

孤立性段波よりのソリトンの変形と砕波に関する研究

岩崎敏夫*・鈴木義和**

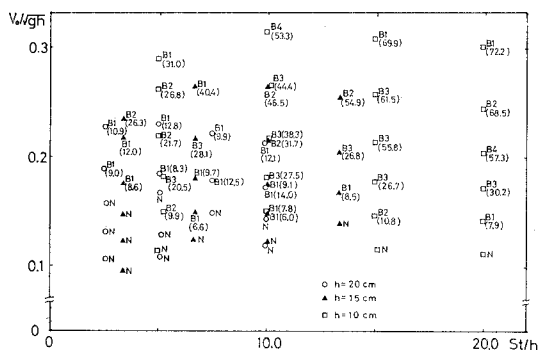
1. はじめに

近年分散性媒質中での非線形波動現象としてみられるソリトンが各分野で注目をあびているが、著者ら¹⁾は造波板を水平に1回だけ移動させた際に生じる孤立性段波が伝播するにつれて変形、分裂していくつかのソリトンとさざ波になる現象に着目し、発生ソリトン数・先導ソリトンの波高増加率・減衰率およびその波圧等について報告した。

孤立性段波の遷移過程においては、ソリトンの発生する分散過程、発生したソリトンが成長し条件によっては砕ける砕波過程とがある。理想段波からの分散機構の説明として室田・岩田²⁾の理論があり、石田³⁾はソリトン分裂の機構を共鳴干渉理論により説明している。一方砕波現象は非常に多くの研究者により研究されてきているが、その現象は複雑で、砕波は1回に止まらず砕波した波が波高を減衰した後再び整形して増幅・砕波・減衰を繰返すこともある。この現象は自然海浜においてしばしば見られる表面波の砕波帯付近の挙動であり、沿岸過程を研究する上に重要と考えられるにもかかわらず、従来水路長が短かいたために実験が行なわれていない。本研究では、上の現象を実験し基礎的な変形の機構を明らかにしようとするものである。

2. 実験概要

本実験に使用した水路は既報の全長100m、水路幅1.0m、水路高が延長79.5mの高水路部分が0.5m、延長20.5mの低水路部分が1.0mでその間の0.5mの区間を45度の斜面で接続した二次元水路である¹⁾。造波方式は造波板を水平方向に一回限り移動させて行なうものであるが、造波板の移動速度を連続的に変化させる方式のみであったものを今回は離散的に変化させる方式を加え再現性をよくした。実験は高水路での水深 h (10.0, 15.0, 20.0 cm)、造波板の移動速度 V_0 (約11.0~32.0 cm/sec)、造波板の移動距離 stroke (0.5~2.0 m) を変化さ



図—1 実験 ケース

せて行なった。実験ケースを縦軸に V_0/C_0 ($C_0=\sqrt{gh}$)、横軸に stroke/h を取り、プロットしたものが図—1 であり、図中 N は非砕波 (no breaking) で Bi ($i=1, 2, 3, 4$) は i 回砕波したことを示し、かっこ内の数字は砕波点から再び整形し波面に気泡がなくなるまで波が伝播した距離 (砕波距離と定義する) で、2 回以上にわたって砕波するケースでは全ての砕波距離の和を m 単位で示したものであり、最長で1回のみ砕波で 72.2 m に至るケースがある。

波形・波高の測定には 16 mm シネカメラと抵抗線式波高計を用いデータレコーダー (TEAC 社製 R-410)、ペン書きオシログラフに記録した。

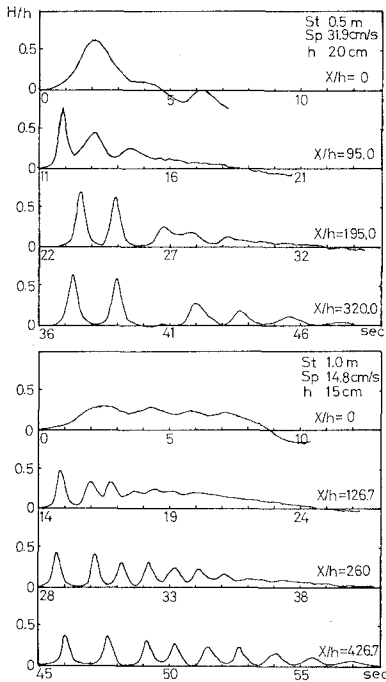
なお以下の議論における X 方向の原点は水路端から 21m の高水路の入口にとることとする。

