

波浪中における円柱の相互干渉

永井 莊七郎*・倉田 克彦**

1. 緒 言

波浪中における円柱の相互干渉に関しては、これまでも幾つかの研究成果が発表されており、例えば大楠¹⁾は波の進行方向と平行な方向に同じ直径の2本の鉛直円柱が並んでいる場合、および3本の鉛直円柱が、それぞれの中心を結ぶ直線が正三角形をなすように並んでいる場合について、また Spring and Monkmeyer²⁾は、直径の異なる2本の鉛直円柱が波浪中に置かれている場合について、理論的な検討をおこなっている。永井他³⁾および堀川・勝井⁴⁾は、直径が同じ3本ないしはそれ以上、あるいは2本の鉛直円柱が波の進行方向と平行あるいは直角な方向に並べられている場合について、円柱に働く波力の円柱中心間隔による変化を実験的に検討している。しかし、いずれも実験あるいは理論による十分な裏付けがなされていないかった。

本論文においては、波浪中に直径の同じ2本の鉛直円柱が、波の進行方向と直角あるいは平行な方向に並べられた場合、それぞれの円柱に働く波力の円柱中心間隔、波の特性等による変化を実験的および理論的に調べ、円柱に働く波力におよぼす円柱の相互干渉についての検討をおこなった。

なお、紙数の関係上、理論的検討の詳細については他の機会に譲ることとし、本論文では円柱の見掛けの質量係数の理論値と実験値との比較をおこなった。

2. 実験施設、方法および条件

実験は大阪市立大学工学部海工学実験場の、底が水平な長さ 42 m、幅 3.0 m、深さ 0.8 m のモルタル仕上げの波浪水槽を用いておこなった。水槽の一端にはフラップ型の造波板が、他端には砕石を 1:3 で積み上げた消波堤が設けられてある。造波板からほぼ 24 m の位置に外径(直径) $D=7.5$ cm あるいは 13 cm の塩化ビニルパイプを波力測定板に上端を剛結して設置した。この円柱と波力測定板とを一体とした時、水深 $h=40$ cm の場合の減衰固有振動数はほぼ 3 Hz~4 Hz である。波力測

定用円柱と同じ直径 D 、同じ材質の円柱を測定用円柱との中心間隔 l と円柱直径 D との比 $l/D=1.5\sim6.0$ となるように、波の進行方向と直角あるいは平行な方向に、水底から直立させて並べた。

入射波の波高は造波板からほぼ 16 m の位置に設けた容量式波高計によって測定し、造波板の往復運動の周期を測定して、これを入射波の周期 T とした。測定用円柱の真横(円柱の鉛直中心軸を通り波の進行方向と直角な断面内)における波形 η が

(i) $\eta=0$ 、すなわち波面が静水面を横切る時に円柱に働く波力 F が質量力の最大値 $F_{M\text{MAX}}$ であるとして、

$$C_M = \frac{F_{M\text{MAX}}}{\int_{-h_d}^0 \frac{\pi}{4} \frac{w_0}{g} D^2 \left[\frac{\partial u}{\partial t} \right]_{\eta=0} dz} = \frac{F_{M\text{MAX}}}{\frac{\pi}{8} w_0 H^2 D \left\{ \tanh kh - \frac{\sinh k(h-h_d)}{\cosh kh} \right\}} \dots\dots (1)$$

(ii) $\eta=\eta_{\text{MAX}}$ あるいは $\eta=\eta_{\text{MIN}}$ 、すなわち波の山あるいは谷が来る時の円柱に働く波力 F を抗力の最大値 $F_{D\text{MAX}}$ として、

$$C_D = \frac{F_{D\text{MAX}}}{\int_{-h_d}^0 \frac{w_0}{2g} D[u|u|]_{\eta=\eta_{\text{MAX}} \text{ OR } \eta=\eta_{\text{MIN}}} dz} = \frac{|F_{D\text{MAX}}|}{\frac{1}{16} w_0 H^2 D \frac{2kh_d + \sinh 2kh - \sinh 2k(h-h_d)}{\sinh 2kh}} \dots\dots (2)$$

