

可とう円柱脚に作用する規則波の波力

吉 原 進*

1. はし が き

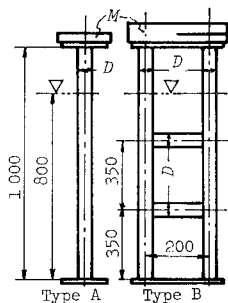
各種海岸・海洋構造物の基礎に用いられることの多い円柱脚に作用する波力については、すでに多くの理論的、実験的研究による成果が発表されている。しかしそれらの多くは、円柱脚の変形を無視した固定円柱に作用する波力を水粒子速度による抗力と水粒子加速度による質量力との線形結合で表わしうとする、いわゆる Morison の波力式に基づいている。ところが円柱で構成される多くの有脚式の海岸・海洋構造物は、大きな上載荷重、水深に応じて大きくなる脚長などのために、その固有周期が大きくなりがちで、可とう性も大きくなることが多い。このようなたわみ運動を行なう円柱脚に対して、これに作用する波力を、その変形を無視した Morison 式で評価することは極めて問題が多いといえよう。

一般に可とう円柱脚に作用する波力は、水粒子と円柱脚の相互作用によるものであるが、これを解析的に扱うことは容易でない。本論文では以下に述べるような実験を実施し、可とう円柱脚に作用する波力を間接的に求めて、主として定性的検討を加えるものである。なお本論文では、円柱脚は海底面に完全に固定されているものとし、かつ作用波もとりあえず規則波のみを取り上げ、また円柱脚の運動性状は 1 自由度線形振動系で抽象できるものとした。

2. 実験の概要

実験に用いた模型は、図一1 および 表一1 に示すように、長さが 100 cm 一定で、

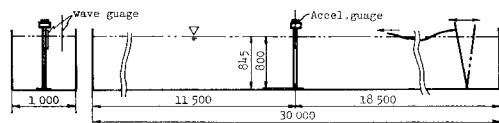
直径 $D=1.8$ cm, 3.2 cm および 6 cm の塩化ビニール製の円形パイプで作られており、これらの上、下部には水槽底への固定用および重錘取付用のため各々アクリル製の矩形板を接着してある。模型は同図に示すように、単円柱の A タイプと横ブレース付の



図一1 実験模型

表一1 実験模型主要目

Model	D (cm)	M (g/cm/sec ²)	f_0 (Hz)	ζ
I-A	1.8	0.76	0.800	0.049
II-A-1	3.2	6.31	0.905	0.016
II-A-2	3.2	4.54	1.073	0.015
II-B-1	3.2	12.11	0.860	0.027
II-B-2	3.2	8.58	1.070	0.016
III-A-1	6.0	56.22	0.852	0.016
III-A-2	6.0	40.99	1.065	0.016
III-B-1	6.0	79.71	0.995	0.017
III-B-2	6.0	57.02	1.250	0.018



図一2 実験装置概略

複円柱の B タイプを用意した。これらの模型の上部に重錘を付加することによって、模型の 1 次固有振動数を適宜変更できるようにしたが、どの場合も実験に使用する規則波によって共振しうるようにその固有振動数を 0.8 ~ 1.25 Hz におさめるようにした。同表の M はこのために加えた重錘の質量にパイプの等価換算質量を加えたものである。

これらの各模型を図一2 に示す 1.0 m × 1.2 m の断面を有する 2 次元造波水槽の後半ほぼ 1/3 点の床に固定し、有効水深を $h=80$ cm** 一定とした。なおこの造波水槽はフラップ式の造波板を直流サーボモーターで駆動する型式のものである。

模型を水槽底に固定して、有効水深 80 cm 一定の下で、水中自由振動実験を行った後、波高 H を 2.5 cm, 5 cm および 8 cm (これは模型 I-A のみで実施) 一定に設定して、波の周期を 1.67 sec ~ 0.7 sec すなわち周波数 $f=0.6$ Hz ~ 1.4 Hz の規則波を順次発生させた。とくに各模型の共振点付近では、規則波の周波数を小さく変更にした。この実験に用いた規則波の波形勾配は $H/L=0.006 \sim 0.100$, 相対水深は $h/L=0.210 \sim 1.110$, 波高水深比は $H/h=0.030 \sim 0.095$ であった。さらに円柱直径と波長の比は $D/L=0.005 \sim 0.079$ であった。