3. 変形過程

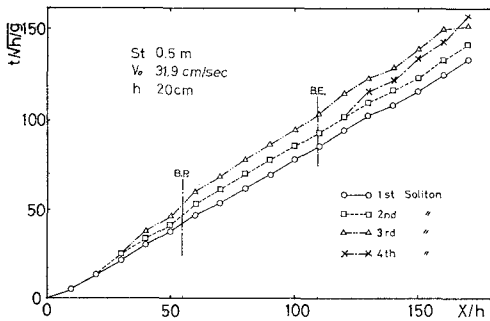
造波された孤立性段波は伝播するにつれて変形し、いくつかのソリトンに分裂していくが、その例を図—2 に示す。発生ソリトン数・先導ソリトンの波高は初期波形を与えることにより数値的に求めることができる¹⁾。孤立性段波からのソリトン分裂は順次段波後方に向かって進行するといった単純な現象ではなく、図—3 に図—2 上段のケースについて各ソリトンの軌跡を示すが、2nd と 3rd の間に新たに 4th ソリトンが出現しており、分裂機構は非常に複雑である。新しく発生した 4th ソリト

* 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科

** 学生会員 東北大学大学院 工学研究科



図—2 変形過程

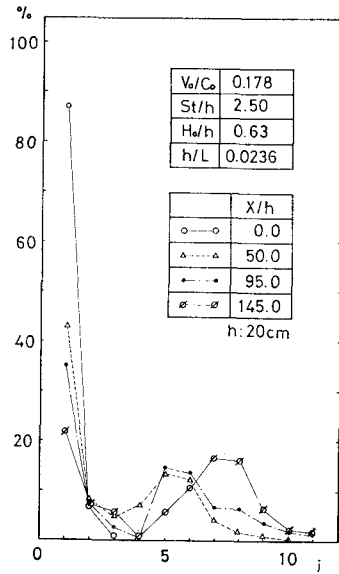


図—3 各ソリトンの軌跡

ンより後方の 3rd ソリトンの方が波高が大きく、したがって波速が大きいため 3rd ソリトンが 4th ソリトンに追いついている様子がみられる。

分裂後安定となった各ソリトンはそれぞれ孤立波とみなすことができ、波高の順に整列しおのおのの位相差を広げながら伝播していく。

図—4 は波高計により記録された時間波形を AD 変換し Goertzel 法により直接フーリエ変換し初期段波の周波数を基本周波数とする余弦・正弦係数の二乗和をパワーとし、水路方向における各成分パワーの全パワーに対する百分率の変化を示したものである。伝播するにつれて高周波成分の割合が増大し、低周波成分が減少しており、エネルギーが低周波数側から高周波数側へ移行していくといえる。石田⁴⁾ は周期波のソリトン分裂に関し 3



図—4 エネルギーの移行

倍周波数までの成分波の振幅の変化を調べており、同様の整理を行なうと基本成分波の振幅が減少し、高周波数成分波の振幅が増大しており、「分裂する波峰が多くなるほど高周波数成分の振幅が大きくなることが考えられる」との指摘に対応している。