(iii) 波力の最大値 F_{MAX} より

$$C_{\text{MAX}} = \frac{F_{\text{MAX}}}{w_0 H D h_d} \dots\dots (3)$$

のように質量係数 C_M 、抗力係数 C_D および最大波力係数 C_{MAX} を定めた。

ここで、

u および $\partial u/\partial t$: 円柱の真横における水粒子の水平方向(波の進行方向)の速度および加速度であって、微小振幅波理論による値を用いた。

D および h_d : 円柱の直径および静水時(水深 h)の円柱の水中部分の長さ。

* 正会員 工博 大阪市立大学名誉教授

** 正会員 工修 大阪市立大学助手 工学部土木工学科

表-1 実 験 条 件

D/L	H/D	l/D	円柱直径 D (cm)	波の周期 T (sec)	波 高 H (cm)	相対水深 h/L	波形勾配 H/L	レイノルズ数 $Re=\bar{u}D/\nu$
0.020	0.65, 0.69	1.5	7.5	2.0	4.9, 5.2	0.11	0.014	7.6×10^3 7.8×10^3
0.027	0.67~1.39		7.5	1.6	5.0~10.4	0.14	0.020~0.037	7.4×10^3 1.5×10^4
0.035	0.39		13	2.0	5.1	0.11	0.014	1.4×10^4
0.039	0.91, 1.24	2.0	7.5	1.2	6.8, 9.3	0.20	0.035, 0.048	1.0×10^4 1.4×10^4
0.045	0.46, 0.76		13	1.6	6.0, 9.9	0.14	0.021, 0.035	1.7×10^4 2.9×10^4
0.051	0.80, 1.0	3.0	7.5	1.0	6.0, 7.5	0.28	0.041, 0.051	7.2×10^3 1.0×10^4
0.067	0.48, 0.72		13	1.2	6.2, 9.3	0.20	0.032, 0.048	1.4×10^4 2.5×10^4
0.089	0.48, 0.58	4.0	13	1.0	6.2, 7.5	0.28	0.042, 0.051	1.3×10^4 1.8×10^4
0.11	0.52		13	0.9	6.7	0.33	0.054	1.5×10^4

w_0 および g : 水の単位体積重量および重力加速度。

H および k : 入射波の波高および波数 ($=2\pi/L$, L は入射波の波長) である。

実験においては、実際の掘削リグと波浪との相対的な大きさ、とくに円柱直径 D と波長 L との相対的な関係 D/L を合わせるようにした。円柱直径 D から定まる幾何学的な縮尺を用いると、波高および水深を現地に対応させることが、造波機的能力および水槽の大きさによる制約から困難であったので、入射波高 H をほぼ 5 cm ~ 10 cm, 水深 h をほぼ 40 cm とした。実験の条件を表-1 に示す。

3. 円柱が1本の場合の実験結果

円柱の相互干渉について調べるためには、まず円柱が1本の場合の、円柱に働く波力について調べておく必要がある。しかし、ここでは円柱が1本の場合の C_M , C_D および C_{MAX} について検討をおこなう余裕がないので、 C_M および C_{MAX} の H/D による変化と C_D のレイノルズ数 $Re=\bar{u}D/\nu$ (ν : 水の動粘性係数, $\bar{u}=\int_{-h}^0 [u]_y=y_{MAX} dz$) による変化を 図-1~図-3 に示すにとどめる。

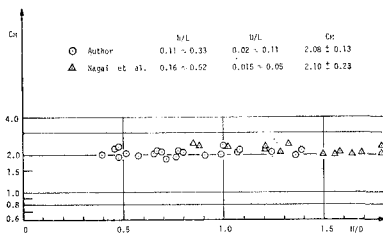


図-1 円柱が1本の場合の質量係数 C_M の H/D による変化

$$\bar{u} = \frac{1}{h} \int_{-h}^0 [u]_{y=y_{MAX}} dz, \quad \nu: \text{水の動粘性係数}$$

