

# 長い波に重なった短い波の振幅変化

佐藤 道郎\*・中村 和夫\*\*・吉住 昌久\*\*\*

## 1. 序

波長の短い波がうねりのような波長の長い波の表面を伝播する際に、長い波の峰では短い波の波長は短縮し、それに伴い波高は大きくなるといった変化をするものと考えられている。

このような長い波の上の短い波の性質の変化については Unna (1947)<sup>1)</sup> が波長や振幅の変化を与える関係を示しているが、後に Longuet-Higgins と Stewart (1960)<sup>2)</sup> は摂動法による計算と radiation stress の概念を初めて用いた energy 収支に基づく物理的な考察から振幅変化に関する Unna の結論を修正した。また Phillips (1963)<sup>3)</sup> は長い波の上で短い波が前述のような変化で生じた碎波により失なった energy は風のみならず、長い波との相互作用による energy の供給により再生され、この非可逆過程のため長い波は減衰することを示した。ところが Longuet-Higgins (1969)<sup>4)</sup> は、長い波がその峰の前面付近で短い波を碎波させ、短い波が失なった運動量  $M$  に対応して  $\Delta E = Mu$  ( $u$ : 長い波の軌道水平流速) に相当する energy を獲得し、これは Phillips による前述の energy loss よりも大きく、長い波と短い波が同じ向きに進んでいるならば  $\Delta E$  は正となって長い波が発達することを示した。このように長い波が短い波の運動量を一掃して成長していく機構を波の発生の “maser mechanism” と名付け、Phillips や Miles による風波の発生理論では十分に説明されない、風速よりも速く伝播する周波数帯の波エネルギーの存在や、逆風によるうねりの急速な減衰をも含めて波の成長の主要な段階を十分説明するものとしている。その後、Hasselmann (1971)<sup>5)</sup> は、Euler の方程式と境界条件式を平均して平均流方程式を求め、波動場がより大きなスケールの運動に及ぼす影響を、相互作用応力による平均運動と波の間の運動量の交換と波の質量輸送の発散による質量の移行により相互作用を定性的に論じた。そして、Longuet-Higgins によって論じられたものは相互作用応力によりなされた仕事と対応するが、一方、質量輸送を介して生じる potential

energy の交換が 1 次の order まででは前者と balance し、2 次では短い波の伝播方向に無関係に長い波の減衰をもたらすことを示した。

このように長い波と短い波の相互作用は風波の生成・消滅過程に深く関連するものと考えられ研究されてきた。そして、長い波に重なった短い波の変化に関する冒頭に述べたような認識のもとに理論が構成され議論されてきているわけだが、この点に関する実験的検討は著者の知る限りでは見当らないようである。ただ、このような問題に関連した実験としては光易 (1966, 1967)<sup>6), 7)</sup> による水槽内に造波機で生じさせた一様な進行波に風を加えて風波を重ねることにより風波と規則波の変化を調べるという興味深い実験がなされているにすぎないと思われる。

著者らは津波と風波の相互干渉という観点から、この長い波と短い波の相互作用について検討する過程で Longuet-Higgins と Stewart<sup>2)</sup> の理論結果に若干の疑問をもち、実験的に長い波の上の短い波の波高変化を調べることを試み、いくらかの結果が得られたので本文ではその結果を報告する。

## 2. Longuet-Higgins と Stewart<sup>2)</sup> の理論

長い波に乗った短い波の振幅変化に関し、Longuet-Higgins と Stewart は摂動法による最低次の相互作用項までの結果として、長い波の波面に対する短い波の水位変化  $\eta_1$  は次で表わされることを示した。

$$\eta_1 = a_1(1+P) \sin \phi_1 + a_1 Q \cos \phi_1 \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $P$ ,  $Q$  の一般的な表現はかなり複雑で略すと共に深水波の場合には

$$P = a_2 k_2 \sin \phi_2, \quad Q = -a_2 k_2 \cos \phi_2 \quad \dots \dots \dots (2)$$

である。 $a$  は振幅、 $k$  は波数、 $\phi$  は位相を表わし、添字 1 は短い波、2 は長い波に関する量を意味する。

(1) 式で  $P$  と  $Q$  が微小であれば短い波の振幅は

$$a' = a_1(1+P) \quad \dots \dots \dots (3)$$

で表わされる、としている。これから、例えば深水波では長い波の峰で  $a'/a_1 = (1+a_2 k_2)$  と増幅され、谷では  $(1-a_2 k_2)$  と減少することになる。

