

杭に作用する水平波力変動の解析

鹿 島 遼 一*・丸 山 康 樹*・長 谷 川 寛**

1. 緒 言

多柱式海洋構造物は、比較的に上部構造の大きい構造となることが多く、設計にあたっては、波に対する構造物の動的応答が問題となるため、波力の時間的変動が重要になる。通常、波力は Morison の式で表現されており、波力係数の選択がひとつの問題となる。と同時に、どの理論によって、水粒子速度・加速度を算定するかによって、波力の分布および時間的変動の予測値が異なってくることも問題である。この事情は、実験水路あるいは海洋における実測値によって波力を解析する場合にも同様に生じる。水粒子速度を直接に測定することは、水面波形の測定に比較して困難であり、水面波形記録と波力合力の記録による解析が行われる例が多い。土屋・山口¹⁾²⁾は Stokes 波、クノイド波等の有限振幅波理論を適用して、波力係数の算定結果のバラツキが異なることを示すと共に、一般に用いられることの多い係数値として、抗力係数 $C_D=1.0$ 、質量係数 $C_M=2.0$ を用いた場合、Airy 波と波速の第 2 定義による Stokes 波第 4 次近似解およびクノイド波第 2 次近似解にもとづく全波力計算値には相当な差異があり、実験で得られた値は、後二者にほぼ一致するのに対し、Airy 波は過小な値を与えることを示した。本文は、波長に比較して小さな直径を有する円柱に作用する波力に関する実験結果により、Morison の式を用いて、水面波形の記録から、水平波力の時間的変動を表わす方法について検討を行うものである。

2. 実験方法

実験は、長さ 78.0 m、幅 0.90 m、高さ 1.00 m の水路の一端に勾配 1/30 の消波用斜面を設け、斜面先端から 5 m 造波機側の様水深部（水深 70 cm）に直径 3, 6, 9 cm のアクリル円柱および 18, 27 cm の鋼製円柱を、鋼製アームを介して吊り下げ、規則波および不規則波を作用させて行なった。また、規則波による実験の一部は、crest 前後の歪んだ非対称波形を発生させるために、水深 33 cm の斜面中央付近に杭模型を配置して行

なった。実験波は、あらかじめ磁気テープに記録した正弦波および合成正弦波の電圧波形を入力信号として、毎回同一の timing によって造波板を中立位置から起動して発生させ、再現性のある波連により実験を行なった。波力は、鋼製アームの歪を半導体歪ゲージ 4 枚のブリッジ回路により検出し、較正結果により換算して求めた。波力測定系の固有周期は、鋼製円柱の場合を除いて 8.5 Hz 以上であり、0.5 Hz 付近の波を発生させている本実験では、砕波するケースを除けば、アームの歪は波力を表わしているといえる。規則波による実験では、模型を配置しない状態での波形記録により、計算対象波を決めておいて、模型を配置した時に模型中心と同時に crest の到達する位置における水位波形記録と、模型を配置しないときの水位波形記録の両読取値に対して相関解析により位相合わせを行ない、波力と模型のないときの波形の関連をつけた。砕波および不規則波の場合には波形の厳密な再現性が保証されないため、stream function 法を適用した場合については、円柱中心と同時に crest の到達する位置で、円柱中心から直径の 2.5 倍離れた点の水位記録を、また EXVP 法を適用した場合は抗群中心から 2.06 m（約 0.4 波長）沖の点における水位記録と波力の記録を関連させた。

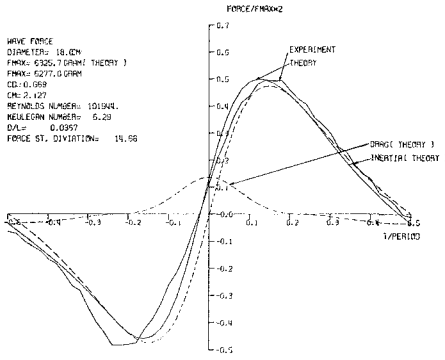
3. 規則波による波力の変動

Morison は、径 D 、長さ dz の直円柱に作用する波力 dF を

$$dF = C_D D (\rho/2) u |dz + C_M \rho (\pi/4) D^2 (du/dt) dz \quad \dots\dots\dots (1)$$

