

海底変動と発生津波との関係に関する数値計算

真 野 明*

1. はじめに

岩崎・真野^{1),2)}らは三陸沖に発生した大津波についてその波源域を求め、設計津波の手法によって一様上昇モデルや、断層モデルを推定し、数値実験を行なうことにより、沿岸各地の津波記録と比較して、一応満足できる結果を得たが、外海に面した沿岸での津波波高を決める重要な要素として次の3つがあるといえる。1) 沿岸地点に対する波源域の分布、位置および規模。2) 大陸棚斜面から伝播とともに水深が浅くなることによる浅水効果。3) 大陸棚セイシュとしての振動の影響。そこで本論文では、特に1), 2)に着目し、海底地形に対しては、一様水深や放物線分布等のモデル化を行ない、また波源域の海底変動分布として、従来発生津波の理論解析でよく用いられている円形波源域と、半無限弾性体に対する断層モデルによるものを考える。特に一様水深、軸対称波源域等の簡単なモデルの場合には、高橋³⁾、梶浦^{4),5)}らのすぐれた理論的研究があるが、地形あるいは波源域分布が少し複雑になると解析の方法の展開は困難であり、ここでは数値計算による方法を用いる。

2. 数値計算法

三陸沖大津波の発生域は日本海溝西側の大陸棚斜面に位置して、水深は2000 m~6000 mにわたっており、波動は線型理論で考える。また一様分布モデルのように波源域が局所的な高波数成分を含む場合には周波数分散の影響が無視できず、梶浦⁴⁾の求めた3次元表面波理論に対するGreen関数の解を用いることにした。波源域を円形とし軸対称分布を考えると次式となる。

$$\zeta(r, t) = \int_0^{\infty} m T(t, m) F(r, m) / \cosh m \, dm \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$T(t, m) = \int_0^t \chi(t_0) \cos \gamma(t - t_0) dt_0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$F(r, m) = \int_0^A r_0 f(r_0) J_0(mr) J_0(mr_0) dr_0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $\zeta(r, t)$ は静水面よりの偏差。 $\gamma = \sqrt{m \tanh m}$,

A は波源域半径、 J_0 はBessel関数、 r, t はおおの空間、時間座標であり、 $f(r_0), \chi(t_0)$ は波源域の空間および時間分布関数である。すべての量は水深 h_0 と重力加速度 g を用いて無次元化している。

$x(t_0)$ として、海底変動が時間に比例して継続時間 τ だけ生ずるものとする次式となる。

$$T(t, m) = \cos \gamma(t - \tau/2) \sin(\gamma\tau/2) / (\gamma\tau/2) \quad (t < \tau \text{ のとき}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

また $f(r_0)$ として、一様分布と放物線分布を考えると、(5)~(8)式ようになる。

一様分布：

$$f(r_0) = \eta_0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$F(r, m) = \eta_0 A J_0(mr) J_1(mA) / m \quad \dots\dots\dots (6)$$

放物線分布：

$$f(r_0) = \eta_0 (1 - (r_0/A)^2) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$F(r, m) = \eta_0 \frac{A}{m} J_0(mr) \left[\frac{4}{m^2 A^2} J_1(mA) - \frac{2}{mA} J_0(mA) \right] \quad \dots\dots\dots (8)$$

これらの式を桃井⁶⁾が行なったようにSimpsonの1/3則により数値積分を行ない解いた。

また断層モデルについては、波源域の分布が滑らかであるので、長波の連続および運動方程式を差分法により解いた。計算領域は断層線に沿う方向に断層長さ L の3倍、それと直角方向には断層面の幅 W の6倍の領域をとり、領域境界では無反射の境界条件を用いた。差分格子間隔は計算の安定性を考え、空間格子 $DS = 2h_0$ 、時間格子 $DT = \sqrt{h_0/g}$ とした。

3. 円形波源域に対する発生津波の特性

最も簡単なモデルとして一様水深、円形波源域を考え周波数分散と方向分散の効果を考える。図-1に一様分布波源域で、海底変動が瞬間的に生じた場合の各時刻での空間波形を示すが、変数は長波の波速が1になるように無次元化されており、津波先端はこの波速で伝播していることがわかる。また周波数分散の効果は理想段波の場合の分散変形と同様に、前と後ろの肩の部分から生じて順次、後ろの方に波及するとともに、これらの波は津

