と $X_{p-1/10}$ との比の T/T_n による変化を rms K-C 数をパラメータにして示したものである。図-6 より明らかなように $T/T_n=2, 3$ 付近では、K-C 数 3 以上の場合に、また $T/T_n=4$ 付近では、K-C 数 6 以上の場合に、 $Y_{p-1/10}$ は $X_{p-1/10}$ に比し大きくなっている。また、 $T/T_n=5, 6$ の付近では、 $Y_{p-1/10}$ と $X_{p-1/10}$ は同程度の大きさを示している。次に図-7 は、 X 方向変位と合成変位の大きさを比較したものであって、 $X_{p-1/10}$

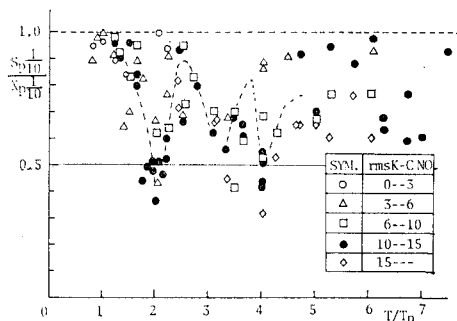


図-7 $S_{p-1/10}$ と $X_{p-1/10}$ の比

と測定された合成変位の $1/10$ 最大値 $S_{p-1/10}$ の比の T/T_n による変化を rms K-C 数をパラメーターにして示されている。図-7より、 $T/T_n=2, 3, 4$ 付近で $S_{p-1/10}$ は $X_{p-1/10}$ の2倍程度の値になっており、 $T/T_n=5, 6, 7$ 付近でも $S_{p-1/10}$ は $X_{p-1/10}$ の1.4倍程度の値を示している。したがってこのことから、 $T/T_n=4, 5, 6$ の高次共振領域を含め T/T_n が1.5以上の領域については、従来考慮されていなかった揚力による振動変位が、直方向力によるそれに比して無視することができず、従来の直方向力のみによる動的応答だけで構造物を設計することがいかに危険であるかがわかる。

4. 合成応答変位の推算について

上述のように合成応答変位を求める場合高次周波数を有する波力成分を無視することはできないが、ここでは一応4倍周波数成分の揚力をも考慮した(1)式によってY方向の応答変位の試算を行なってみる。

$$F_L(t)dz = \frac{1}{3.6} C_{L-1/10} \rho D u_{\max}^2(z) \sum_{n=1}^4 \sqrt{\frac{S_L(nf_w) \Delta f}{\sigma_L^2}} \times \cos \left\{ n \left(2\pi f_w t - \frac{\epsilon_n}{n} \right) \right\} dz \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $F_L(t)$: 円柱の単位長さには作用する揚力、 D : 円柱径、 $C_{L-1/10}$: $1/10$ 最大揚力係数、 ρ : 流体密度、 $u_{\max}(z)$: 水底より z の位置における水粒子水平最大速度、 $S_L(nf_w) \Delta f / \sigma_L^2$: 波の n 倍周波数の揚力の無次元スペクトル密度、 ϵ_n : 水面変動 $\eta = (H/2) \cos(2\pi f_w t)$ としたときの波と波の n 倍周波数成分の揚力との位相差である。(1)式における揚力の無次元スペクトル密度 $S_L(nf_w) \Delta f / \sigma_L^2$ は、 $n=1, 2, 3$ については前報¹⁾の図-2中に示した式により、 $n=4$ については図-5中に示した式により与えられるものとする。また $C_{L-1/10}$ は、前報¹⁾で示した(1)、(2)式によって与えられるものとする。なお(1)式を用いてY方向における応答計算を実行するに当たって、さらに ϵ_n の評価を行なわなければならない。

しかしながら、既に著者らが明らかにしてきたように揚力が後流渦の発生に起因して生じることから推定して、この ϵ_n の値を解析的に与えることは極めて難しい。したがって本研究では剛な円柱に作用する静的な揚力と波との同時記録を調和解析することにより得られる実験的な ϵ_n の値を $n=1, 2, 3, 4$ について求めてみた。この ϵ_n の rms K-C 数による変化を示すのが図-8である。図中には、波の n 倍周波数の揚