と表現した。ここに ρ : 流体の密度、 C_D : 抗力係数、 C_M : 質量係数、 u : 水粒子速度（杭と直角方向）、 du/dt : 水粒子加速度、である。すでに指摘されているように（1）式は厳密な理論的根拠を有している訳ではない。また C_D を定数として扱う程には定常流の場合のような実験的根拠も少ない。Keulegan & Carpenter³⁾ は波力の実験値の「ずれ」を波力係数の時間的変化によると考えた。一方、土屋・山口²⁾は有限振幅波理論を適用すれば、波力係数の時間的変動を考えずに、柱体に作用する波力の時間的変動を表わせることを示した。

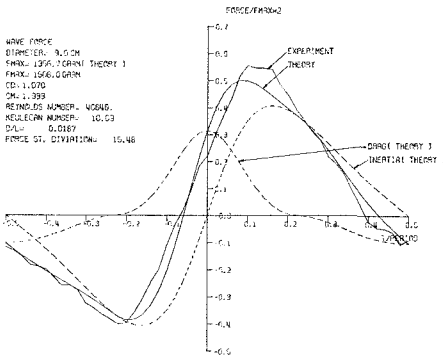
* 正会員 電力中央研究所土木技術研究所環境水理部
** 電力中央研究所土木技術研究所環境水理部



図—1 Stokes 波による波力の変化 (1) (単円柱)

水深 70 cm, 周期 2 sec, 波高 28.2 cm, 直径 18 cm

$C_D=0.669$, $C_M=2.127$



図—2 Stokes 波による波力の変化 (2) (単円柱)

水深 70 cm, 周期 2 sec, 波高 23.3 cm, 直径 9 cm

$C_D=1.070$, $C_M=1.933$

今回の実験で得られた水位・波力記録で水位波形の後対称性の良い波に対して Skjelbreia & Hendrickson⁴⁾ のストークス波第 5 次近似解を適用した例を図—1, 2 に示す。図—1 は慣性力の卓越する場合であり、図—2 は抗力と慣性力が同程度の場合である。両例とも波力係数は最良近似を与える値を探っている。また適合度を表す相対標準偏差 ($\sqrt{(f_p - f_m)^2 / f_m^2}$, p : 理論値, m : 実測値, $-$: 平均) も示した。土屋・山口の示した例と同じく有限振幅波理論を適用すれば (1) 式が波力を良く表現できることを両図は示している。

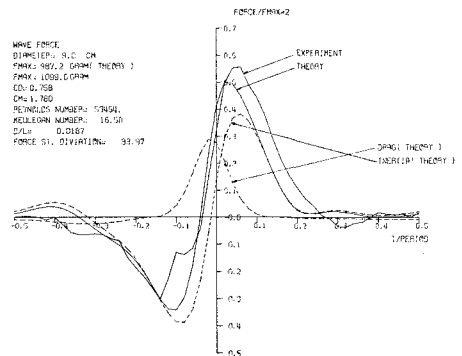
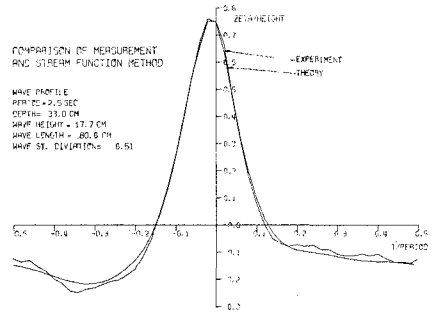
さらに、一般的有限振幅波形を扱える Dean⁵⁾ の stream function 表示を用いれば、より一般的な場合において、柱に作用する波力の時間的変化を表現できると考えられる。この方法は波動場を

$$\psi(x, z) = \left(\frac{L}{T} - U \right) z + \sum_{n=4,6,8,\dots}^{N-1} \sinh(n-2) \frac{\pi}{L} (h+z)$$

$$\times \left[X(n) \cos(n-2) \frac{\pi}{L} x + X(n+1) \sin(n-2) \frac{\pi}{L} x \right] \dots \dots \dots (2)$$

(L : 波長, T : 周期, u : 流速, h : 水深, x, z : 水平, 鉛直座標)