* 正会員 工修 東北大学助手 工学部土木工学科

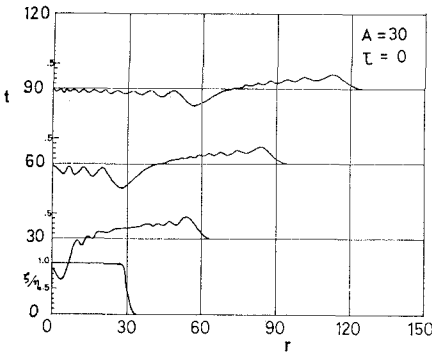


図-1 一様分布モデル空間波形

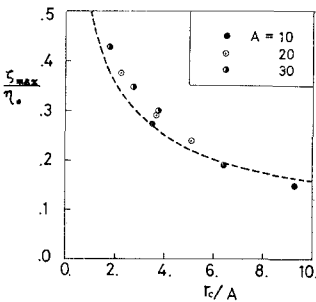


図-2 一様分布波峰減衰特性

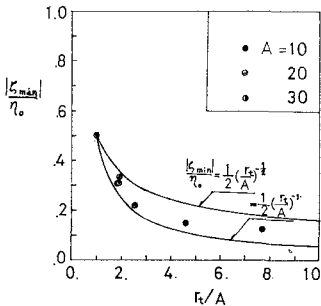


図-3 一様分布波谷減衰特性

波先端に対して相対的に遅れてきていることがわかる。また2次元伝播であるので、理想段波の場合と異なり、伝播とともに各波の波高は方向分散の効果で減少する。さらに初期条件として与えた正の波の後ろには、梶浦が仮想波源域からの寄与として解釈を与えた負の波が続いている。

第1波波峰 $\zeta_{\max}$ の伝播に伴う減衰を図-2 に示す。 $\zeta_{\max}$ の生じている位置 r_c を半径 A で正規化して示した。図中点線は、 $\zeta_{\max}/\eta_0 = (r_c/A)^{-1/2}/2$ の関数であるが、初期条件として水平流速は零としているので、初期状態は完全重複波と考えることができ、波源域縁辺で進行波成分を考え、またその後の減衰は Green の法則の幅の項に関する効果として、 $-1/2$ 乗則が得られる。梶浦は津波先導波に対する漸近解として $-1/2$ 乗則を導い

ているが波源近傍でも良い近似を与えることがわかる。

次に波谷について $\zeta_{\min}$ を同様に整理したのが、図-3 であるが、減衰は第1波波峰の場合よりも大きく、梶浦が、後ろの方の波列に対して Kelvin の方法を用いて導いた -1 乗則よりは小さく、次の不等式で表わされる。

$$\frac{1}{2} \left(\frac{r_t}{A} \right)^{-1} < \left| \frac{\zeta_{\min}}{\eta_0} \right| < \frac{1}{2} \left(\frac{r_t}{A} \right)^{-1/2} \dots\dots\dots (9)$$

次に第1波峰の位置 r_c 、谷の位置 r_t の伝播軌跡を図-4、図-5 に示すが、おのおの (10)、(11) 式で近似できる。

$$t = 1.037 (r_c - A) + 5.0 \dots\dots\dots (10)$$

$$r = 1.034 (r_t + A) \dots\dots\dots (11)$$

波源域縁辺より勾配1で引いた直線を実際上の津波の先端として、 $t = r_a - A$ であらわすと $r_a - 1.037 = 0.037A + 5$ 。となり津波先端から第1波峰までの距離は波源域の大きさにあまり影響されず、次元量でいって $5h_0$ 程度であることがわかる。また第1波峰から谷までの長さは