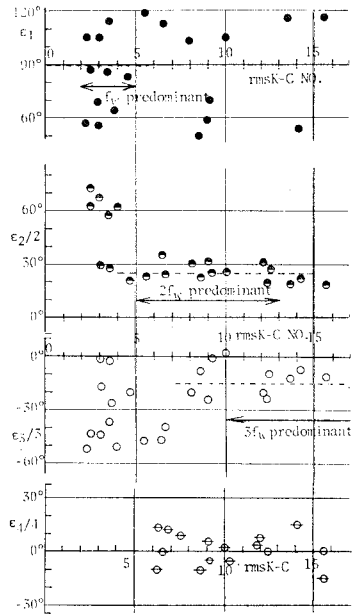


図-8 各揚力成分と波との位相差

力成分の卓越領域についても同時に矢印で表示してある。各 ϵ_n の値はかなりばらついているが、 ϵ_n を算定するのに誤差の混入の少ないと推測される各揚力成分の卓

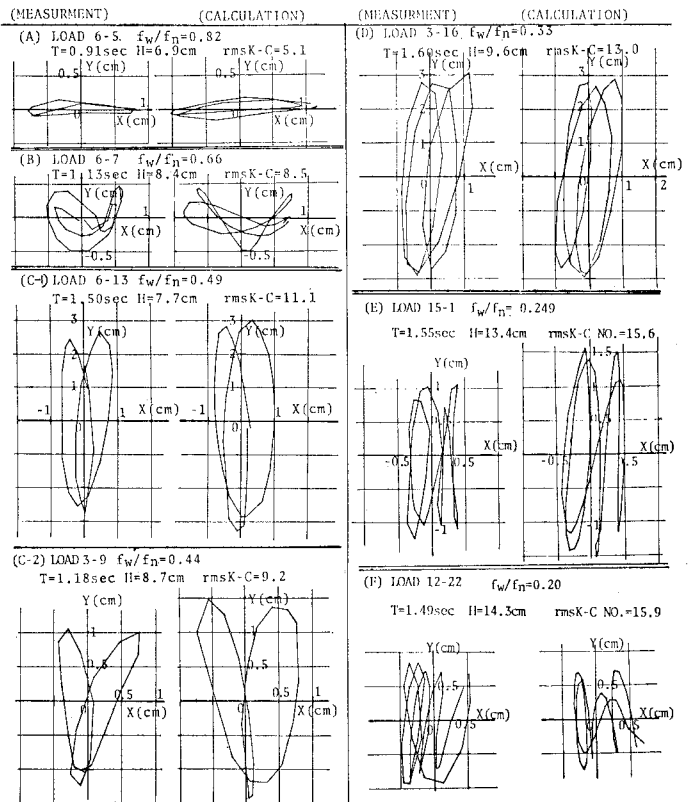


図-9 合成応答変位(振動軌跡)の推算値

越領域に着目すると、 ϵ_1 は 60° より 120° に大きくちらばっているが、その平均をとって 90° と仮定してさしつかえなからう。また $\epsilon_2/2$, $\epsilon_3/3$, $\epsilon_4/4$ は、ほぼ一定値をとり、それぞれ 25° , -15° , 0° の値をとるものと推定される。

これら ϵ_n の値を (1) 式に代入して、前報¹⁾と同様に自由度 2 の振動モデルに実験円柱をモデル化して Y 方向における応答計算を行なった。そしてさらに、 X 方向についても文献 2) 中に示した (1), (2) 式を用いて応答計算を行ない、両方向の応答変位による合成応答変位を求めてみた。この場合、波浪の有限振幅性を考慮して、波力積分領域は変動水表面までとしており、水粒子速度、加速度の算定には線形波動理論を用いた。