によって表現し、係数 $X(n)$ と L ないし T を、1 点における波形記録から、波形の変化がないものとして、実測波形と計算波形の差、および Bernoulli 定数の時間的変動を最小化するように決定する方法である。岩垣・酒井⁶⁾ は、Dean の方法が水平床上的変形しない波を対象としているにも拘らず、斜面上の碎波の波峰下の水平水粒子速度の実験値と良く一致することを示した。従って相当に変形が著しい波についても、波力変動を表現し得る可能性がある。図—3 は水深 33 cm の斜面上での波形記録に Stokes 波第 5 次近似相当の項数の流れ関数表現を適用した例である。crest 付近、およびその直前の波力は充分表わしていないが crest 通過後の波力変化は計算値と実測値が良く一致している。



図—3 Stream Function による波力変化 (1) (単円柱)

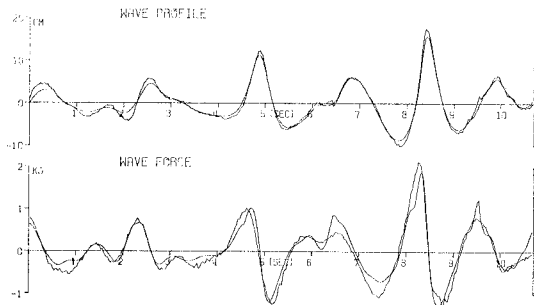
水深 33 cm, 周期 2.5 cm, 波高 17.7 cm, 直径 9 cm

$C_D=0.758$, $C_M=1.780$

4. 不規則波による波力の変動

現実の海洋構造物がさらされる不規則な波浪による波力の変動を(1)式に基づいて表現する一般的な方法は現在のところ便宜的な方法に限られている。現実の波を複雑な波の集合として表わす方法は、Airy 波の重ねで表わす方法であり、有限振幅の影響を取り入れることができない。この線形フィルター法⁷⁾はそのために実測値に適用するに際し、物理的な鉛直座標を計算では、ずらして波力を見積もる修正が行われた⁸⁾。一方任意の波形について、有限振幅の効果を見込むことのできる Dean の流れ関数法は、波の変形を考慮に入れていない欠点がある。しかしこの表現は、前提条件を満たさない砕波に近い波の内部の運動まで実際に近く表わせることから、現実の分散性のある波連においても、一定点の直下の流速分布を主に支配するのはその点における波形であるとすれば、不規則波連の一波一波に Dean の方法を適用できるであろう。Hudspeth et al.⁹⁾は実測波形と局部的波力測定結果を用いて、線形フィルター法と流れ関数法を比較した結果、全般的には後者が優っているが、線形フィルター法において、仮想鉛直座標を用いて、かつ Dean-Aagaard¹⁰⁾の波力係数のうち C_M を 20% 低く採れば砕波に近いような大波高の波以外には有効であると結論づけた。実際に構造物を設計するにあたって、位相関係を定めることができる線形フィルターの利点を活用できる余地をこのようにして残したものである。

図—4 は単円柱に不規則波を作用させて、円柱の側方の点で測定した水位記録からゼロアップクロス法によって1波毎に Dean の流れ関数法を適用し、滑らかに接続したものであり、実測波力が、かなり良く表現できるといえよう。



図—4 不規則波への Stream Function の適用例

水深 70 cm, 直径 9 cm
 $C_D=0.8$, $C_M=2.0$
相対標準偏差: 波形 15.93%,
波力 29.56%

5. Extended Velocity Potential 法 (EXVP)

とその修正

Lambrakos & Brannon¹¹⁾ は任意波形の有限振幅波で空間的に波形が異なる場合を含む解析法として EXVP 法を提案した。これは周期 T の波の速度ポテンシャル $\phi(x, z, t)$ を

$$\phi(x, z, t) = \sum_{n,m}^{N,M} \cosh(k_n z) \times [A_{nm} \cos(k_n x - \omega_m t) + B_{nm} \sin(k_n x - \omega_m t)] \dots\dots\dots (3)$$

(ここに $\omega_m=2\pi m/T$, $k_n=2\pi n/L$, $L: T$ に相当する波長)

と表わして、非線形表面条件の誤差を, dynamic error E^D と kinematic error E^K としたとき, total error

$$Q([A], [B], k_1) = \sum_{i,j}^{I,J} [(E_{ij}^K)^2 + (E_{ij}^D)^2] \dots\dots\dots (4)$$

(i, j は時刻と位置) ……(4)