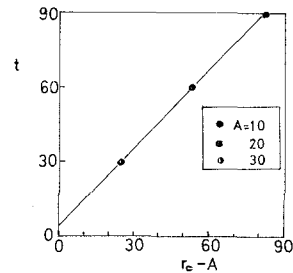


図-4 一様分布波峰伝播軌跡

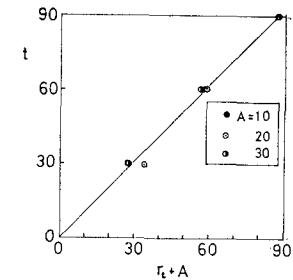


図-5 一様分布波谷伝播軌跡

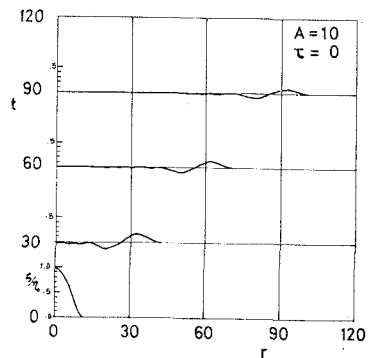


図-6 放物線分布モデル空間波形

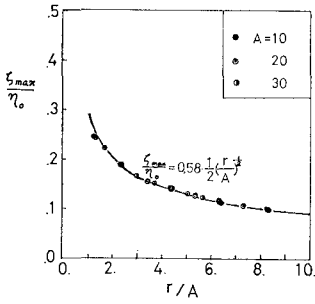


図-7 放物線分布波峰減衰特性

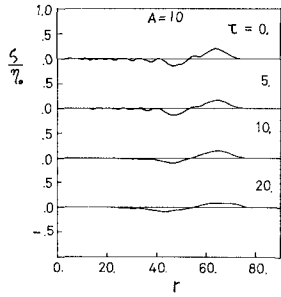


図-8 \$\tau\$ の効果

(12) 式となり $A \gg 5$ であれば、その長さは概略 $2A$ である。

$$r_c - 0.997 r_t = 1.997A - 4.822 \dots\dots\dots(12)$$

波源域の空間分布として放物線分布を与えた場合の、空間波形を図-6 に示す。明らかに波源域の分布は滑らかなになるので、周波数分散の効果は小さく、分散性のさざ波の発生もほとんど見られない。

図-7 に第1波波峰の伝播に伴う減衰を示したが、一樣分散の場合と同様に $-1/2$ 乗則によく一致する。一樣分散の場合に比べ係数 0.58 がつくが、この放物線分布と体積および位置エネルギーが等しくなるような一樣分布を考えると $A' = \sqrt{3} A/2$, $\eta'_0 = 2\eta_0/3$ となり、係数は 0.62 が出て来はほぼ近い値である。

波源域変動の時間パラメータ τ の影響について考える。 τ を零に近づけると $T(t, m) = \cos \gamma(t - \tau/2)$ となり、 τ の効果は、 $\sin(\gamma\tau/2)/(\gamma\tau/2)$ の矩形パルスによる平滑化であることがわかる。図-8 に $\tau=0, 5, 10, 20$ と変える場合の空間波形を示すが、 $\tau=10$ 以上ではさざ波が消えており、波高も小さくなっている。

実際の津波では次元量で $\tau^* = 10$ 秒程度であるので、 $\tau/A < 0.1$ となり、梶浦や Hammack⁷⁾ が解析したように発生波の性質は $\tau=0$ の場合とほとんど変わらない。

4. 断層モデル波源域に対する発生津波の特性

実際の津波の場合には波源域が沈降域と隆起域を有するために、おのおのの領域から発生する波の干渉の問題

が重要になってくる。いま簡単のため昭和8年三陸津波で推定した断層パラメータ²⁾を用い、断層長さ $L=185$ km, 断層幅 $W=100$ km, すべり角 $\delta=45^\circ$ の正断層モデルとする。

断層線に沿ってX軸、これと直角方向で断層線の中心を通るようにY軸を選ぶ。Mansinha・Smylie⁸⁾のくいちがい理論により断層パラメータが決まれば、変位場が計算できる。すべり量 1 , 断層面の深さ $H=0$ に対するY軸上の鉛直変位 u_3 の分布を δ をパラメータとして図-9 に示す。 $\delta=45^\circ$ の場合には最大変位量 $u=-0.58$ となり隆起域の最大値は $u_3=0.12$ と小さい。図-10 に $\delta=45^\circ$ の場合で H を種々変えた場合の u_3 の分布を図-10 に示した。 $H=0$ とすると $Y=0$ で u_3 の