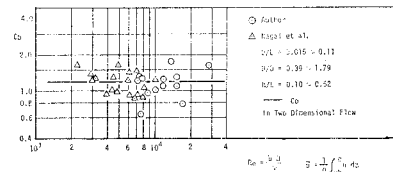


図-2 円柱が1本の場合の抗力係数 C_D のレイノルズ数 Re による変化

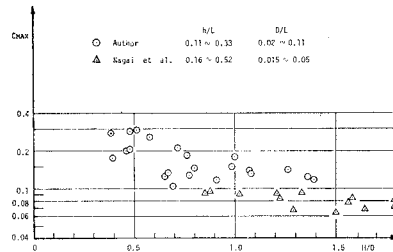
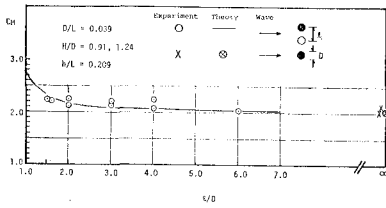


図-3 円柱が1本の場合の最大波力係数 C_{MAX} の H/D による変化

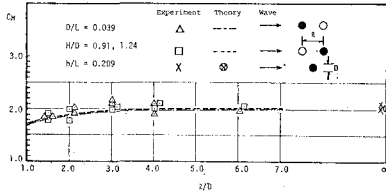
4. 円柱が2本の場合の実験結果

(1) 円柱の質量係数 C_M

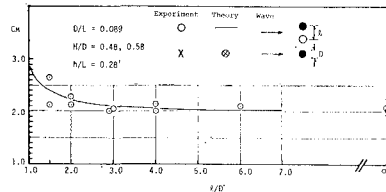
$D/L=0.02\sim0.11$ の範囲における円柱の質量係数 C_M の l/D による変化の例を示したものが 図-4 と 図-5 である。図 (a) の $\odot$ 印は2本の円柱が波の進行方向と直角な方向に並んでいる場合、図 (b) の Δ および $\square$ 印は波の進行方向と平行な方向に並んでいる2本の円柱のうちの前方および後方円柱の質量係数の実験値であって、実線、一点鎖線および破線は、それぞれ $\odot$, Δ および $\square$ 印で示す実験値に対応する理論値である。また、



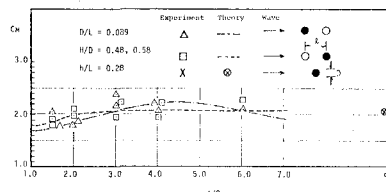
(a)



(b)

図-4 円柱の質量係数 C_M の l/D による変化 ($D/L=0.039$)

(a)



(b)

図-5 円柱の質量係数 C_M の l/D による変化 ($D/L=0.089$)

× および ⊗ 印は円柱が1本の場合の質量係数の実験値および理論値である。質量係数の理論値は次式によって求めることができる⁵⁾。

- 2本の円柱が波の進行方向と直角な方向に並べられた場合

$$C_M = \frac{A(ka)}{\pi/4 \cdot (ka)^2} \left| 1 + \sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} \frac{J'_\lambda(ka)}{H^{(1)'}_\lambda(ka)} \cdot H^{(1)}_\lambda(kl) \cdot (-1)^\lambda \cdot \frac{\lambda}{kl} \right. \\ \left. + \sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \frac{J'_\lambda(ka)}{H^{(1)'}_\lambda(ka)} \cdot \frac{J'_\mu(ka)}{H^{(1)'}_\mu(ka)} \cdot H^{(1)}_{\lambda+\mu}(kl) \cdot H^{(1)}_\mu(kl) \cdot \frac{\mu}{kl} \right| \quad (4)$$

- 2本の円柱が波の進行方向に平行な方向に並べられた場合の前方円柱

$$C_M = \frac{A(ka)}{\pi/4 \cdot (ka)^2} \left| 1 + e^{ikl} \cdot \sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} \frac{J'_\lambda(ka)}{H^{(1)'}_\lambda(ka)} \cdot (-i)^{\lambda+1} \cdot H^{(1)}_\lambda(kl) \right. \\ \left. + \sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \frac{J'_\lambda(ka)}{H^{(1)'}_\lambda(ka)} \cdot \frac{J'_\mu(ka)}{H^{(1)'}_\mu(ka)} \cdot i^{\lambda+1} \cdot H^{(1)}_{\lambda+\mu}(kl) \cdot H^{(1)}_\mu(kl) \right| \quad (5)$$