ところが、ここで前提とされている  $P$ ,  $Q$  が微小という点についてみると、 $a_2 k_2$  は 1 に比べて小さく  $P$  は微

\* 正会員 工博 鹿児島大学助教授 工学部海洋土木開発工学科

\*\* 鹿児島大学技官 工学部海洋土木開発工学科

\*\*\* (株)三洋コンサルタント

小であるとしても、 $Q$  については  $a_2 k_1 = a_2 k_2 (k_1/k_2)$  であり、 $P$  の  $k_1/k_2$  倍 ( $= L_2/L_1$ ,  $L$ : 波長) であり、長い波と短い波ということから考えると、 $Q$  は  $P$  に比べてかなり大きくなり得るし、1 と比べても無視できるとは限らなくなる。彼らが例に挙げているような長い波でなくとも、例えば、周期 10 秒のうねりに 1 秒の波が重なった場合、 $a_2=2.48\text{ m}$  として (1) 式を計算してみると

$\eta_1 = a_1(1 + 0.1 \sin \phi_2) \sin \phi_1 - (10 \cos \phi_2) \cos \phi_1$  となり、 $\eta_1$  は  $(1+P)$  よりも、むしろ  $Q$  に支配されるということになり、(3) 式で予想されるよりもはるかに大きく変化することになり、かつ、最大となるのは長い波の峰ではなく、長い波が静水面を切る位相の付近ということになる。Longuet-Higgins & Stewart と同様の扱いは Phillips<sup>3)</sup> の論文中でもなされている。

以上の点に疑問を感じ、(3) 式で実際の現象を表わすことができるのか、また、(1) 式に立ち返り

$$\eta_1 = a_1 \sqrt{(1+P)^2 + Q^2} \sin \{\phi_1 + \tan^{-1}(Q/(1+P))\}$$

として

とした場合はどうかといった点をまず明らかにするために以下のような実験を行なった。

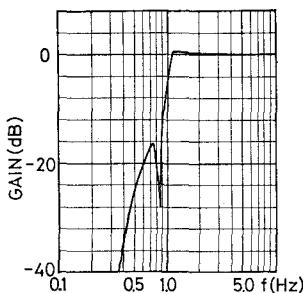
### 3. 実験装置および実験方法

### (1) 実験装置

実験には長さ 30m、幅 1m、高さ 1.2m の鋼製片面ガラス張りの水路を用いた。水路の一端には直流サーボモーター駆動の不規則波発生可能なフラップ式造波機があり、他端には 3.6m にわたり斜面状の枠にステラシートを 15 cm 厚に張った消波装置を設置してある。

## (2) 実験方法

あらかじめデーターレコーダーに関数発生器から実験で用いる周波数の正弦波信号を記録しておき、造波装置への入力信号制御器を介して入力電圧レベルを所要の波が起こるよう設定し、まず短い波を造波しておき、次に長い波を造波することにより短い波の群を追いかけさ



せて重ねる方法をとった。

波高測定は容量式  
波高計によった。実験から知りたいのは長い波に重なったときの短い波の波高変化であるが重なったままの波形記録からそれを読み取るのは

かなり困難で、精度の面からも難しかったので、図-1に示すような減衰特性をもったハイパス・フィルターを作製して長い波を除くことにした、図-2に一例

を示すように長い波の高調波成分もかなりよく消え、短い波の波高記録にはほとんど影響がないと考えてよい。さらに振幅変化が一目でわかるように、水位変化の絶対値をとり（すなわち、フィルター出力を水位零で折り返して）最大値の包絡線を平滑化して出力する回路を組みそれによる出力も記録した。

測定記録の一例を図-3に示す。一段目が波高計からの生の記録、二段目はフィルター通過後の短い波の記録、三段目は短い波の振幅包絡線の変化、四段目は造波装置への入力信号である。

実験波としては用いたフィルターの特性から、短い波は 0.5~0.9 秒、長い波は 3~10 秒の周期のもので、波高は短い波では 主に深水波となるため Benjamin-Fier instability<sup>9)</sup>による不揃いな波の生じない範囲で、また、長い波は造波機の性能と波高計検出部の長さの都合から高々 10 数 cm の小さい波高の波を用いている。

