

進行波における単一粒子の挙動に関する研究

平 山 秀 夫*

1. 緒 言

近年、資源問題が顕在化の中で、海洋の有する莫大な資源と広大なスペースの利用開発が強く要望され、臨海地帯は以前にも増して、その重要性が認識されてきている。このような情勢から、わが国の海岸線の保全と環境整備をはかるべき計画が実施されてきていることは非常に意義深いことであるが、中でも注目すべきことは、最近特に、侵食防止対策を必要とする海岸線が増加の一途をたどり、その対策を確立することが急務となってきたことである。

これまで、このような漂砂災害を防止軽減しようとして種々の対策が講じられてきているが、未だ決定的な手段が見い出されていない現状である。この理由としていろいろ考えられるが、基本的には、波浪下での漂砂の動態（浮遊と輸送）が明確になっていないことから、漂砂量そのものの定量的な評価が十分にできないことによるものと思われる。

著者は、これまで、このような漂砂現象に関する基礎的研究として、波による漂砂の浮遊機構を解明するために、一連の研究を実施してきたが、特に前報までは、重複波を用いて、波浪に内在する拡散効果の実態を種々の角度から定量的に把握することに務め、それが、底質の浮遊の要因の一つであることを実証してきた^{1)~3)}。

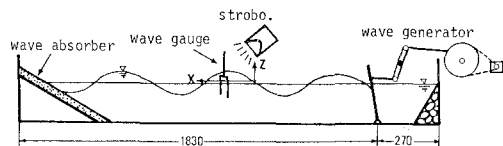
本研究は、全く同様にして、進行波動中における漂砂の浮遊機構を検討し、これまでの重複波動中の場合における結果と比較してその相違点を明確にしようとするもので、ここでは、まず最初に、底面が滑面の場合の進行波動中における単一粒子の挙動の特性を、特に運動速度と軌跡に主眼をおいて実験的に詳しく調べ、これまでと全く同様な手法（差分法⁴⁾や解析的解法⁴⁾）による理論曲線と比較して、単一粒子の挙動が理論によってどの程度説明できるかを示す。次に、以上の結果における理論値と実験値の不一致の原因を究明するため、重複波動中の場合¹⁾と全く同様にして、沈降速度を有する単一粒子が非回転の波動理論で表現される進行波動中を運動する場合に、その沈降速度のために、新たに付加残留速度が

水平および鉛直方向とも出現することを理論的に明らかにするとともに、ここでは特に水平残留速度のみについて実験的にも若干の検討を加え、従来提案されている Stokes⁵⁾ や Longuet-Higgins⁶⁾ の結果とも比較してその適合性を議論する。

2. 実験装置および方法

実験は、図—1 に示すように、大阪府立工業高等専門学校土木工学科水理実験室内に設置されている長さ 21 m、幅 70 cm、高さ 1 m の鋼製片面ガラス張り水槽を用いて行なった。水槽端部には、消波工を設置し、波の反射を軽減するようにした。

実験の方法は、重複波に対して行なった実験⁷⁾と全く同様に、波を発生させ、ほぼ定常状態になったと思われる時点（約 10 波後）で、単一粒子（スチロール樹脂、比重 1.04、直径約 2.4 mm、沈降速度約 3.0 cm/sec）を水表面の波の峰の位置からスポイト状のガラス管を通して水中に投入し、ストロボを照射して単一粒子の挙動を撮影した。本実験に使用したストロボの照射周期 Δt は、波動中では 0.075 sec、静水中での沈降速度 w_f の測定の場合には 0.6 sec とした。波高は、抵抗線式波高計を用いて単一粒子の投入位置で測定し、ペン書オシログラフに記録させた。実験条件は、水深が 30 cm と 50 cm の 2 種類の場合について、それぞれ周期 $T'=1.2, 1.0, 0.8$ sec に分け、波高を 8~15 cm の範囲で変化させ、かつ鉛直方向の測定点も水面から約 10 cm の間隔で変化させ、合計 4 カ所で測定した。なお、底面には、滑面として 30 cm×50 cm の鏡面を使用し、この鏡面を用いて単一粒子が同一鉛直面内で運動しているかどうかを調べ、この面からはずれた場合には解析の対象としなかった。実験条件として代表的なものを表—1 に示す。