図一2 に示すように円柱模型の横(波の進行直角方向)

** 模型の下部固定板の厚さが 4.5 cm あるので、床からの実際の水深は 84.5 cm である。

に容量式波高計（計測技研製，CA-506）を固定するとともに，模型円柱側面にも同型式波高計を直接取り付け付けた．これは後の解析で模型変位と波峰の位相差が重要なパラメーターとなるためであるが，結果的には両波高計の位相関係にはほとんど差が認められなかったので，解析には固定波高計の結果のみを使用した．

さらに模型上部の重錘の上にサーボ型加速度計（明石製作所製，V-401B 型）を波の進行方向の模型応答加速度を計測するために取り付け，この出力を付属のアンプを介せず直接 DC アンプ（三栄測器製，6M-56A）により増幅した．これは低周波域の位相特性を改善するためである．

3. 実験結果と考察

図-3 は波高 $H=5$ cm，周波数 $f=0.860$ Hz の規則波によって得られた，模型固定位置における水面変動 η と模型 II-A-1 の応答加速度 A の記録例である．解析に供した規則波の周波数 $f=0.6$ Hz $\sim$ 1.4 Hz のほとんどの場合は，この例と同様に正弦波とみなせるものであった．よって $A/(2\pi f)^2$ で加速度計測位置における模型変位振幅が算定できることは周知のとおりである．ただし f が大きいとき，まれに波峰部分が少し平坦になることがあり，かつ f が 0.4 Hz 以下では常に A に高調波が重畳した形となって波形が乱れていた．低周波域での A の乱れの原因は，模型の固有振動によるものと思われるが，今回はこの点については触れない．また記録紙には，加速度 A の位相が 180° ずれて描かれているので，結局同図に示した ϕ が応答変位 x の波峰からの位相遅れを表わすことになる．さらに同図の H' に対する A を読み取り，この H' が設定波高 H と大差ないので，模型加速度と波高には直線関係があるものとして， $A \cdot H/H'$ によって設定波高 H に対する加速度 A を求めた．

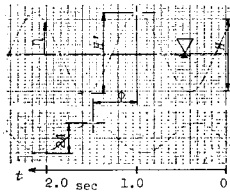


図-3 記録例
模型 II-A-1,
 $f=0.860$ Hz,
 $H=5$ cm

全ての模型について，各設定波高に対する応答加速度 A および応答変位の波峰からの位相遅れ ϕ を計測したが，そのうち模型 II-A，III-A の $H=5$ cm の結果を示したのが図-4 である．同図の (a) は A の，(b) は ϕ の周波数応答を表わす図である．(a) によると，応答加速度 A は減衰定数の小さな 1 自由度線形振動系の周波数応答曲線とよく類似した曲線に載っていると考えられる．また (b) によると， ϕ は 1 自由度線形振動系のいわゆる位相曲線とはかなり異なり，比較的低い周波数域ですでに $100^\circ \sim 120^\circ$ 程度の，かつ共振点において丁度 180° の位相遅れがあることが認められる．すなわち

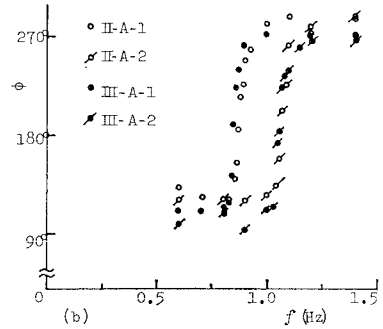
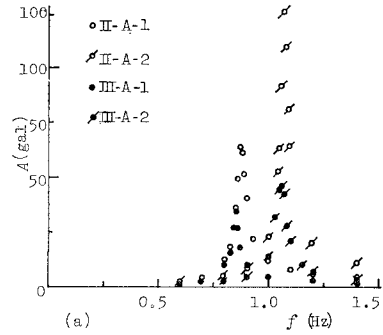