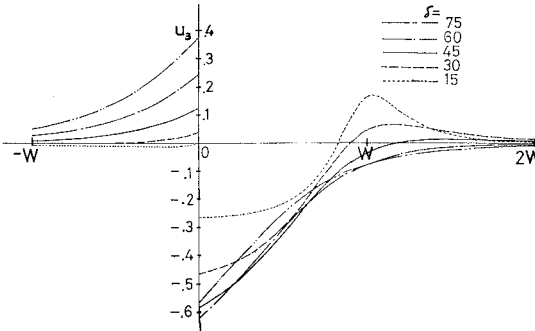


図-9 正断層モデル鉛直変位分布

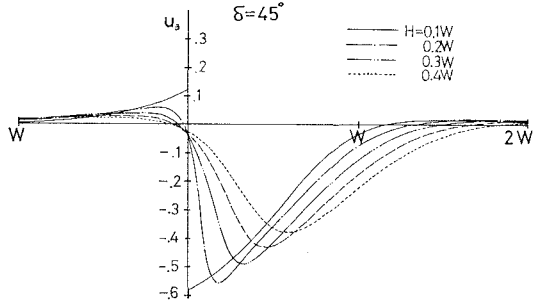


図-10 正断層モデル H の影響 ($\delta=45^\circ$)

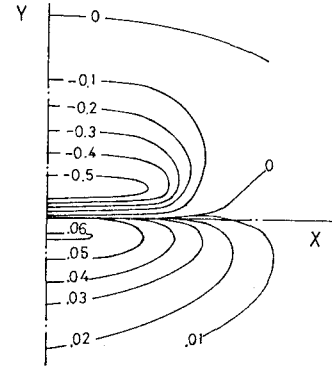


図-11 正断層モデル u_3 の分布 ($\delta=45^\circ$)

分布が不連続になり 2. でも述べたように差分計算を行なう場合にはやっかいであるので、 $H=0.1W$ に選んだ。これにより隆起域での u_3 は断層線の付近で約半分になるが、全体的な津波特性にはあまり影響はないものと考えられる。図-11 に $X-Y$ 平面での u_3 の分布を示