4. 砕波過程

初期段波波高水深比 η_0/h が約 0.4 以上の場合先導ソリトンは spilling 型砕波をする。

Seliger⁵⁾ は Whitham⁶⁾ の導いた積分方程式 (1) 式を用い砕波条件を導いた。

$$\eta_t + \alpha \eta \eta_x + \int_{-\infty}^{\infty} K(x-\xi) \eta_\xi(\xi, t) d\xi = 0 \quad \cdots (1)$$

$$\alpha = \frac{3}{2} C_0 / h_0, \quad C_0 = \sqrt{gh_0}$$

$$K(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C(k) e^{ikx} dk,$$

$$C(k) = \left(\frac{g}{k} \tanh kh_0 \right)^{1/2}$$

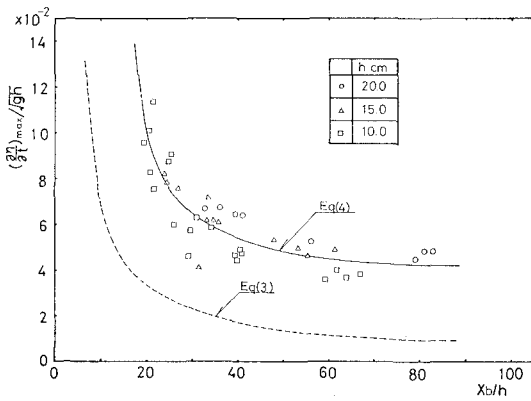
初期波形が十分非対称である場合、波前面が直立するまでの時間は $|am(0) + K(0)|^{-1}$ 以下である。ここに $m(0)$ は初期波形の前面における勾配の最大値である。 $K(0)$ に Whitham の近似核を用いると砕波条件は式 (2) となる。

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)_{\max} / \sqrt{gh} = \frac{2}{3} (X_B/h)^{-1} + \frac{\pi}{6} \quad \cdots (2)$$

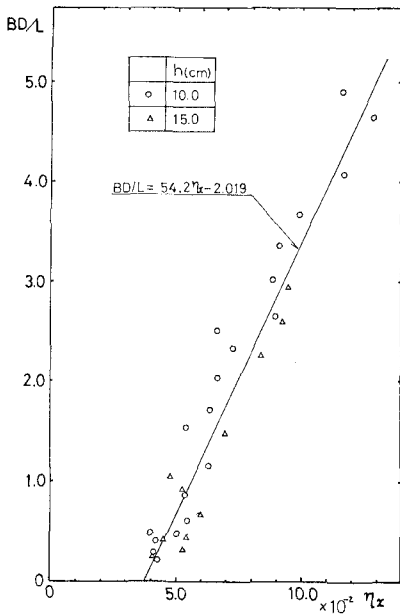
分散項を無視すれば次式を得る。

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)_{\max} / \sqrt{gh} = \frac{2}{3} (X_B/h)^{-1} \quad \cdots (3)$$

(2) 式の $\pi/6$ が分散効果による砕波の遅れを表わして



図—5 砕波点～波形の最大勾配



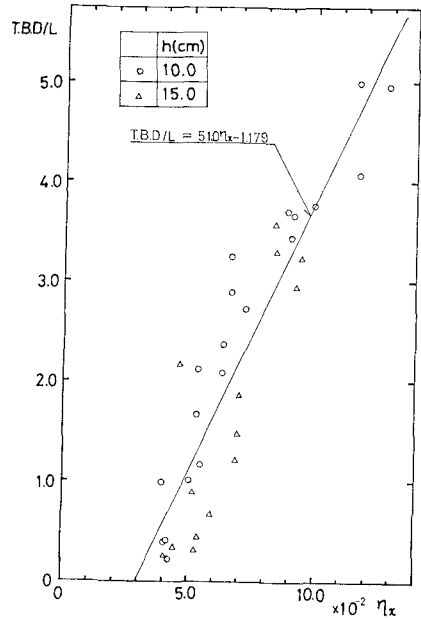
図—6 砕波距離 (第1回目砕波について)

いるが、実験においてこれ程大きな遅れはみられない。これは近似核表示に際し不等号を大きな値でおきかえるからである。図—5 に破線で式 (3) を示し実験値をプロットした。式 (3) との差が認められるが、式 (2) との差に比して約 6 % に過ぎない。図中実線は実験値に対し最小自乗的に当てはめた曲線で次式で表わされる。