図-4 実験結果例：周波数応答， $H=5$ cm

共振点では，波形の谷のところで変位が最大になっている．なおこの ϕ は A に比べて，全般的にバラツキが多いが，後の解析では得られたままの値を用いる．

この応答加速度 A および応答変位の波峰からの位相遅れ ϕ を用いると，模型固定点における水面変動を

$$\eta = H/2 \cdot e^{i\omega t} \dots\dots\dots (1)$$

と表わせば，模型の応答変位 x は次式で表現できる．

$$x = A/(2\pi f)^2 \cdot e^{i(\omega t - \phi)} \dots\dots\dots (2)$$

一般に水中にある円柱脚に対し，仮想質量，減衰力，たわみ曲線等検討すべき事項は多いが，本論文では波力の性状の把握に重点をおいているので，ここでは減衰定数 ζ のみを水中自由振動曲線から算出して，表-1 に模型の共振振動数 f_r とともに示すことにして詳細の検討は省略した．なお同表中の I-A に対する減衰定数 ζ が他のものより大きくなっているが，これは模型に対し加速度計のコード等の影響が相対的に大きくなったことによるものであると思われる．

4. 波力についての考察

さきに示した結果より，各模型とも 1 自由度線形振動系で抽象できると考えられた．いま質量 M ，減衰係数 C およびばね定数 k を持つ 1 自由度線形振動系の運動方程式は，その相対変位を x ，外力を F で表わせば，

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + kx = F \dots\dots\dots (3)$$

となることは周知のところである．いまたわみ振動を行っている円柱脚に作用する規則波による波力として，水

粒子速度および水粒子加速度方向の成分 F_u および F_a を用いれば、これらの波峰からの位相遅れはそれぞれ 0° および 90° であるので、式(3)の外力項は

$$F = F_u e^{i\omega t} + F_a e^{i(\omega t - 90^\circ)} \\ \equiv F_T e^{i(\omega t - \beta)} \quad \dots\dots\dots (4)$$

と表わせると考えられる。ここに F_T は全波力であり、 β は F_T の波峰からの位相遅れである。

式(3)に式(4)を代入し、両辺に $1/M$ を乗じて、減衰定数 ζ および固有円振動数 ω_n なる記号を用いると、

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = F_u/M \cdot e^{i\omega t} + F_a/M \cdot e^{i(\omega t - 90^\circ)} \\ \dots\dots\dots (5)$$

となる。実験結果より、上式の ζ には表-1の値を採り、またこの ζ は小さいので共振振動数 f_r を用いて、 $\omega_n = 2\pi f_r$ とすれば、簡単な演算によって、

$$\left. \begin{aligned} F_u &= MA(f_r/f)^2 \\ &\times \{ [1 - (f/f_r)^2] \cos \phi + 2\zeta(f/f_r) \sin \phi \} \\ F_a &= MA(f_r/f)^2 \\ &\times \{ [1 - (f/f_r)^2] \sin \phi - 2\zeta(f/f_r) \cos \phi \} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

なる形で、波力が求められることになる。なおこの場合 $\alpha \equiv \phi - \beta$ が、応答変位 x の全波力 F_T からの位相遅れとなる。

かくの如くたわみ振動を行う可とう円柱脚に作用する波力が求まるので、いまこれを固定円柱に作用するいわ

ゆる Morison 式による波力 ($F_M e^{i(\omega t - \phi)}$ と表現する。ここに ϕ は F_M の波峰からの位相遅れである。) と造波抵抗の和であるとする

$$R_T e^{i(\omega t - \gamma)} = F_T e^{i(\omega t - \beta)} - F_M e^{i(\omega t - \phi)} \quad \dots\dots\dots (7)$$