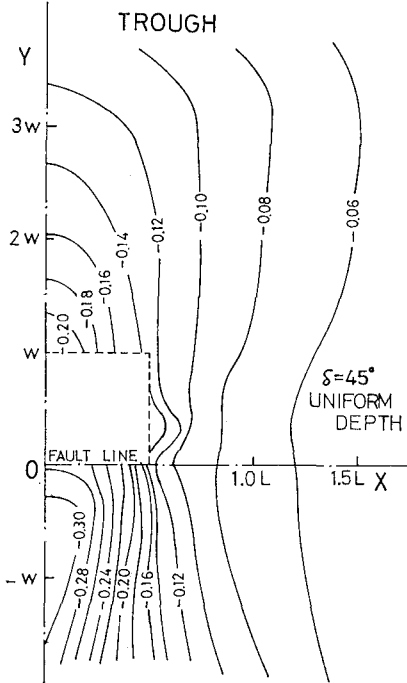


図-12 $\delta=45^\circ$ 、一様水深での波谷分布

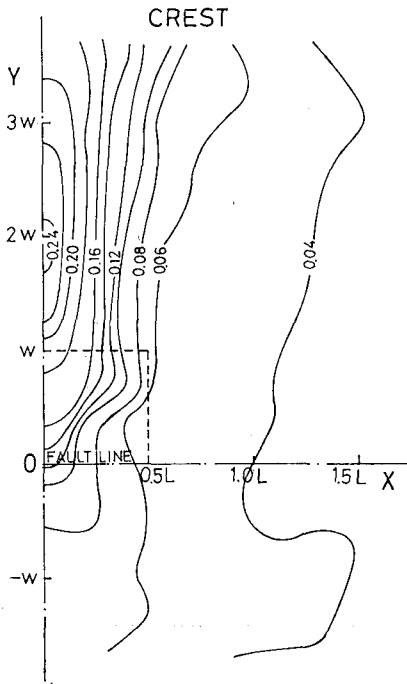


図-13 $\delta=45^\circ$ 、一様水深での波峰分布

す。この分布を初期条件として与えた場合の各地点での津波第1波波谷の水位の分布を図-12に示す。等高線はY軸とほぼ平行に並んでおりX軸方向には減衰が大きく、高い波高の分布は $0 \leq X \leq 0.5L$ に限られる。この中でも隆起域の分布している $Y < 0$ の側で高く、($X=0, Y=-0.7W$) 付近に極小値を有する。これは隆起域の仮想波源からの負の波と、沈降域からの負の波との干渉と考えることができる。次に第1波波峰 ($Y < 0$ では第2波波峰) の水位分布を図-13に示したが、等高線の密な分布は $0 \leq X \leq 0.5L$ に限られ、しかも $Y > 0$ の範囲である。これも波谷で述べたと同様な干渉作用によるものと考えることができる。($X=0, Y=2W$) で極大値を示しており、この地点では波谷の値の1.5倍となり、最大波高を考える場合に重要である。図-12の $Y > 0$ での波谷の分布は沈降域からだけの寄与と考え

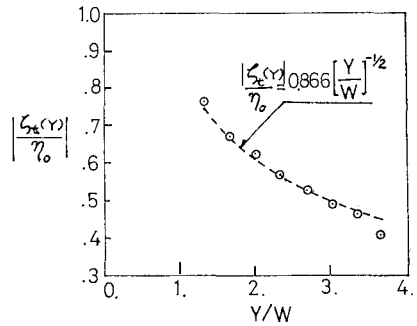


図-14 $\delta=45^\circ$ 、波谷減衰特性 ($X=0$)

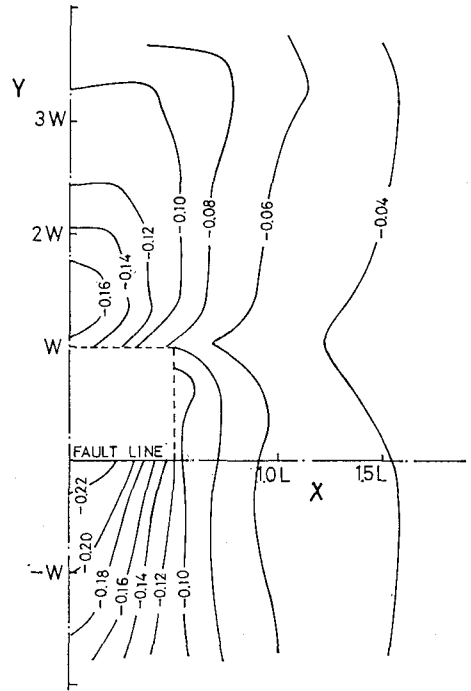
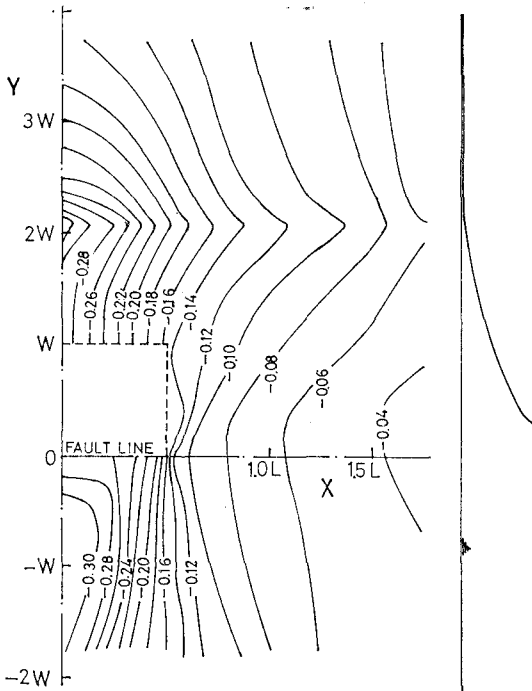