図—1 実験装置および座標系 (単位 cm)

* 正会員 工博 大阪府立工業高等専門学校助教授

表-1 実験条件

実験番号	周期	水深	波高	測定点	沈降速度	波形勾配	比水深
Run.	$T(\text{sec})$	$h(\text{cm})$	$H(\text{cm})$	$-z(\text{cm})$	$w_f(\text{cm/sec})$	H/L	h/L
1-12	1.0	50	10.0	9.4	2.89	0.067	0.331
4-5	0.8	"	11.0	"	2.99	0.111	0.503
5-12	1.2	"	10.0	29.4	3.06	0.049	0.244
7-4	0.8	"	11.0	19.4	"	0.111	0.503
12-17	1.0	30	10.0	24.4	3.08	0.073	0.219
14-10	1.2	50	15.0	36.4	3.00	0.073	0.244

3. 解析方法

(1) 単一粒子の速度および軌跡の計算法

ここでは、既報¹⁾の場合と同様に、波動理論(有限振幅波理論としては Skjelbreia の第3次近似解⁸⁾)を用いて、初期条件 $t=0$ での位置と速度から、 Δt 時間ごとに逐次、位置と速度を求めていく、いわゆる差分による方法(方法(1))と、実測の単一粒子の位置の座標を用いて波動理論から各測定点における流速を見積る方法(方法(2))および解析的方法⁴⁾(方法(3))の3つの方法によって求めた。ただし、軌跡の計算は方法(1)と(3)により行なったが、方法(3)による結果は、次式に示すように、微小振幅波理論を用いた第1次近似解によった。

$$U = (-\pi H/T) \cdot \{ \cosh k(h+z_0) + k \cdot w_f \cdot t \cdot \sinh k(h+z_0) \} / \sinh kh \cdot \sin(kx_0 - \sigma t) \quad \cdots (1)$$

$$W = (\pi H/T) \{ \sinh k(h+z_0) + k \cdot w_f \cdot t \cdot \cosh k(h+z_0) \} / \sinh kh \cdot \cos(kx_0 - \sigma t) + w_f \quad \cdots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \int_0^t U dt \\ \Delta z &= \int_0^t W dt \end{aligned} \right\} \quad \cdots (3)$$

ただし、ここで、 U, W はラグランジュ速度成分、 $\Delta x, \Delta z$ は初期位置からの変位量、 (x_0, z_0) は $t=0$ での初期位置、 $\sigma=2\pi/T$ (T は周期)、 $k=2\pi/L$ (L は波長)、 w_f は沈降速度である。

(2) 実験結果の解析法

ストロボ写真によって得られたネガフィルムから、フィルムモーションアナライザーを用いて Δt 時間ごとの単一粒子の位置の座標を読みとり、それから速度や残留速度を求めた。読みとりは、水平速度 $u=0$ 、鉛直速度 $w=w_{\max}$ と考えられるところから始め、2.5~3 周期までとした。

単一粒子の残留速度の水平成分 $\bar{U}$ は、単一粒子の読みとり開始点の位置 (x_0, z_0) とその位置から1周期後における位置 (x_1, z_1) を用いて、 $\bar{U}=(x_1-x_0)/T$ として求めた。

4. 実験結果および考察

(1) 単一粒子の速度および軌跡

図-2 および 3 は、それぞれ単一粒子の水平および鉛

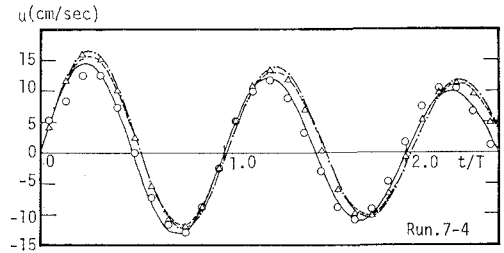


図-2 単一粒子の水平速度 (Run. 7-4)