なる形で造波抵抗を算定することができる。

以上のようにして求めた波力その他を示した例が図-5~図-8で、これらの(a)は単位質量当りの波力成分 F_u/M および F_a/M を波の周波数 f/f_r に対して示したもので、(b)はそれらの成分が(a)中に示した直線のように一定値であるとして、各々の ζ 、 $\omega_n = 2\pi f_r$ を有する1自由度線形振動系の応答加速度を求めて理論曲線として描くとともに、実験より得た模型加速度 A をも同図中にプロットしている。また各図の(c)には、応答変位 x の全波力 F_T からの位相遅れ α および F_T の波峰からの位相遅れ β を f/f_r に対しプロットし、かつ α については(b)に示した A の理論曲線に対応する α の理論曲線を描いている。さらに実験に用いた規則波が微小振幅波であり、抗力係数 $C_D = 1.0$ 、質量力係数 $C_M = 2.0$ として得られる Morison 式による波力¹⁾ F_M の波峰からの位相遅れ ϕ 曲線をも描いている。

まず(a)によると、各波力成分 F_u 、 F_a は波の周波数 f に対して、バラツキがあるものの、模型 I-A 以外では大略一定であるとみなせよう。またほとんどの場合に $F_a > 0$ 、 $F_u \leq 0$ であり、しかも $|F_a| > |F_u|$ となっている。ただ直径 $D = 1.8$ cm の模型 I-A の場合は他のケース

