

波面上の気流の解析(1)

日野幹雄*・大野滝男**

1. まえがき

風波の研究は、Miles¹⁾ や Phillips²⁾ の研究以来、数多く行われてきており、ほぼ原理的には解明されたと考えられるものの、定量的把握や風と波とのエネルギー授受過程の細部機構など、まだわれわれ研究者の興味をそそる問題がある。風波の発達を促進する要因は、気流から波に伝達されるエネルギーであり、波面上近くの気流の運動に強く依存すると考えられる。Zagustinら³⁾ は、一定の速さで滑動する波形状のベルトを取り付けた二次元水路を用いた実験を行い、乱流における速度分布と圧力分布を測定し、波形変位との間に位相差が生じる事を確かめている。

本研究は、このモデルを用いて、風波上の風の場の性質を理論的に解析したもので、鉛直方向の高さが波長と比較して小さい薄い層内の波面上の気流の運動の解析を行ったものである。解析にあたって、議論ができるだけ理論的に進める事を意図して、流れを層流とし周期的な波形境界面をもつ二次元管路を考えた。このモデルは風波そのものではないが、風波上の風の粘性と曲面の力学的相互関係を理解するのに役立つと考えられる。

2. 流れの解析

(1) 解析方法

図-1 に示すような波形境界面をもつ二次元管路の層流を考える。ここで、波形境界面は一定の位相速度、 C' で進行する正弦波形の波を表わし、上側の流れは気流を表わしている。境界面を上下対称の位置に用意するのは計算の便宜上の理由からで、それ自身風波のモデルを表わすものではないが、気流の特性量～波形変位間の位相差をみる目的からみて、本質的な点は保存されていると考えられる。進行する波に取り付けた座標系で観測すると、波面に沿う粒子の速さを近似的に $-C'$ とおくことによって、本来非定常な問題を定常な問題として扱うことができる。このことは、この問題において波面上に沿って成立する境界条件となる。Okuda ら⁴⁾ による小型の波

浪水槽内の実験では、水表面の強い風の Shear のため、短波長の波については、この仮定は必ずしも成立しないようである。しかし、ここでは室内実験に見られるような波長の短い波と違って実際に海洋で見られる程度の長い波長の波を考えるので、その影響は無視することができる。

境界面を固定した場合について、日野・宮永⁵⁾ によって摂動解が得られており、この解法の精度、信頼度は実験との一致が極めて高い。

実際の風波に比べ、若干の制約があるにもかかわらず上記のようなモデルを採ったのは、あいまいな仮定や省略を持ち込まずに解析解が得られ、その信頼度、実験との一致の良いことがその理由である。

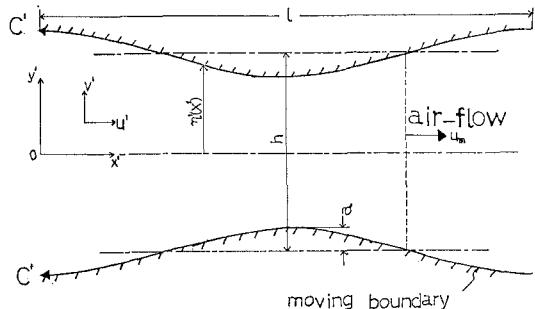


図-1 解析対象図および座標系

(2) 基礎方程式および境界条件

$$u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x'} + \nu \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right) \quad (1)$$

$$u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial y'} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y'} + \nu \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} u' &= -\frac{\partial \Psi'}{\partial y'} \\ v' &= \frac{\partial \Psi'}{\partial x'} \end{aligned} \quad | \quad (3)$$