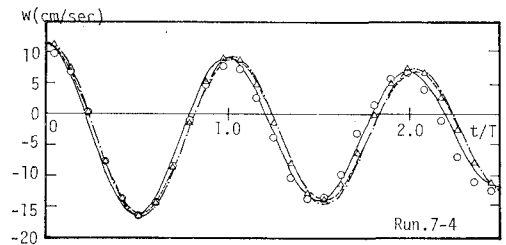


図-3 単一粒子の鉛直速度 (Run. 7-4)

直速度成分の1例を、横軸に経過時間をとって示したものである。図中の実線、一点鎖線および破線は、それぞれ方法(3)、微小振幅波理論による方法(1)および有限振幅波理論を用いた方法(1)による計算結果で、また△印は方法(2)による計算結果、○印は実験値である。これらの図から明らかなように、両速度成分の大きさのオーダーや傾向はほぼ類似しているが、重複波動中の場合の結果¹⁾と比較して、計算手法による理論曲線の差異や理論値と実験値との位相や大きさの差異が著しく、しかも、ここでは示していないが、その傾向が水表面に近いほど顕著のようである。

一方、図-4 (1), (2), (3) は、単一粒子の軌跡の理論曲線と実験値とを比較したもので、その代表的な例を、横軸に解析始点からの距離、縦軸に静水面からの距離をとって示したものである。図中の各曲線と○印は図-2, 3の場合と全く同じである。また、図の各(1), (2), (3)は、それぞれ単一粒子が静水面下ほぼ10 cm, 20 cm および30 cmの位置を中心に運動する場合の結果である。これらの図から明らかなことは、前述の速度成分の場合でも指摘したように、計算手法による差異や理論値と実験値の傾向の差異などが見られ、しかもそれが鉛直方向の位置によって著しく異なっているということである。すなわち、方法(1)による計算結果では、単一粒子は水表面に近いほど波の進行方向に著しく前進するのに対し

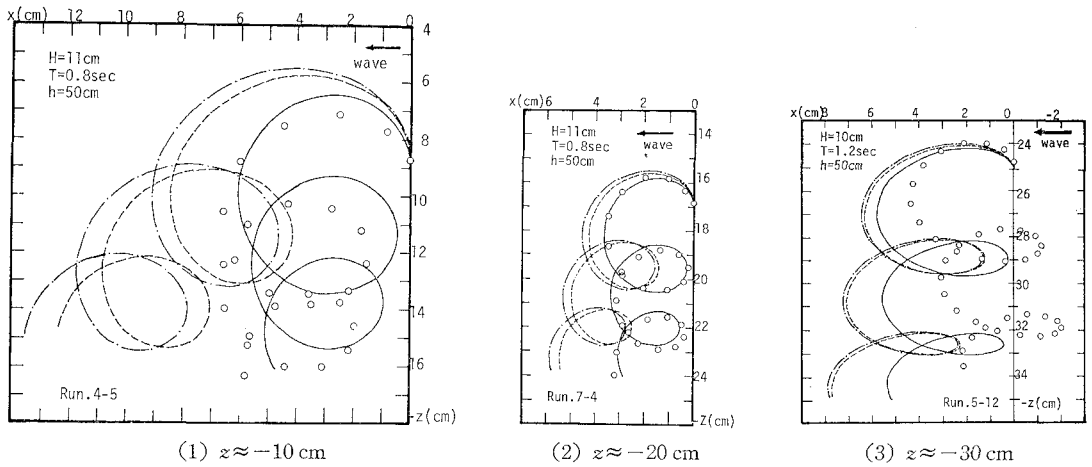


図-4 単一粒子の軌跡

て、方法(3)による計算結果ではほとんどそのような傾向が見られないこと、一方、実験値は鉛直方向の位置によって粒子の平均位置の移動方向が異なっているのに対して、理論曲線はいかなる場合でも前進していることが明らかである。この原因として種々考えられるが(例えば、理論は無限長の水槽でしかも非粘性非回転の仮定の下での解に対して、実験は有限長の水槽の下での結果であるので、反射波や戻り流れなどの影響があることなど)、ここではまず最初に波形の影響を調べるため、測定された実験波形と理論波形とを比較した。その結果が図-5で、この図から明らかなように、一般的には、実験波は有限振幅波の理論波形⁸⁾にはほぼ合致する場合が多い。このことから、このような理論値と実験値の差異の原因として表面波形の影響を考えることは、妥当ではないように思われる。そこで、次に、質量輸送速度について考えることにする。