なお、実験時の反射率は短い波が数%～10%前後で、長い波に関しては10数%から20数%であった。水深は主として80cmと40cmで行なった。

短い波が重なった場合の長い波自体の変化についても興味あるところであるが、水路の長さの制約からこの点については調べてはない。

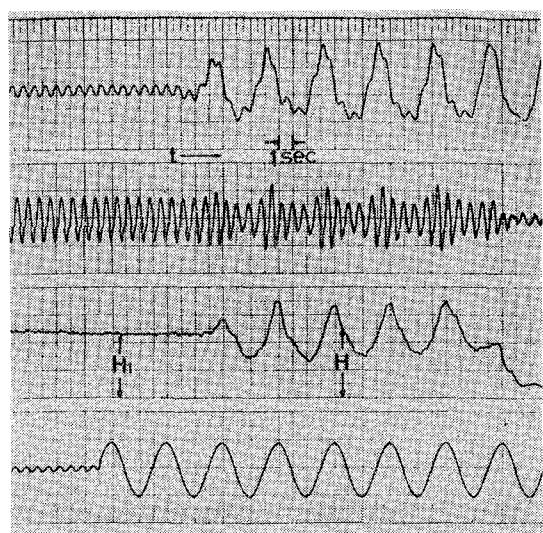


図-3 実験記録の一例

#### 4. 実験結果および考察

長い波の上での短い波の波高変化に関連する  $P$  および  $Q$  を決定する独立な無次元パラメーターとして、長い波に関する相対水深、波形勾配、および長い波と短い波の周波数比をとることができる。そこで、短い波がどの程度増幅されるかを示す量として  $(H/H_1)_{\max}$ 、またどの程度の波高変化をするかという観点から  $(H_{\max} - H_{\min})/H_1$  を、さらに、波高が最大になるときの長い波との位相関係を示す量  $\phi$  について(図-4 参照)、 $h/L_2$ 、 $H_2/L_2$ 、 $T_2/T_1$  なるパラメーターに対する依存のしかたを調べてまとめた。ここに、 $H$  は波高、 $h$  は水深、 $L$  は波長、 $T$  は波周期で、添字 1 と 2 は既述のとおりである。もし、波高変化が(3)式で示されるように単調に大きくなったり小さくなったりするのであれば、 $(H/H_1)_{\max}$  の変化と  $(H_{\max} - H_{\min})/H_1$  の変化のしかたは対応してくるが、実験結果をみると図-5 に示すように長い波の一サイクル中で単調に増大減少を繰り返す場合(type (a))と、やや複雑な変化をする場合(type (b))がある。これは図の例にも示されるように長い波の二次波峯の存在とは直接の関係はないようである。また、実験結果の中には  $(H/H_1)_{\max}$  が 1 より小さい、すなわち重なった状態での平均波高が重なる前より小さい場合などがあり、波高変化が  $(H/H_1)_{\max}$  や  $\phi$  だけでは表現しきれない。

長い波の一サイクル中の短い波の波高変化と(3)および(5)式による計算値の対応を示す一例を図-6 に示した。図中の実線は実験結果を、破線は Longuet-Higgins と Stewart の結論である(3)式、一点鎖線は(5)式による計算値を表わす。

実験結果より明らかになつたことは概略次のとおりである。  
 (i)  $T_2/T_1$  との関係…図-7 に結果を示したが、大まかな傾向としては、 $T_2/T_1$  が大きくなるにつれ波高の変化は小さくなる。