ここで、 h 、 l 、 u_m (平均流速) を用いて次のように変数を無次元化する。プライムをつけた量が無次元化する前の物理量を表わす。

* 正会員 東京工業大学教授 工学部土木工学科

** 学生会員 東京工業大学大学院

$$\begin{aligned}
 f_{22} &= \frac{3}{5}f_{01} \cdot f_{01,xx} \cdot f_{03} + \frac{7}{20}f_{01,x^2} \cdot f_{03} \\
 &\quad - \frac{1}{2}f_{01}^2 \cdot f_{03,xx} - \frac{1}{4}f_{01} \cdot f_{01,x} \cdot f_{03,x} \\
 f_{23} &= 3 \cdot f_{01} \cdot f_{13,x} + 3 \cdot f_{13} \cdot f_{01,x} + \frac{1}{6}f_{03} \\
 &\quad \times (f_{01,xx} \cdot f_{03} - f_{01} \cdot f_{03,xx}) \\
 f_{24} &= f_{01,x} \cdot f_{15} + f_{13,x} \cdot f_{03} \\
 f_{25} &= -R_e^2 \left(\frac{1}{264}f_{21} \cdot \eta^8 + \frac{1}{144}f_{22}\eta^6 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{3}{140}f_{23}\eta^4 + \frac{1}{10}f_{24}\eta^2 \right) \\
 &\quad + \frac{1}{5}f_{01,xx}\eta^2
 \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
 f_{27} &= R_e^2 \left(\frac{1}{330}f_{21}\eta^{10} + \frac{5}{1800}f_{22}\eta^8 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{70}f_{23}\eta^6 + \frac{1}{20}f_{24}\eta^4 \right) \\
 &\quad - \frac{1}{10}f_{01,xx}\eta^4
 \end{aligned}$$

b) 流速分布

$$u = u_0 + \delta u_1 + \delta^2 u_2 + \dots \tag{21}$$

$$v = v_0 + \delta v_1 + \delta^2 v_2 + \dots \tag{22}$$

式(3), (10), (15), (19) より、次のように表わされる。

$$u_0 = -3f_{01}y^2 - f_{03} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
 u_1 &= R_e \left(\frac{1}{20}f_{11}y^6 + \frac{1}{4}f_{12}y^4 + 18f_{13}y^2 + 6f_{15} \right) \\
 &\quad \dots \tag{24}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_2 &= -R_e^2 \left(\frac{1}{120}f_{21}y^{10} + \frac{1}{63}f_{22}y^8 + \frac{1}{20}f_{23}y^6 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{4}f_{24}y^4 \right) + \frac{1}{2}f_{01,xx}y^4 - 3f_{25}y^2 - f_{27} \tag{25}
 \end{aligned}$$

$$v_0 = 0$$

$$v_1 = f_{01,xy}y^3 + f_{03,xy} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}
 v_2 &= -R_e \left(\frac{1}{140}f_{11,xy}y^7 + \frac{1}{20}f_{12,xy}y^5 + 6f_{13,xy}y^3 \right. \\
 &\quad \left. + f_{15,xy} \right) \tag{27}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_3 &= R_e^2 \left(\frac{1}{1320}f_{21,xy}y^{11} + \frac{1}{504}f_{22,xy}y^9 + \frac{1}{140}f_{23,xy}y^7 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{20}f_{24,xy}y^5 \right) - \frac{1}{10}f_{01,xxx}y^5 + f_{25,xy}y^3 + f_{27,xy} \\
 &\quad \dots \tag{28}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u &= f_{30}y^{10} + f_{31}y^8 + f_{32}y^6 + f_{33}y^4 + f_{34}y^2 + f_{35} \\
 &\quad \dots \tag{29}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v &= f_{36}y^{11} + f_{37}y^9 + f_{38}y^7 + f_{39}y^5 + f_{40}y^3 + f_{41}y \\
 &\quad \dots \tag{30}
 \end{aligned}$$