(2) 水平方向の質量輸送速度について

(a) 沈降速度による付加残留速度

著者は、すでに、単一粒子がポテンシャル理論で表現される重複波動中を運動する場合、 x 方向にはその水粒子速度と同じ速度で、 z 軸方向には水粒子速度と静水中での沈降速度の和の速度で運動すると仮定するならば、

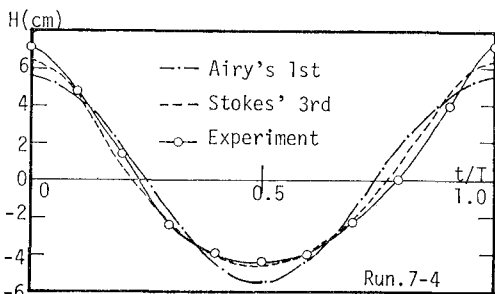


図-5 表面波形の理論値と実験値の比較(Run. 7-4)

その沈降速度のために新たに付加残留速度が出現することを示した⁷⁾。ここでも、全く同様にして、進行波動中における付加残留速度について理論的に考察する。

いま、単一粒子が上記の仮定の下に進行波動中を運動している場合の微小運動を考えて、その1周期後における平均位置を $(\bar{x}, \bar{z})$ とすると、その地点での単一粒子の挙動を表わす単一粒子の速度 $u(\bar{x}, \bar{z}, t)$ および $w(\bar{x}, \bar{z}, t)$ は、微小振幅波理論を用いて次式のように表わされる。

$$u(\bar{x}, \bar{z}, t) = -(H \cdot \sigma / 2) \cdot \{ \cosh k(h + \bar{z}) / \sinh kh \} \cdot \sin(k\bar{x} - \sigma t) \quad (4)$$

$$w(\bar{x}, \bar{z}, t) = (H \sigma / 2) \cdot \{ \sinh k(h + \bar{z}) / \sinh kh \} \cdot \cos(k\bar{z} - \sigma t) - w_f \quad (5)$$

次に、任意時刻 t における粒子の位置を $(x + \xi, z + \zeta)$ とすると、その地点での単一粒子の速度 $d\xi/dt$ および $d\zeta/dt$ は、Taylor 展開して ξ, ζ の1次の項までとると次式のようになる。

$$d\xi/dt = u(x + \xi, z + \zeta, t) = u|_{\bar{x}, \bar{z}} + \xi \cdot \partial u / \partial x|_{\bar{x}, \bar{z}} + \zeta \cdot \partial w / \partial z|_{\bar{x}, \bar{z}} \quad (6)$$

$$d\zeta/dt = w(x + \xi, z + \zeta, t) = w|_{\bar{x}, \bar{z}} + \xi \cdot \partial w / \partial x|_{\bar{x}, \bar{z}} + \zeta \cdot \partial w / \partial z|_{\bar{x}, \bar{z}} \quad (7)$$

第1次近似では $d\xi/dt = u|_{\bar{x}, \bar{z}}$, $d\zeta/dt = w|_{\bar{x}, \bar{z}}$ より ξ, ζ を求め、これを式(6)および(7)に代入して $d\xi/dt$ および $d\zeta/dt$ の第2近似を求め1周期平均をとれば、それぞれ x および z 方向の残留速度を表わすことになり、水平方向のそれを $\bar{U}$ 、鉛直方向のそれを $\bar{W}$ とすれば、若干の計算の結果、次のように表示される。

$$\bar{U} = \frac{H^2 \cdot \sigma \cdot k \cosh 2k(h + \bar{z})}{8 \sinh^2 kh} + w_f \cdot \frac{H \cdot k \sinh k(h + \bar{z})}{2 \sinh kh} \cdot \cos k\bar{x} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} W = & -w_f + w_f \cdot \frac{H \cdot k \cosh k(h+z)}{2 \sinh kh} \sin kx \\ & \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