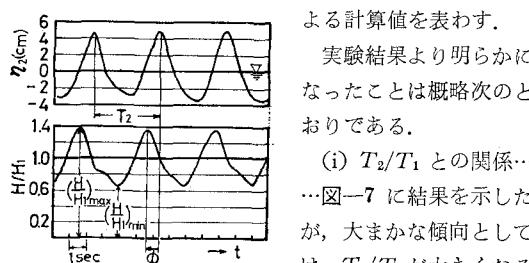


図-4 記号の定義

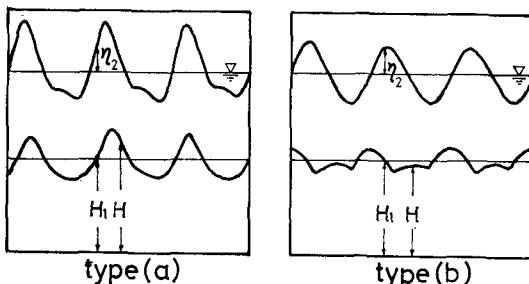


図-5 短い波の波高変化の type

くなるようである。

(3) 式による計算値

ではあまり変化がなく、(5)式に基づく計算値ともかなり異なつた傾向を示している。波高が最大となる位相は実験値によれば、 $T_2/T_1$  によ

りかなりはっきりし

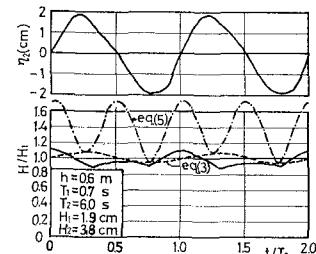
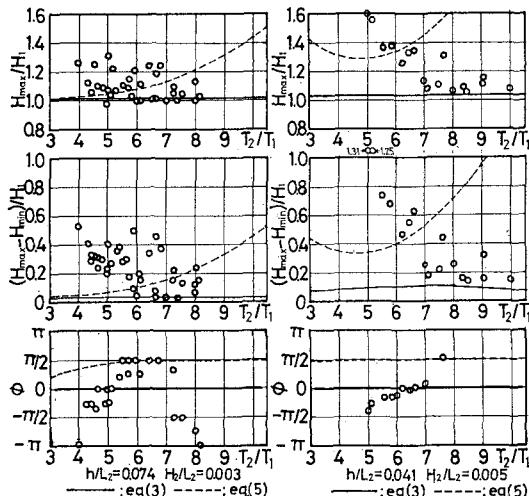
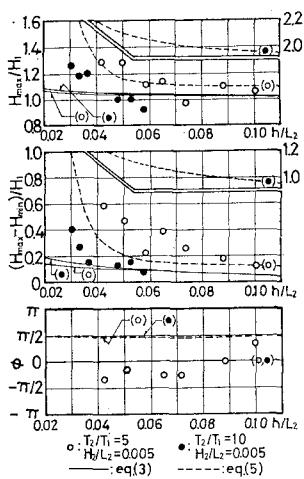


図-6 短い波の波高変化と計算結果の一例

た傾向をもつて変化しており、この結果から、長い波の峰で短い波の振幅は大きくなり、谷で小さくなるような変化が特定の場合に言えることであることがわかり、これは本実験の重要な結果の一つと言える。(5)式によつた場合にはいくらかの位相の変化が現われているが、実験値とは異なつてゐる。なお  $T_2/T_1$  が 7~8 あたりからは後述のように波高変化のしかたが図-5 の type (b) もしくはさらに複雑な様相を呈し、 $\phi$  の読みも簡単でなくなる。また、波高変化は実験値がかなり散乱しているが、詳細にみるとある周波数比のところで波高変化が大きくなったり小さくなったりするような一定の傾向をもつてゐる印象も得てゐるが、現在まで得てゐるデータからは微細な変化を議論するのは困難であるため概観することとする。

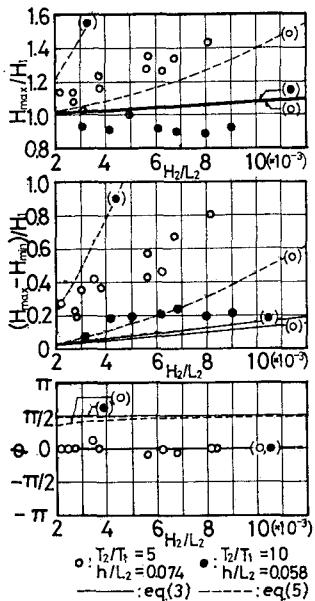
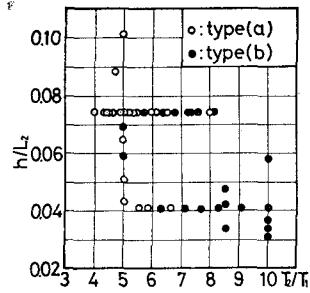
(ii)  $h/L_2$  との関係…図-8 に示すように  $h/L_2$  が小さくなるにつれて波高は大きく変化するようになる。計算値もその傾向は表わしている。しかし、(3)式から予想されるよりは実験値の方が大きく、値そのものは異なつてゐるが、 $h/L_2$  の変化に伴う波高変化の傾向は(5)式による計算結果の方がよく表現している。 $\phi$  については  $T_2/T_1=10$  の場合は前述のように読み取が困難なため、 $T_2/T_1=5$  の場合のみを示した。この場合は図-7 から