- 2本の円柱が波の進行方向と平行な方向に並べられた場合の後方円柱

$$C_M = \frac{A(ka)}{\pi/4 \cdot (ka)^2} \left| 1 + e^{-ikl} \cdot \sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} \frac{J'_\lambda(ka)}{H^{(1)'}_\lambda(ka)} \cdot i^{\lambda+1} \cdot H^{(1)}_\lambda(kl) \right. \\ \left. + \sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \frac{J'_\lambda(ka)}{H^{(1)'}_\lambda(ka)} \cdot \frac{J'_\mu(ka)}{H^{(1)'}_\mu(ka)} \cdot (-i)^{\lambda+1} \cdot H^{(1)}_{\lambda+\mu}(kl) \cdot H^{(1)}_\mu(kl) \right| \quad (6)$$

- 円柱が1本だけの場合

$$C_M = \frac{A(ka)}{\pi/4 \cdot (ka)^2} \quad (7)$$

式中

$A(ka) = 1/\sqrt{J_1^2(ka) + Y_1^2(ka)}$, 波数, $a = D/2$: 円柱の半径, $i = \sqrt{-1}$, $J_\lambda(X)$, $Y_\lambda(X)$, $H^{(1)}_\lambda(X)$; $J'_\lambda(X)$, $Y'_\lambda(X)$, $H^{(1)'}_\lambda(X)$: それぞれ λ 次の第1種および第2種のベッセル関数と第1種ハンケル関数ならびにその導関数, $|\dots|$: 絶対値を表わす記号である。

- (i) 2本の円柱が波の進行方向と直角な方向に並べられた場合

円柱が2本ある場合, その中心間隔が狭いほど, 円柱間を運動する水粒子の加速される程度が大きくなるので, 円柱が1本の場合に比して, $l/D=1.5$ では 0.15~0.2 程度, $l/D=2$ では 0.1 程度 C_M は大きくなるが, $l/D > 3 \sim 4$ になれば, 円柱相互の影響は小さくなって, 両方の場合の C_M の値はほぼ同じとなる。この傾向は理論計算によるものとほぼ一致しており, また堀川・勝井⁴⁾による実験の結果とも一致している。

- (ii) 2本の円柱が波の進行方向と平行な方向に並べられた場合

前方円柱の C_M の値は, $l/D=1.5$ では円柱が1本だけの場合に比して 0.2~0.3 程度小さくなるが, $l/D > 3 \sim 4$ になれば円柱が1本の場合の値とほぼ同じになる。後方円柱についてもほぼ同じ傾向を示しており, この傾向は理論計算による C_M の l/D による変化の傾向ともほぼ一致している。この C_M の l/D による変化については次のように説明される。

円柱の中心間隔が狭い場合, 2本の円柱の間では, 入

射波より波高が小さい前方円柱からの散乱波と、それとは位相が異なる後方円柱からの散乱波とが重なり合った状態を呈しており、円柱が1本の場合とは円柱周囲の波動の状態が異なっている。そのため円柱の質量係数 C_M も円柱が1本の場合とは異なった値を示すようになる。円柱の中心間隔が拡がるにつれて、前方あるいは後方円柱からの散乱波が他の円柱におよぼす影響が小さくなり、また2本の円柱の間には入射波とほぼ同じ波が伝わるので、円柱周囲の波動の状態が円柱かつ1本の場合とほぼ同じになり、 C_M もほぼ同じ値を示すようになる。

(iii) 実験値と理論値との比較

$D/L=0.02\sim 0.11$, $H/D=0.39\sim 1.39$ の範囲では、実験値は理論曲線の近傍にばらついているが、ほとんどの場合実験値と理論値との差は $\pm 10\%$ 程度以内であって、両者は比較的良好一致しており、円柱の質量係数をあたえる式(4)～式(7)はほぼ妥当なものであると言える。