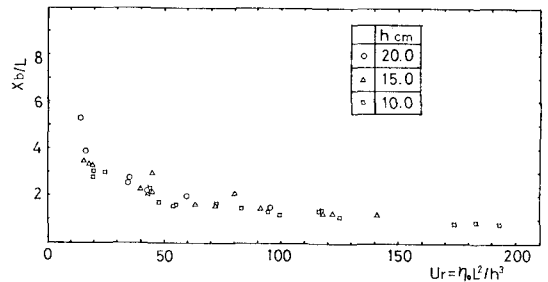
$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)_{\max} / \sqrt{gh} = \frac{2}{3} (X_B/h - 0.996)^{-1} + 0.0321 \quad \dots \dots \dots (4)$$

なお h として水底から波形の勾配が最大である点までの距離をとり実験値をプロットした。

次に初期波形の最大勾配と砕波距離の関係を示したものが図—6、図—7 である。図—6 においては 2 回以上にわたって砕波するケースについてはその第 1 回目の砕波距離をとったが、図—7 においては全ての砕波距離の



図—7 砕波距離 (全ての砕波について)



図—8 砕波点～アーセル数

和を初期段波波長で無次元化したものを縦軸にとった。図—6 から 1 回目の砕波は初期波形の特性量 η_x とよい直線関係にあることが知れる。また図—7 に示すように全砕波距離に関してもかなりの相関がみとれる。

図—8 は縦軸に第 1 回目の砕波点までの距離を初期段波波長で無次元化したもの、横軸にはアーセル数 $U_r (= \eta_0 L^2 / h^3, \eta_0$: 初期段波波高, L : 初期段波波長) をとり、実験値をプロットしたものである。非線形性と分散性の比を表わすアーセル数が 50 以下になると急激に砕波が遅れている。砕波は波先の状態が支配的であると考えられるにもかかわらずアーセル数において上記の様に波群全体の長さを水平方向の特性長にとっても砕波点と密接な関係があることがわかる。

5. 砕波後の波高変化

砕波する先導ソリトンの波高変化の例を図—9 に示す。砕波後波面に気泡を保持しつつ波高は急激に減少し

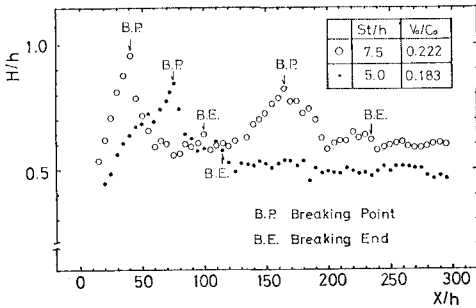


図-9 先導ソリトンの波高変化

いったん極小となるが、その波形を整えながら気泡が徐々に少なくなり、それと共に波高が増大する。波面に気泡がなくなり砕波が終了すると波高は若干減少し、その後は安定な孤立波に移行するかあるいは二次砕波へと向かう。

砕波後の波高変化に関し、Horikawa and Kuo⁹⁾, Le-Méhauté ら^{9),10)}を始め多くの研究がある。波の持つエネルギーは底部摩擦と砕波により散逸するものとし式(5)が成り立つとする。

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dt} \Big|_{\text{friction}} + \frac{dE}{dt} \Big|_{\text{breaking}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

まず摩擦によるエネルギー損失は単位幅当り次式で評価されるとする。

$$\frac{dE}{dt} \Big|_{\text{friction}} = - \int_{-\infty}^{\infty} \tau u dx \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $\tau = \rho f u^2$ (f : 摩擦係数) で流速は鉛直に一樣分布するとして、砕波する波は孤立波とみなせると仮定すれば

$$u = C\eta/(\eta+h),$$

$$\eta = H \operatorname{sech}^2 \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3H}{h^3}} (x - Ct) \right\}, \quad C = \sqrt{g(h+H)}$$

以上から

$$\frac{dE}{dt} \Big|_{\text{friction}} = - \frac{4}{5} \frac{f C^3 H}{g h^3} E \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$E = \frac{8}{\sqrt{3}} \rho g h^3 \left(\frac{H}{h} \right)^{3/2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