以上に示した式(8)および(9)中の w_f のかかった項が、いわゆる沈降速度によって新たに出現した付加残留速度で、 $w_f=0$ (中立粒子)の場合には、この付加残留速度はすべて0となり、式(8)中の第1項で表わされる残留速度のみしか存在しないということになるが、この項は、いわゆる波速の第1の定義に基づく Stokes の結果⁵⁾と全く一致する。

このように、ポテンシャル波動理論で表現される進行波動中を沈降速度を有する単一粒子が運動する場合には、波動そのもののもつ残留速度以外に、沈降速度による付加残留速度を考慮する必要がある(なお、付加残留速度は式(1)および(2)を用いても計算でき、全く同様な結果が得られる)。

(b) 従来の理論結果および実験結果との比較

これまで、進行波動中での質量輸送の問題は、多くの研究者によって理論と実験の両面からかなりの研究がなされてきているが、ここでは、特に(a)で示した式(8)の適合性を検討するために、従来提案されている波速の第1および第2の定義に基づく Stokes⁵⁾の結果や粘性を考慮した Longuet-Higgins の conduction solution の結果⁶⁾と比較するとともに、実験や計算による運動軌跡から求められる結果とも比較し、単一粒子の残留速度の一般的特性を詳しく調べる。

Stokes は波速の第1および第2定義に基づく残留速度の結果 $\bar{U}_1$ および $\bar{U}_2$ を、それぞれ次式のように示した⁵⁾(以下これを Stokes (1) および Stokes (2) と呼ぶことにする)。

$$\bar{U}_1 = \frac{H^2 \cdot \sigma \cdot k \cosh 2k(h+z)}{8 \sinh^2 kh} \dots\dots\dots(10)$$

$$\begin{aligned} \bar{U}_2 = & \frac{H^2 \sigma \cdot k \cosh 2k(h+z)}{8 \sinh^2 kh} - \frac{H^2 \sigma}{8h} \coth kh \\ & \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

一方、Longuet-Higgins による粘性解(conduction solution)の結果 $\bar{U}_3$ は次式のような⁶⁾。

$$\begin{aligned} \bar{U}_3 = & H^2 \sigma \cdot k \cdot [2 \cosh \{2kh(1+z/h)\} + 3 \\ & + kh \cdot \sinh 2kh \cdot \{3(z/h)^2 + 4(z/h) + 1\} \\ & + 3(\sinh 2kh/2kh + 3/2) \cdot \{(z/h)^2 - 1\}] / \\ & 16 \sinh^2 kh \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

ここで、単一粒子の残留速度の実験値を以上に示した式(10)~(12)の理論結果と比較する場合には、それぞれに式(8)の右辺第2項で表わされる付加残留速度(これを $\bar{U}_a$ とする)を考慮した次式、 $\bar{U}_4, \bar{U}_5, \bar{U}_6$ で議論されなければならない。

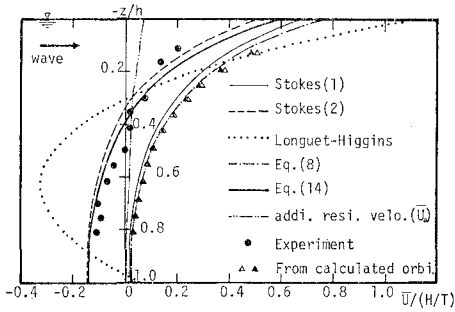
$$\bar{U}_4 = \bar{U}_1 + \bar{U}_a = \bar{U} \dots\dots\dots(13)$$

$$\bar{U}_5 = \bar{U}_2 + \bar{U}_a \dots\dots\dots(14)$$

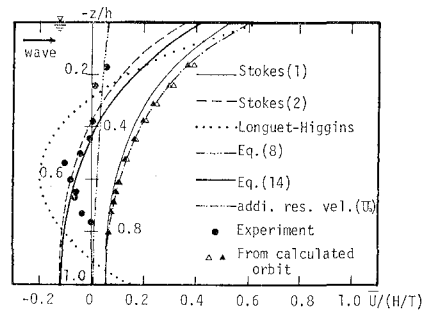
$$\bar{U}_6 = \bar{U}_3 + \bar{U}_a \dots\dots\dots(15)$$