これら計算結果の一部を示すのが 図-9 である。この図は、円柱頂部の振動軌跡を示し、右側が測定値、左側が計算値である。なお、この場合実験値、計算値共に最大変位の出現する付近について波の 1 周期分の軌跡を示した。図-8 の (A)~(G) は、 f_w/f_n が 1~1/5 (T/T_n が 1~5) の場合に対応した結果を示したものである。すなわち、(A) は f_w/f_n が 0.82 ($T/T_n=1.22$) の $f_w/f_n=1.0$ の共振点に近い場合であって、計算値は実験値と同様 X 軸を長軸とする長楕円の形状を示している。(B) は f_w/f_n が 0.66 ($T/T_n=1.52$) の場合、すなわち $f_w/f_n=1$ と $1/2$ の共振点の間にある場合で計算値は ∞ 字型の軌跡を示し実験値と定性的に一致している。(C) は f_w/f_n が 0.49 ($T/T_n=2.04$) の場合で $f_w/f_n=1/2$

の共振点に相当するときの結果であり計算値は実験値と同様 2 重楕円の形状を示している。以下 (D), (E), (F), (G) は $f_w/f_n \leq 1/3$ の場合の計算値と実験値とを比較したもので、(G) の場合に若干その形状は異なるが、変位量、形状ともによく一致している。なお、(E), (F) の場合については、3. で述べた $T/T_n=4, 5$ ($f_w/f_n=1/4, 1/5$) の共振状態の出現する理由の検討もかねて 図-10 に X, Y 方向振動変位の時間曲線の実験値と計算値の比較を行なっている。この図より、 X, Y 方向変位共に実験値と計算値は、よく一致していることがわかる。また、 $T/T_n=4, 5$ の計算値である 図-10 (E), (F) には、各々波の 4, 5 倍周波数で振動する変位成分が出現しており、3. で述べた $T/T_n=4, 5$ での共振状態の出現理由の妥当性を裏づけている。以上の振動軌跡の計算値と実験値との比較より、実験的に与えた ϵ_n ($n=1, 2, 3, 4$) はほぼ妥当な値であると考えられ、波力積分領域を変動水表面までとして (1) 式の 4 成分揚力式並びに Morison 波力式を用いて合成応答変位の推算がほぼ可能となった。

5. 結 語

以上、単円柱構造物の波による振動挙動について、高次周波数における共振応答の実態と合成応答変位の推算法を中心にして検討してきたが、要約すると次のように結論される。

1) f_n が $4f_w$ 以上の領域では、 $f_w/f_n=1/4, 1/5, 1/6$ が X, Y 方向における共振点になっている。そして、rms K-C 数 6 以上のとき、各共振点において Y 方向変位は X 方向変位に比し同程度以上の大きさとなり、 $f_w/f_n=1/2, 1/3$ の共振点を含めて f_w/f_n が 0.6 以下 ($T/T_n \geq 1.6$) では直方向力のみによる応答設計では危険な設計計算といわざるを得ない。

2) 波力積分領域を変動水表面までとして各成分揚力の位相差を考慮した 4 成分揚力式並びに Morison 波力式を用いると、 f_w/f_n が 0.17 以上 ($T/T_n \leq 6$) の領域について合成応答変位の推算が可能である。

参 考 文 献

- 1) 樫木 亨・中村孝幸・三木秀樹：波動場の円柱後流渦による振動応答の実態とその予測について、第 23 回海岸工学講演会論文集，pp. 33-38, 1976.
- 2) 樫木 亨・中村孝幸・三木秀樹：単円柱の波向方向に作用する波力による共振現象について、第 31 回土木学会年次学術講演会概要集，pp. 102-103, 1976.

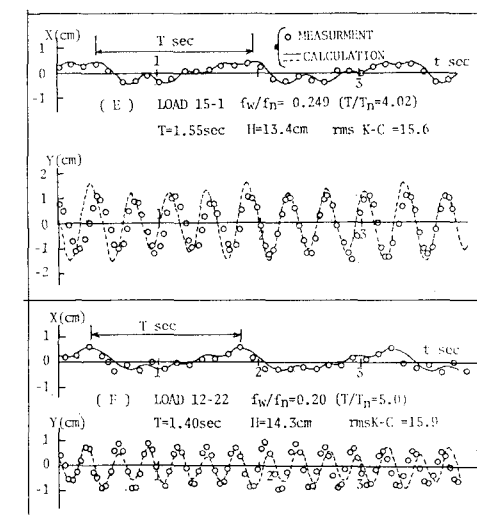


図-10 高次共振における X, Y 方向変位の推算値