(2) 円柱の抗力係数 C_D

円柱の抗力係数 C_D の値は、 D/L および H/D によってかなり異なるので、 C_D の l/D による変化の傾向を知るため、 C_D と円柱が1本の場合の抗力係数 $[C_D]_\infty$ との比 $C_D/[C_D]_\infty$ の l/D による変化を示したものが図-6である。図中の○印等は $C_D/[C_D]_\infty$ の範囲と平均値を、破線は定常流中における $C_D/[C_D]_\infty$ の l/D による変化を示す曲線である^{6),7)}。

図-6に示すように、2本の円柱の並び方に拘わらず、 $l/D>3\sim 4$ になれば $C_D/[C_D]_\infty$ の平均値はほぼ1となり、円柱の相互干渉はほぼ無視し得ると言える。この結果は堀川・勝井⁹⁾による実験結果と同じである。図中に破線で示すように、2本の円柱が定常流れの中に流れの方向と直角な方向に並べられている場合には、 $l/D>3\sim 4$ になれば⁶⁾、あるいは、流れの方向と平行な方向に並

べられた場合の上流側(前方)円柱については、 $l/D>3\sim 4$ になれば⁷⁾、円柱の相互干渉はほぼ無視し得るが、下流側(後方)円柱の C_D の値は $l/D=6$ においても、円柱が1本の場合の $[C_D]_\infty$ の60%～65%程度であって、円柱の相互干渉の影響はかなり下流側にまでおよぶ⁷⁾。

波の進行方向あるいは流れの方向と直角な方向に並べられた2本の円柱の間の相互干渉のおよぶ範囲が、図-6に示すようにほぼ同じであることより、両方の場合の円柱周囲の水粒子の運動の状態が比較的良好に似ている。すなわち円柱からの流線の剝離あるいは渦の流出が、他の円柱に対しておよぼす影響がほぼ同じであって、 $l/D>3\sim 4$ になれば、これらの影響は小さくなると言える。これは、図-2に示すように、波浪中における $[C_D]_\infty$ の値が定常流中における円柱の抵抗係数の値とほぼ同じになることから理解されることである。また、波の進行方向あるいは流れの方向と平行な方向に2本の円柱が並べられた場合の前方円柱についても、上と同様のことが言えるようであるが、後方円柱についての円柱の相互干渉の違いについては次のように説明される。

微小振幅波理論を用いれば、 $T=0.9\text{ sec}\sim 2.0\text{ sec}$, $h=40\text{ cm}$, $h/L=0.11\sim 0.33$ の場合、水粒子の水平方向の最大移動距離はたかだか波高 H の2倍程度であって⁸⁾。円柱からの流線の剝離および渦の流出が影響する範囲は円柱背後の比較的良好狭いところに限られる。また、2本の円柱の間には円柱からの散乱波が生じ、流れの中におけるような円柱間の死水領域の形成は妨げられる。一方、定常流れの場合には、水粒子の移動範囲が無遠慮にまでおよぶため、円柱からの流線の剝離および渦の流出の影響が比較的良好広い範囲にまでおよび、しかも円柱間隔が狭い場合には、2本の円柱の間の水はほぼ静止した状態になる⁷⁾。このように、円柱からの流線の剝離および渦の流出の影響範囲あるいは円柱間の水の状態の違いによって、波浪中と流れの中における抗力(抵抗)係数の l/D による変化、すなわち円柱の相互干渉の違いが生じるのであろう。

(3) 最大波力係数 C_{MAX}

最大波力係数 C_{MAX} もまた D/L および H/D によってかなり異なるため、円柱が1本の場合の $[C_{MAX}]_\infty$ を基準にして、 C_{MAX} の l/D による変化を示したものが図-7である。図中の○印等は図-6の場合と同じである。

2本の円柱が波の進行方向と直角な方向に並べられた場合、 $l/D=1.5$ では円柱が1本の場合の $[C_{MAX}]_\infty$ に比して20%程度 C_{MAX} は大きくなるが、 $l/D>3\sim 4$ になれば $C_{MAX}\approx [C_{MAX}]_\infty$ となり、 C_M および C_D の場合と同様に、円柱の相互干渉はほぼ無視されるようになる。