次に砕波によるエネルギー損失は段波の跳水によってなされるものとする(例えば Lamb¹¹⁾)。

$$\frac{dE}{dt} \Big|_{\text{breaking}} = \rho g Q \frac{(h_1 - h_2)^3}{\Delta h_1 h_2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $h_1 = h + \beta H$, $h_2 = h + H$ であり、 β は図-10中の模式図に示すように砕波後乱れが生じていない部分の波高に対する比率である。波速 C で移動する座標系において

$$u_1 = C \cdot \frac{\beta H}{h + \beta H} - C \quad (\text{at } h = h_1),$$

$$u_2 = C \frac{H}{h + H} - C \quad (\text{at } h = h_2)$$

また流量 Q は $Q = |u_1 h_1| = |u_2 h_2| = Ch$ であるから以上の関係式によって(9)式を書き直すと

$$\frac{dE}{dt} \Big|_{\text{breaking}} = - \frac{3\sqrt{3}}{32} \frac{C}{H+h} \left(\frac{H}{h} \right)^{3/2} \times \frac{(1-\beta)^3}{(1+\beta H/h)} E \quad \dots\dots\dots (10)$$

一方

$$\frac{dE}{dt} = - \frac{d(EC)}{dx} = - \frac{3}{2} CE \left(\frac{1}{h} \frac{dh}{dx} + \frac{1}{H} \frac{dH}{dx} \right) \quad \dots\dots\dots (11)$$

であるから水平床 ($dh/dx=0$) を考慮して最終的に(5)式は次式となる。

$$\frac{d(H/h)}{d(x/h)} = - \frac{8f(H/h)^2}{15} \left(1 + \frac{H}{h} \right) - \frac{\sqrt{3}}{16} \frac{(H/h)^{5/2}}{(1+H/h)} \cdot \frac{(1-\beta)^3}{(1+\beta H/h)} \quad \dots\dots\dots (12)$$

f および β が与えられれば Runge-Kutta 法等により容易に数値解が求まる。 f は粗度係数 $n=0.013$ とし Manning の公式により $f=0.0068$, また β は実験の知見から指数関数的に変化するものとし $\beta = \exp(-aX/h)$ における a の値を決定する。図-10中の曲線は ϕ 印と比較するため、初期値として $H_0/h=0.90$, $a=0.30$ とした(12)式の解である。現実の現象としては砕波後乱れが生じ、その乱れが波前面をおった後 ($\beta=0$)、乱れが消えていくのであるが ($1 \geq \beta > 0$)、図中には乱れが完全に発達しているところまでの解を示してある。初期値および β の値を各ケースについて与えて同様の曲線を描くと砕波後波高が極小となるところまでは実験値とよく一致するが、極小となった後乱れを減じながら波高を増大させる機構が不明で(12)式では波高変化を表わせない。

波のエネルギー損失がどの程度であるか実験から求め

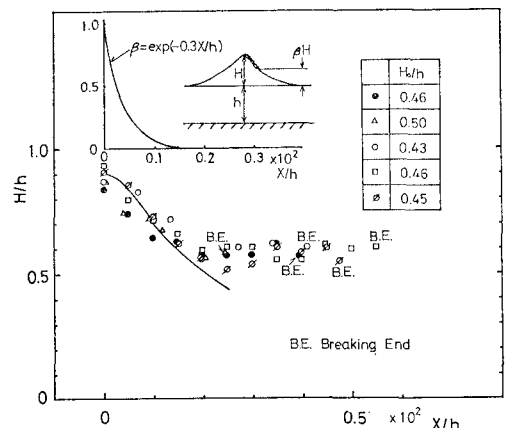


図-10 砕波後の波高減衰

表一1 エネルギー変化

	非 砕 波	1 回 砕 波
V_0/C_0	0.122	0.149
S_0/h	3.33	6.67
H_0 cm	4.61	5.60
H_1 "	7.46	9.32
H_2 "	6.28	6.69
$E_1 \times 10^4$ erg/cm	1.464	2.180
E_2 "	1.278	1.468
$M_1 \times 10^3$ g/cm	0.630	0.716
M_2 "	0.616	0.660
ΔE %	12.70	32.66
ΔM "	2.22	7.82
dE/dt er/cm·sec	-8.16	-32.60