図-7 短い波の波高変化と  $T_2/T_1$  の関係

図-8 短い波の波高変化と  $h/L_2$  の関係

もわかるように  $\phi=0$  付近の値をとる場合であるが、 $h/L_2$  の変化によっていく分変化するようである。

(iii)  $H_2/L_2$  との関係……図-9 から長い波の波形勾配が大きくなるにつれて  $T_2/T_1$  が 5 の場合には短かい波の波高も大きく変化するが 10 の場合にはあまり変化がみられない。理論からも波形勾配が大きくなる程波高が大きく変化するようになることは言えるが、(3) 式からは実験値の  $T_2/T_1$  が 5 の場合のような大きな変化は予想されず、また、(5) 式では  $T_2/T_1$  の相違による変化の仕方を説明できない。 $\phi$  については  $H_2/L_2$  の相違による変化は認められない。(i), (ii) の結果と合わせてみれば、長い波のどの位相で波高が最も大きくなるかというのは周波数比に最も関連していると言える。(3) 式

図-9 短い波の波高変化と  $H_2/L_2$  の関係図-10 波高変化の type と  $h/L_2$ ,  $T_2/T_1$  の関連

からは常に長い波の峰で大きくなり、(5) 式からは長い波一周期につき、2 回静水面を切る位相付近で大きくなり、各パラメーターによる変化はあまりみられない。なお  $T_2/T_1=10$  のこの実験結果では  $H_{\max}/H_1$  が 1 より小さく、これは長い波に重なった状態での平均波高が重なる前の波高より小さくなっていることを表わしており、長い波との相互作用により両者の間での単に振動的なエネルギーの交換のみならず、一方的なエネルギー授受の存在を示唆するものとも思えるが、ここでは明確なことは言えない。この点については長い距離にわたって短い波の群の中を長い波が走るときの変化を調べることによってより明らかになると思われる。

(iv) 波高変化のタイプについて……先に短い波の変化のしかたには 2 つのタイプがあることを述べた。このタイプに関し、現在得ているデータから長い波の波形勾配との関連はあまり認められないので、 $h/L_2$  と  $T_2/T_1$  との関連でどんな場合にどちらのタイプになるかを図-10 に示した。データが均等に分布していないため細かいことは明らかでないが、 $T_2/T_1$  に対する依存性が最も強く、 $T_2/T_1$  が小さいと type (a)，大きいと type (b) となるようである。これは  $T_2/T_1$  の相違による波高変化の機構の相違を示唆するものと考えられる。

## 5. 結 語

長い波に重なった短い波の波高変化を実験的に調べ、Longuet-Higgins と Stewart の理論と比較検討した。その結果、理論との差異がある程度明らかとなり、理論の再検討の必要性があると思われた。これについては現在進めている。

本研究は昭和 51 年度文部省科学研究費補助金、自然災害特別研究(1)「三陸津波来襲時の被害予測(津波防波堤破壊時を含む)」(研究代表者: 岩崎敏夫東北大学教授)による研究の一部であることを記して謝意を表する。

なお、実験および計算の一部に鹿児島大学工学部海洋土木開発工学科 松永洋文助手の助力を得たことを記し謝意を表します。

## 参考文献

- 1) Unna, P. J.: Sea waves Nature, 159, pp. 239-242, 1947.
- 2) Longuet-Higgins, M. S. & R. W. Stewart: Changes in the form of short gravity waves on long waves and tidal currents, Jour. Fluid Mech., Vol. 8, pp. 565-583, 1960.
- 3) Phillips, O. M.: On the attenuation of long gravity waves by short breaking waves, Jour. Fluid Mech., Vol. 16, pp. 321-332, 1963.
- 4) Longuet-Higgins, M. S.: A nonlinear mechanism for the generation of sea waves, Proc. Roy. Soc. A. 311, pp. 371-389, 1969.
- 5) Hasselmann, K.: On the mass and momentum transfer between short gravity waves and larger-scale motions, Jour. Fluid Mech., Vol. 50, pp. 189-205, 1971.
- 6) 光易 恒: 波と風の相互作用に関する研究, 第13回海岸工学講演会講演集, pp. 15-20, 1966.
- 7) 光易 恒: 波と風の相互作用に関する研究(2), 第14回海岸工学講演会講演集, pp. 39-44, 1967.
- 8) Benjamin, T. B. & J. E. Fier: The disintegration of wave trains on deep water, Part 1. Theory, Jour. Fluid Mech. Vol. 27, pp. 417-430, 1967.