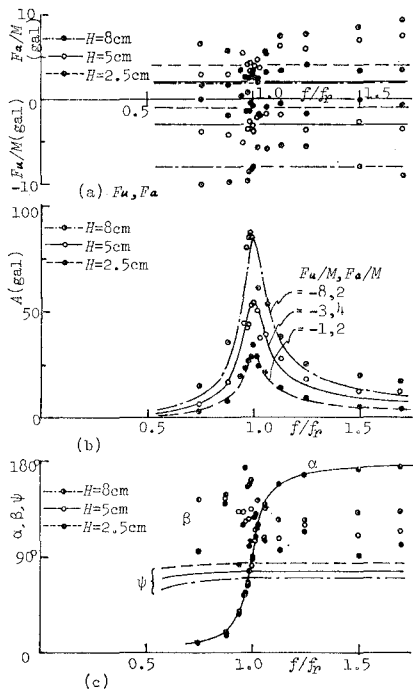


図-5 波力、周波数応答曲線、位相曲線：
模型 I-A

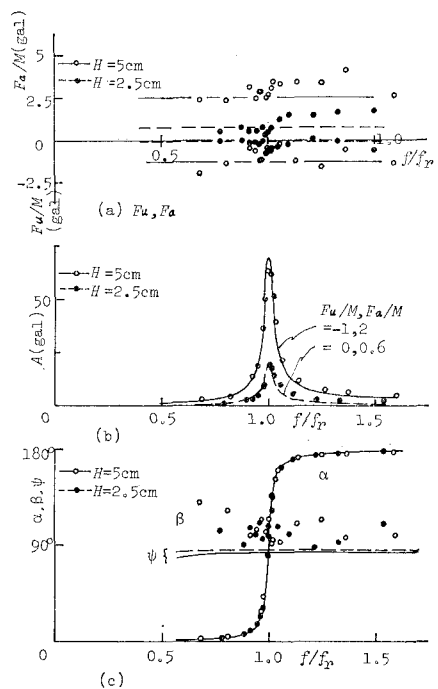


図-6 波力、周波数応答曲線、位相曲線：
模型 II-A-1

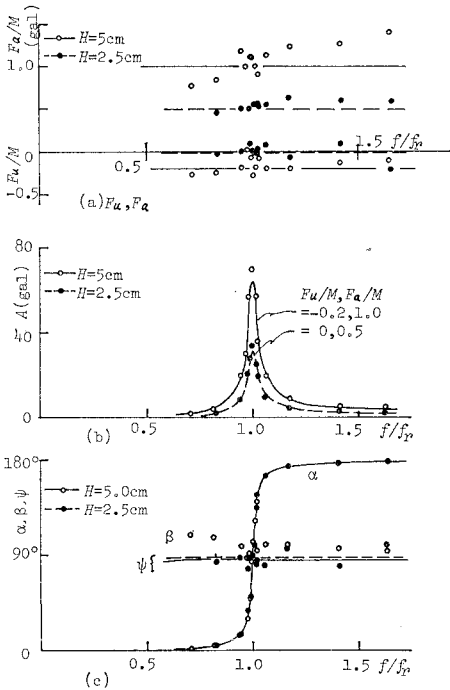


図-7 波力, 周波数応答曲線, 位相曲線:
模型 III-A-1

と異なり, F_a , F_u はともに f に対して一定とはみなし
がたく, $|F_a| \cong |F_u|$ あるいは波高 $H=8\text{ cm}$ と大きいと
きには, 直径の大きい模型 II あるいは III とは逆に水粒
子速度方向の成分 F_u の方が加速度方向の成分 F_a より
卓越していることがわかる. F_u の向きが完全に逆では
あるが, この波力成分の大小関係は Morison 波力にお
ける関係と同じである. ただ模型 I の場合 F_a が共振点
の直前で急激に減少しているが, これが何を意味するも
のかは今後の検討が必要である. また各図の (b) をみれば
わかる通り, 応答加速度の実験値と, 波力を一定とみ
なして得られた理論曲線とは, 共振点において少し差が
あるものもあるが全般的によく一致していると考えられ
る. (a), (b) の結果を考えあわせれば, たわみ振動を行
う可とう円柱脚に作用する規則波の波力 (F_u , F_a) は,
規則波の周波数に対してほぼ一定値を持つと考えてもよ
さそうである. なお模型 I-A については, 図は掲げて
ないが, 実験より得た波力を出来るだけ忠実に入力して
計算したところ, 実験値, 理論値は, 波力成分を一定と
したものより周波数の全域で一層よく一致していたこと
を記しておく.

最後の位相関係を描いた (c) において, 実験結果より
求めた応答変位の全波力からの位相遅れ α は, 理論曲
線と完全に一致して, 1 自由度線形振動系における入力
と応答との関係と全く同一であることを示している. し
かし, 全波力の波峰からの位相遅れ β は波の周波数 f

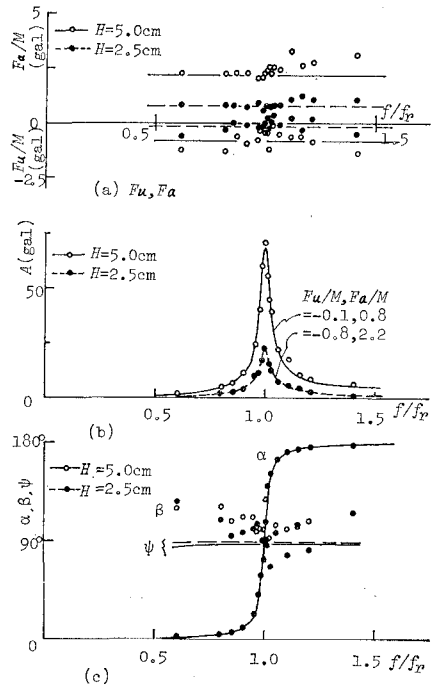


図-8 波力, 周波数応答曲線, 位相曲線:
模型 III-B-1

に対し大略一定の傾向にあるとはいえバラツキが多い.
これはすでに述べた応答変位の波峰からの位相遅れ ϕ
のバラツキに呼応するものである. さらにこれらの各図
から, 多くの場合 $\beta > 90^\circ > \psi$ なる関係があることが読
み取れる.

次にこの全波力 F_T と Morison 波力 F_M および造波
抵抗 R_r を水面変動 η および模型の応答変位 x ととも
にベクトル表示した例が 図-9 である. この図によると
波の周波数 f に関係なく, $|F_T|$ は $|F_M|$ よりかなり小
さくなっている. これは Morison 波力 F_M を算定する
ときに用いた抗力係数 $C_D=1$ および質量力係数 $C_M=2$
の値や実験に用いた規則波が微小振幅波とみなし得ない
こと等にその責を帰すべきであるとの考え方もありうる
が, ここではたわみうる可とう円柱は剛円柱より拘束が
小さいために生じた必然的な結果であると考えた方がよ