$$\Delta E = \frac{E_1 - E_2}{E_1} \times 100, \Delta M = \frac{M_1 - M_2}{M_1} \times 100$$

$$h = 15.0 \text{ cm}$$

てみる。対象は非砕波と1回砕波する先導ソリトンとして、砕波するケースとしては完全に分裂した後砕波するものを選択し、砕波直前の波形 ($X/h=186.7$) とそこから20m後の波形 ($X/h=320.0$) とで比較し、非砕波のケースも同じ地点で比較する。エネルギーはポテンシャルエネルギーの2倍とした。単位時間当たりのエネルギー変化率 dE/dt は次式で計算した。

$$\frac{dE}{dt} = - \frac{d(EC)}{dx} = - \frac{C_1 E_1 - C_2 E_2}{\Delta x} \dots\dots(13)$$

ここに、 $Ci = \sqrt{g(h+H_i)}$ 、 $\Delta x = 20 \text{ m}$ である。表一1に結果を示す。合わせて質量 M の変化を示すが、非砕波のケースでは質量の変化はほとんどないといってよいが、エネルギーは1割程度の減少がある。また、単位時間当たりのエネルギー変化率はわずかである。一方、砕波する場合には砕波現象によって大量のエネルギーが散逸されていることがみてとれる。

6. おわりに

孤立性段波が変形・分裂して発生したソリトンの変形と砕波に着目し次のことが明らかになった。

(1) 孤立性段波からソリトンが発生する現象は非常に複雑で段波後方に向かい順次分裂が進行するといった単純な現象だけではない。

(2) 変形するにつれてエネルギーが低周波側から高周波側へと移行する。

(3) 初期波形における最大の勾配と砕波点、砕波距離は密接な関係がある。また砕波点とアーセル数の間にも明らかな相関がある。

(4) 砕波後の波高変化は波高が極小となるころまでは実験と(12)式はよく一致する。

本論文をまとめるに当たり、東北大学教授 首藤伸夫博士、同助手 真野 明氏には有益な御助言を頂いた。また東北大学技官 佐藤 弘、佐藤栄司両氏には実験遂行上各種の援助を得た。最後に東北大学学生 小島勇三(現 東亜建設)、栗田 悟(現 東北大学大学院)両君には実験・解析に協力して頂いた。ここに記して感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) 岩崎敏夫・真野 明・小杉達郎： 孤立性段波のソリトン分裂に関する研究，第22回海岸工学講演会論文集，pp. 47~51, 1975.
- 2) 室田 明・岩田好一朗： 段波の変形に関する研究，土木学会論文集，第160号，pp. 49~58, 1968.
- 3) 石田 昭： 浅水領域での分裂波 Soliton の特性について，第22回海岸工学講演会論文集，pp. 41~46, 1975.
- 4) 石田 昭・石田和生： 浅水領域における波形の分裂現象—二次波峰現象と Soliton について—，第20回海岸工学講演会論文集，pp. 403~409, 1973.
- 5) Seliger, R. L.: A note on the breaking of waves, Proc. Roy. Soc., Ser. A, Vol. 303, pp. 493~496, 1968.
- 6) Whitham, G. B.: Variational methods and applications to water waves, Proc. Roy. Soc., Ser. A, No. 229, pp. 6~25, 1967.
- 7) 首藤伸夫： 津波の計算における非線形項と分散項の重要性，第23回海岸工学講演会論文集，pp. 432~436, 1976.
- 8) Horikawa, K. and C. T. Kuo: A study on wave transformation inside surf zone, Proc. 10th. Conf. Coastal Eng., pp. 217~233, 1966.
- 9) Le Méhauté, B.: On non-saturated breakers and wave run up, Proc. 8th. Conf. Coastal Eng., pp. 77~92, 1962.
- 10) Divoky, D., B. Le Méhauté and A. Lin: Breaking waves on gentle slopes, Jour. Geophys. Res., Vol. 75, pp. 1681~1692, 1970.
- 11) Lamb, H.: Hydrodynamics, 6th ed., Cambridge Univ. Press, §187, 1932.