2本の円柱が波の進行方向と平行な方向に並べられた

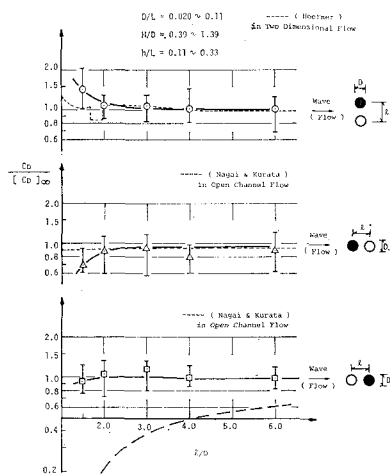


図-6 円柱の抗力係数 C_D の l/D による変化

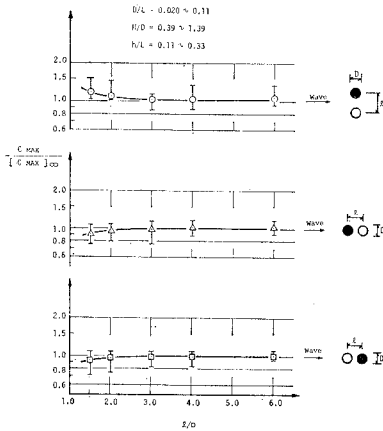


図-7 円柱の最大波力係数 C_{MAX} の l/D による変化

場合、円柱の中心間隔が比較的狭い $l/D < 2 \sim 3$ の範囲では、 C_{MAX} は $[C_{MAX}]_{\infty}$ よりやや小さくなるが、 $l/D > 3 \sim 4$ になれば $C_{MAX} \approx [C_{MAX}]_{\infty}$ となり、円柱の相互干渉はほぼ無視できるようになる。 C_M および C_D の l/D による変化と同様に、 C_{MAX} についても円柱の相互干渉のおよぶ範囲が比較的狭いのは、すでに述べたように、円柱からの流線の剝離および渦の流出等の影響のおよぶ範囲が比較的狭く、しかも円柱間には死水領域が形成されず波動が伝わることによるものである。

4. ま と め

2本の鉛直円柱が波の進行方向と直角あるいは平行な方向に並べられている場合、 $D/L = 0.02 \sim 0.11$, $H/D = 0.39 \sim 1.39$ の範囲では、 $l/D < 2 \sim 3$ の範囲では、円柱の相互干渉によって C_M , C_D および C_{MAX} は、円柱が1本の場合とは 10%~50% 程度異なった値を示す。しか

し、 $l/D > 3 \sim 4$ になれば、円柱の相互干渉はほぼ無視でき、 C_M , C_D および C_{MAX} の値は円柱が1本の場合の値とほぼ同じになる。

式(4)~式(7)によってあたえられる C_M の値は、実験値と比較的よく一致しており、円柱に働く波力 (F_M あるいは C_M) に関する理論式は妥当なものである。

付 記

実験ならびに実験結果の整理に関しては、大阪市立大学大学院生日吉功君および当時大阪市立大学工学部学生(現在 東洋建設(株)勤務)木和田雅也君の協力を得た。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 大楠 丹: 複数本の鉛直円柱に働く波力について, 日本造船学会論文集, 第131号, pp. 53-64, 1972年6月.
- 2) Spring, B. H. and P. L. Monkmeyer: Interaction of Plane Waves with Vertical Cylinders, Proceedings of 14th International Conference on Coastal Engineering, pp. 1828-1847, June, 1974.
- 3) 大阪市立大学工学部永井研究室: 本州四国連絡橋橋脚に関する研究報告書(その3), 1968年3月
- 4) 堀川清司・勝井秀博: 複数円柱に作用する波力に関する実験, 第27回土木学会年次学術講演会講演概要集, 第2部, pp. 59-62, 1962年10月.
- 5) 永井莊七郎・倉田克彦: 波浪中における円柱の相互干渉, 昭和52年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集, II-3, 1977年4月.
- 6) Hoerner, S. F.: Fluid-Dynamic Drag, 8-2, 1965.
- 7) 永井莊七郎・倉田克彦: 開水路流れの中の円柱の相互干渉, 土木学会論文報告集, 第196号, pp. 57-64, 1971年12月.
- 8) 例えば 永井莊七郎: 改訂水理学, p. 309, コロナ社, 1974年11月