を最小化するように $[A]$, $[B]$ マトリクスおよび k_1 を線形波理論から求めた base point から出発して Transformational discrimination 法で決定するものである。Lambrakos et al. はこれを隣り合う2波に適用して、変形を許さない Dean の方法より実測波形との一致を改良できるとしたが、実データは示されていない。この方法は極めて一般的に高調波を含むため、最適化すべきベクトルの次元が大きくなる点が計算実行上の難点となる。たとえば単一波の周期が決定されたとして、3次項まで考えると未知数は19になる。筆者らは、この方法を Airy 波の単純な重ね合わせの上に修正項を導入したものとし、基本周波数 $\omega_1(m)$ ($m=1, 2, \dots, N_K$) に対する波数を $k_1(m)$ としたとき、干渉項を周波数 $\omega_2(n_1, n_2)=n_1\omega_1(m_1)+n_2\omega_1(m_2)$ の成分の波数は $k_2(n_1, n_2)=n_1k_1(m_1)+n_2k_1(m_2)$ に相当するものとして、高次項を必要に応じて制限する方法により、一度に数波分の波形データを処理し、その空間的変形を非線形表面条件に適合させることを行なった。この方法によれば、波の分散性と有限振幅性とを、ある程度まで適合させることが可能である。この場合の目的関数は次式とした。

$$Q(A(m), B(m), k_1(n)) = \sum_i^I [\zeta(i) - S(i)]^2 + \frac{1}{J \times \omega_{\max}^2} \sum_{i,j}^{I,J} (E_{ij}^D)^2 \dots\dots\dots (5)$$

ここに

- $m=1, 2, \dots, N_K, N_K+1, \dots, N; n=1, 2, \dots, N_K$
- $\zeta(i)$: x_0 点における水位記録
- I : データの長さ
- J : check 点の数
- $\omega_{\max}$: 最もエネルギーの大きい周波数

$S(i)=S(x_0, \zeta(i), t_i)$, $E_{ij}^K=E^K(x_j, \eta_{ij}, t_i)$ であり,
 S, E^K は次式で与えられる.

$$S(x, z, t) = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2g} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$E^K(x, \eta, t) = \frac{\partial \phi}{\partial z} - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial t} \right) \\ \doteq \frac{\partial \phi}{\partial z} - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial t} \right) \quad \dots\dots\dots (7)$$

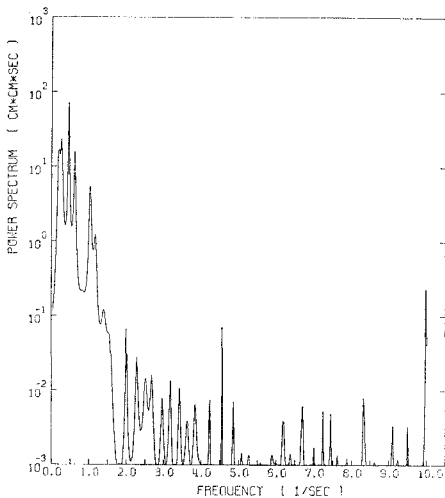
表一 Stokes 波に対する EXVP 法の適用
 (未知数 11)
 (水深 70 cm, 周期 2 sec, 波高 25 cm,
 1 周期 51 分割)

	波 長*	相 対 標 準 偏 差	
		波 形	水平流速 (crest 位置)
Stokes (5th)	483.1 cm	0 %	0 %
Stream F.	483.5	0.33	0.17
EXVP	488.4	4.54	1.19

* Airy 波長: 462.1 cm

表二 Airy 波の合成波に対する EXVP 法
 の適用 (未知数 12)
 (水深 70 cm, 波高 1.5 cm 周期 1 sec
 波と波高 2.5 cm 周期 2 sec 波の合
 成, 51 分割)

	波 長	相 対 標 準 偏 差	
		波 形	水平流速 (crest 位置)
Airy	154.9 cm 462.1	0 %	0 %
Stream F.	442.5	10.71	7.17
EXVP	154.3 462.0	4.88	1.52
Stokes (5th)	463.3	46.8	20.2

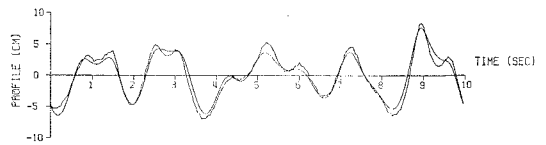


図一五 EXVP を適用した波のパワースペクトル
 (MEM による. データ数 200, 項数 100)