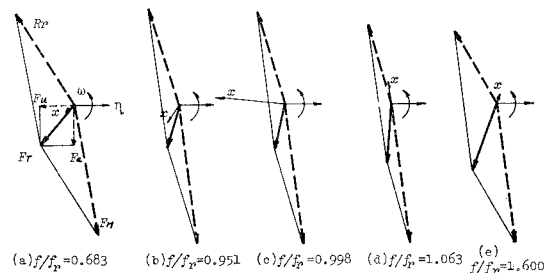


図-9 水面変動, 模型変位, 波力: 模型 II-A-1,
 $H=5\text{ cm}$

り適切であろう。結局可とう円柱に対して Morison 波力を適用すれば一般的には安全側ではあるが、場合によっては数倍程度の過大な結果を与えることになるといえよう。

また造波抵抗 R_r は η に対してはほとんど一定の位相関係であるが、応答変位 x に対しては負、0、正と変化する位相関係にある。このことは造波抵抗は、可とう円柱の振動数 f によって見掛け慣性力の増加や減少あるいは正や負の減衰力の効果を持つことを表わすもので大いに興味あるところであるが、現段階ではこれ以上触れない。ただ Morison 波力 F_M は比較的容易に決定できるものであるので、もし適当な方法で造波抵抗が特定できれば、可とう円柱脚に作用する波力の推定が正しくできることになるともいえるので、今後この造波抵抗の解明に努める必要がある。

次に可とう円柱に作用する規則波による全波力の絶対値が、本研究で取り扱ったパラメーターといかなる関係にあるかの概念をうるために描いたのが 図-10 である。同図ではとりあえず波力の水粒子速度成分 F_u と $DH^2\omega_n^2$ 、加速度成分 F_a と $D^2H\omega_n^2$ の関係を示した。非常にバラツキの多いこの結果だけからは、直ちに結論的に述べることはできないが、両波力成分は各々の横軸

に対して線形関係がありうることを、Bタイプの波力はAタイプの波力の2倍強であることがわかる。 F_u , F_a と円柱径 D 、波高 H との関係は、剛円柱に対する Morison 波力における関係と同様であるが、新たに円柱脚の剛性を表わす ω_n^2 を導入することによって、可とう円柱脚に作用する波力が評価できること、またこれが ω_n^2 すなわち円柱脚のばね剛性 k に比例することから、この ω_n を用いることによって可とう円柱波力と Morison 波力(固定円柱波力)との連続性を保ちうる可能性のあることなど注目すべき内容を示唆しているものと思われる。

5. む す び

以上可とう円柱脚に作用する規則波の波力について、その絶対値および位相の面から、固定円柱波力との関連性、差異等について若干の検討を加え、ある程度の成果が得られた。今後さらにこの方面の研究を継続・発展させ、それらの追認、係数の確定、不規則波力への応用等多くの点での検討が必要であることはいうまでもない。なお本研究は緒についたばかりで、思わぬ誤りを犯しているのではないかと恐れている。大方の御批判・御教示を迎えたい。

最後に本研究を遂行するに当たり、当学部海洋土木開発

工学科海工学講座の佐藤道郎助教授、中村和夫技官、海洋構造工学講座の萩亮助手、愛甲頼和技官、その他多くの学生諸君から御援助、御協力を頂いた。ここに記して謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) たとえば 井島武士: 海岸工学, 朝倉出版, pp. 182-184, 昭 45.

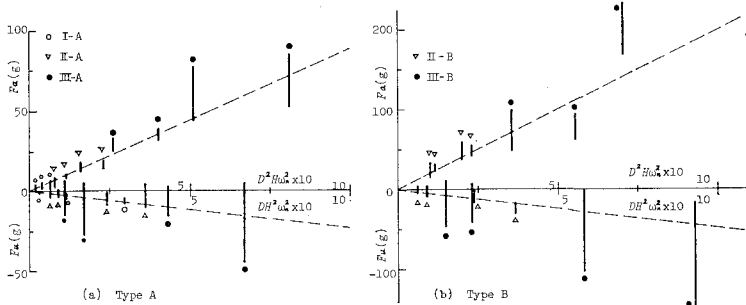


図-10 波力と円柱径, 円柱剛性, 波高の関係