ここで、

$$f_{30} = -\frac{1}{120}R_e^2\delta^2f_{21}$$

$$\begin{aligned}
 f_{31} &= -\frac{1}{63}R_e^2\delta^2f_{22} \\
 f_{32} &= \frac{1}{20}R_e\delta f_{11} - \frac{1}{20}R_e^2\delta^2f_{23} \\
 f_{33} &= \frac{1}{4}R_e \cdot \delta \cdot f_{12} - \frac{1}{4}R_e^2\delta^2f_{24} + \frac{1}{2}\delta^2f_{01,xx} \\
 f_{34} &= -3f_{01} + 18R_e \cdot \delta f_{13} - 3\delta^2f_{25} \\
 f_{35} &= -f_{03} + 6R_e \cdot \delta f_{15} - \delta^2f_{27} \\
 f_{36} &= \frac{1}{1320}R_e^2\delta^3f_{21,x} \\
 f_{37} &= \frac{1}{504}R_e^2\delta^3f_{22,x} \\
 f_{38} &= -\frac{1}{140}R_e \cdot \delta^2f_{11,x} + \frac{1}{140}R_e^2 \cdot \delta^3f_{23,x} \\
 f_{39} &= -\frac{1}{20}R_e \cdot \delta^2 \cdot f_{12,x} + \frac{1}{20}R_e^2 \cdot \delta^3f_{24,x} \\
 &\quad - \frac{1}{10}\delta^3f_{01,xxx} \\
 f_{40} &= f_{01,x} \cdot \delta - 6R_e \cdot \delta^2 \cdot f_{13,x} + \delta^3f_{25,x} \\
 f_{41} &= f_{03,x} \cdot \delta - 6R_e \cdot \delta^2 \cdot f_{15,x} + \delta^3f_{27,x} \\
 &\quad \dots \tag{31}
 \end{aligned}$$

c) せん断応力分布

$\tau'x'y' = \rho u_m^2 \tau_{xy}$ として無次元化すると次のようになる。

$$\begin{aligned}
 \tau_{xy} &= \frac{1}{R_e} \left(\delta \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \tag{32} \\
 &= y_{11} \left(\frac{\delta}{R_e} f_{36,x} \right) + y^9 \left(\frac{\delta}{R_e} f_{37,x} + \frac{10}{R_e} f_{30} \right) \\
 &\quad + y^7 \left(\frac{\delta}{R_e} f_{38,x} + \frac{8}{R_e} f_{31} \right) + y^5 \left(\frac{\delta}{R_e} f_{39,x} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{6}{R_e} f_{32} \right) + y^3 \left(\frac{\delta}{R_e} f_{40,x} + \frac{4}{R_e} f_{33} \right) \\
 &\quad + y \left(\frac{\delta}{R_e} f_{41,x} + \frac{2}{R_e} f_{34} \right) \tag{33}
 \end{aligned}$$

d) 圧力分布

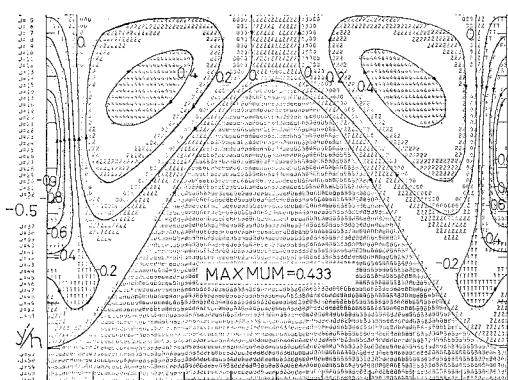
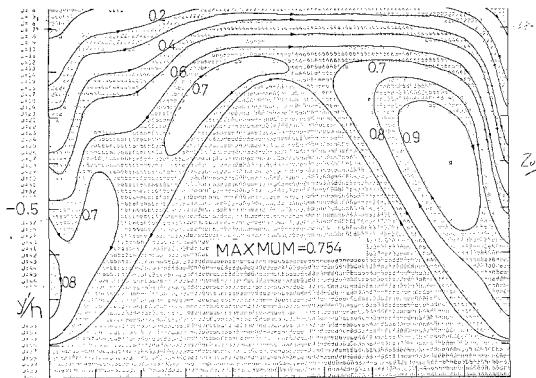
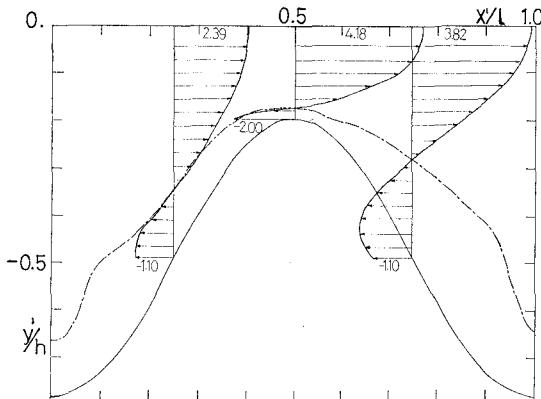
式(1), (2) にもどり、 $p' = \rho u_m^2 p$ として無次元化する、