図-15 $\delta=15^\circ$ 、一様水深での波谷分布



図一16 $\delta=45^\circ$ ，陸棚斜面モデルでの波谷分布

ことができ、図一14に、Y軸に沿う波谷水位の変化を示したが $-1/2$ 乗則に従っている。また $X>0.5L$ では等高線の走向はほぼY軸と平行になっており、X方向への減衰はXについて -1 乗則で近似されている。

図一15に $\delta=15^\circ$ の場合の波谷の分布を示す。図一9を見てわかる通り波源域分布の最大値は $\delta=45^\circ$ の約半分となっており、全体として図一12に比べると小さな値となっている。 $\delta=45^\circ$ の場合に $Y<0$ にあった隆起域が $\delta=15^\circ$ では小さくなり、代わりに $-W<Y<W$ に隆起域が現われる。それで $Y<0$ のY軸に沿っては $-1/2$ 乗則で表わされる減衰を示し、 $Y>0$ では $Y=1.5W$ に極小値を有する。

次に海底地形のモデル化として三陸沖を考えて次のような無理関数を最小自乗法であてはめた。

$$\begin{aligned} Y^* \leq 30.2 & \quad h^* = 6500 \\ 30.2 < Y^* < 207 & \quad h^* = 6879 - 49.40\sqrt{Y^* - 30} \\ 207 \leq Y^* & \quad h^* = 262 \end{aligned}$$

ここで Y^* 、 h^* は距離、水深を表わし、単位はおののkm、mである。

$\delta=45^\circ$ の場合の第1波谷の分布を図一16に示す。 $0<Y<2W$ では水深が小さくなるので波高が増大し、

表一1 海底地形の影響

X/L	0.0	0.18	0.36	0.54	0.72	0.90	1.08	1.26
一様水深の補正値	0.305	0.289	0.257	0.221	0.187	0.162	0.143	0.128
放物線分布	0.322	0.293	0.244	0.194	0.159	0.134	0.118	0.105
屈折効果(b_0/b)	1.11	1.02	0.90	0.77	0.72	0.68	0.68	0.67

等高線の分布は図一12に比べてXの増す方向に広がっている図一12をGreenの法則の水深変化に対する項で、図一16の水深になるように補正し、補正結果と図一16の結果を比較することにより屈折の効果を調べることができる。いま $Y=2W$ を考え図一12の値に補正係数1.89を掛け図一16の結果と比較したものを表一1に示す。ここで屈折効果として幅の変化率 b_0/b で示した。 $X/L<0.18$ では屈折により波向線が集中し、 $X/L>0.36$ では分散している。

4. おわりに

この研究にあたって東北大学工学部 岩崎敏夫教授に御指導いただいた。また数値計算にあたっては、東北大学大型計算機センターNEAC ACOS-6 コンピューターシステムを利用した。ここに記して厚く感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 岩崎敏夫・真野 明・滝森 勉：三陸沖における巨大地震に伴う津波の数値モデル，土木学会第22回海岸工学講演会論文集，1975。
- 2) 岩崎敏夫・真野 明：三陸沖の断層地震による大津波の追算，土木学会第23回海岸工学講演会論文集，1976。
- 3) Takahashi, R.: On seismic sea waves caused by deformation of the sea bottom, Bull. Earthq. Res. Inst., **20**, 1942.
- 4) Kajiura, K.: The leading waves of a tsunami, Bull. Earthq. Res. Inst., **41**, 1963.
- 5) Kajiura, K.: Tsunami source, energy and the directivity of wave radiation, Bull. Earthq. Res. Inst., **48**, 1970.
- 6) Momoi, T.: Tsunami in the vicinity of a wave origin, Bull. Earthq. Res. Inst., **42**, 1964.
- 7) Hammack, J.L.: A note on tsunamis, J. Fluid Mech., **60**, 1973.
- 8) Mansinha, L., D.E. Smylie: The displacement fields of inclined faults, Bull. Seis. Soc. Amer., **61**, 1971.