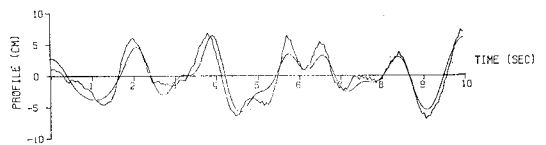
また (7) 式の右辺を算出するときの z 座標は

$$\eta \doteq S(x, S(x, 0, t), t) \quad \dots\dots\dots (8)$$

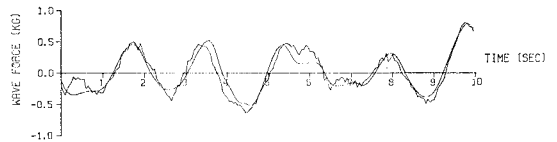
とした. また最適化は Hessian を与える必要のない
 Davidon 法によった. 本法の特長を見るために, Stokes
 波の第 5 次近似解および Airy 波の重ね合わせによる実
 測波形を与えた結果を表一, 二に示す. 有限振幅性と分
 散性を表現できることが判る. 波の進行方向に等間隔に
 配置された 3 本の杭に対する波力を, 中心の杭から 2.06
 m 沖で測った波形から本法によって求めた. データは
 50 ms 間隔の 200 点で, 図一五はこの期間の MEM パワ
 ースペクトルであり, 図一六, 七は未知数 24 の場合の波形
 のあてはめの結果, および模型中心での予測水位, 図一
 八は波力係数を最良近似したときの波力の合力の計算値
 と実験値を示している. このように約 0.4 波長離れた点
 の水位記録を用い得る点も Dean の方法と異なってい
 る.



図一六 EXVP によるあてはめ (波形)
 (相対標準偏差: 22.72%)



図一七 EXVP による予測波形, 実測点より 2.06
 m 岸側 (模型中心)



図一八 不規則波への EXVP の適用例 (3 本の円
 柱に対する波力)

水深 70 cm, 直径 6 cm × 3 (56 cm 間隔)
 $C_D=0.972$, $C_M=2.088$
 (相対標準偏差: 34.6%)

6. 結 言

以上の検討により, Morison 式 (1) を用いて, 有限
 振幅性および分散性を考慮した水平波力変動の解析はあ
 る程度可能であるといえる. ただし筆者らの行った
 EXVP 法は, 処理できる項数から見て未だ不十分であ
 り, さらに計算法の検討を要する. ただし, 後続するデ
 ータに対しては, すでに求められた結果はかなり良好な

base point となると考えられるので継続して適用する場合の初期値設定の手間は省くことができる。さらに検討を加えていきたい。

参 考 文 献

- 1) 土屋義人・山口正隆: 波による円柱の抗力係数および質量係数について, 第19回海講論文集, pp. 379-383, 1972.
- 2) 土屋義人・山口正隆: 柱体に作用する全波力について, 第20回海講論文集, pp. 25-29, 1973.
- 3) Keulegan, G. H. and L. H. Carpenter: Forces on cylinders and plates in an oscillatory fluid, J. of Res. N.B.S., Vol. 50, No. 5, pp. 423-440. 1958.
- 4) Skjelbreia, L. and J. A. Hendrickson: Fifth order gravity wave theory, 7th Conf. Coastal Eng., pp. 184-197, 1964.
- 5) Dean, R. G.: Stream function representation of nonlinear ocean waves, JGR Vol. 78, No. 18, pp. 4561-4572, 1965.
- 6) 岩垣雄一・酒井哲郎: Stream function theory による斜面上の碎波の水粒子速度の表現について, 第21回海講論文集, pp. 27-32, 1974.
- 7) Reid, R. O.: Correlation of water level variations with wave forces on a vertical pile for nonperiodic waves, 4th Conf. Coastal Eng., pp. 749-786, 1958.
- 8) Wheeler, J. D.: Method for calculating forces produced by irregular waves, Offshore Tech. Conf., Vol. I, pp. 1-83-94, 1969.
- 9) Hudspeth, R. T., R. A. Dalrymple and R. G. Dean: Comparison of wave forces computed by linear and stream function methods, Offshore Tech. Conf., pp. 17-25, 1974.
- 10) Dean, R. G. and P. M. Aagaard: Wave forces: Data analysis and engineering calculation method, J. Petr. Tech., pp. 368-375, 1970.
- 11) Lambrakos, K. F. and H. R. Brannon: Wave force calculations for Stokes and non-Stokes waves, Offshore Tech. Conf., pp. 47-60, 1974.