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{1}{R_e} \left(\delta \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{\delta} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\delta} v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\
 \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{1}{R_e} \left(\delta^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \left(\delta u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\
 &\quad \dots \tag{34}
 \end{aligned}$$

$$p = \int_0^y \frac{\partial p}{\partial y} dy + \left[\int_0^x \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{y=0} dx \right] \tag{35}$$

これより、 $p(x,y)$ は、次のように決定される。

$$\begin{aligned}
 p &= y^{22}(-\delta f_{42}) + y^{20}(-\delta f_{43}) + y^{18}(-\delta f_{44}) \\
 &\quad + y^{16}(-\delta f_{45}) + y^{14}(-\delta f_{46}) \\
 &\quad + f_{34}y^{12} + f_{55}y^{10} + f_{36}y^8 + f_{57}y^6 + f_{58}y^4 \\
 &\quad + f_{59}y^2 + f_{53} - \frac{1}{2}v^2 \tag{36}
 \end{aligned}$$

図-5 流線 (Ψ_2)図-6 流線 ($\Psi_0 + \delta\Psi_1 + \delta^2\Psi_2$)図-7 流速分布, $u(x, y)$

計算条件は次のとおりである。

$$\delta=0.8, \epsilon=0.3 \text{ 波形勾配}=0.24, R_e=10, C=2$$

図-3 は、流関数の0次解 Ψ_0 を表わしたもので、式(10)より知れるように、区分的にポアズィーユ流れが成立していることを示す。波形変位との位相差は生じていない。

図-4, 5 は、おのおの1次、2次の解 Ψ_1, Ψ_2 を表わしたもので、波形境界に固有なセル状の流れを示している。

図-6 は、これらを合成した流れを表わし、波形変位に対して顕著な非対称性を示すとともに、Crest の前後に非対称な渦を生じており、流線の剥離が見られる。

図-7 は、流速成分 $u(x, y)$ の分布を示す。一点鎖線は critical layer の位置を示し crest 背面でやや高くなっている。

得られた数値結果をみると、 $|\delta\Psi_1/\Psi_0|, |\delta^2\Psi_2/\Psi_0| \approx 10^{-1}$ 程度であり、振動解は、 δ を 0.8 程度の大きさにとっても、ほぼ満足できる結果を与える。数値計算した結果を要約すると次のようになる。

- ① 気流の特性量～波形変位との間に顕著な位相差がみられる。
- ② 波の位相速度が、気流の平均流速と同程度になると波形勾配が大きい場合には、流線の剥離が生じ、波の後背面に渦を生じる。

4. む す び

本理論は“壁面が滑動するくびれた二次元管路”内の層流流れに関するものであるが、あいまいな仮定の導入や、省略なしに解析的に解かれた点に特徴がある。このようなモデルによる解析を行ったのは、日野・宮永⁵⁾が示したようにこの方法の精度が極めて良いためである。本モデルにより、気流の特性量～波形変位間の位相差、波の後背面での気流の剥離など、風波上の特性について理解が得られた。

参 考 文 献

- 1) Miles, J. W.: On the generation of surface waves by shear flows, Jour. Fluid Mech., Vol. 3, pp. 185~204, 1957.
- 2) Phillips, O. M.: On the generation of waves by turbulent flow, Jour. Fluid Mech., Vol. 2, pp. 417~445, 1957.
- 3) Zagustin Konstantin, et al.: Turbulent flow over moving boundary, Proc. A.S.C.E.W. W. 4, pp. 397~413, 1968.
- 4) Okuda, K., Kawai, S. and Toba, Y.: Measurement of skin friction distribution along the surface of wind waves, J. Oceanogr. Soc., Japan (to appear).
- 5) 日野幹雄・宮永洋一：河床波の発生機構の解析，第20回水理講演会講演論文集，pp. 71~76, 1976.
- 6) Gent, P. R., Taylor, P. A.: A note on ‘Separation’ over short wind wave, Boundary-Layer Meteorology, Vol. 11, pp. 65~88, 1977.
- 7) Chang, P. C., Plate, E. J., Hidy, G. M.: Turbulent air flow over the dominant component of wind generated water waves, Jour. Fluid Mech. Vol. 47, pp. 183~208, 1971.