(ただし、以下に示す図中には $\bar{U}_6$ は示していない。)

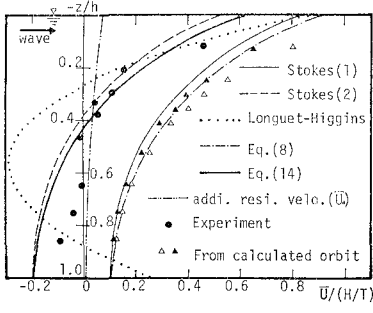
図-6 (1),(2),(3),(4)は、種々の条件の下での実験値や計算による単一粒子の軌跡から得られる残留速度の



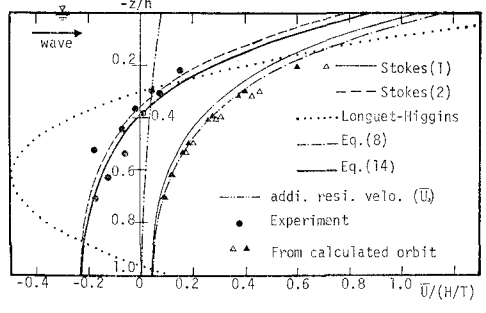
(1) $T=1.0$ sec, $h=50$ cm



(2) $T=1.2$ sec, $h=50$ cm



(3) $T=1.0$ sec, $h=30$ cm



(4) $T=0.8$ sec, $h=30$ cm

図-6 水平残留速度の理論値と実験値の比較 ($H=10$ cm)

結果を、以上に示した理論結果と比較したもので、図中の、二点鎖線、一点鎖線、細い実線、破線、点線および太い実線はそれぞれ $\bar{U}_a$, $\bar{U}(=\bar{U}_d)$, $\bar{U}_1$, $\bar{U}_2$, $\bar{U}_3$ および $\bar{U}_5$ を示す。また、○印が実験値、△, ▲印は方法(1)による理論曲線から求められる結果で、それぞれ微小振幅および有限振幅波理論を用いる場合の結果である。これらの図から明らかなことは、まず第1に、方法(1)による結果は式(8)の結果にほぼ完全に合致することである。このことは、式(8)の結果は無限水域における結果であることから、差分法による計算結果は反射波や循環流(戻り流れ)などのない無限長の水槽で適用されるべきであると考ええる。第2に、実験値は、本実験条件の範囲内では、全般的に式(14)の結果に一致する傾向にあるということである。しかし、中には図6の(2)のように、いずれの理論曲線でも表わしえない場合などもあり、実験値は造波してから測定開始するまでの時間やその他の実験条件によって著しく変化するのである。このことに関しては今後さらに詳細に追究していくつもりである。

5. 結 論

以上、沈降速度を有する単一粒子を用いて、進行波動中における粒子の挙動特性を、特に速度、軌跡および残留速度に主眼をおいて詳しく調べた。その結果、次のようなことが明らかになった。

(1) 単一粒子の速度は、水平・鉛直両速度成分ともその大きさのオーダーや傾向はほぼ類似しているが、重複波動中の場合の結果に比較して、計算手法の差異による理論曲線の差異や理論値と実験値との位相や大きさの差異が著しく、特に、波形勾配が大きくかつ水表面に近いほどそれが顕著である。

(2) 単一粒子の運動軌跡の実験値は、ポテンシャル波動理論を用いたいかなる方法による理論曲線ともかなりの差異があり、その差異の程度が重複波動中の場合のそれと比較して顕著である。

(3) ポテンシャル波動理論で表現される波動中を単一粒子が運動する場合、その沈降速度のために新たに付加残留速度が出現する。

(4) 水平残留速度の実験値は、一般的には、水表面

付近では波の進行方向と同一方向の、一方、底面付近では逆方向の値を有し、本実験条件の範囲内では、全般的には、式(14)の結果にほぼ合致する傾向にあるが、中には理論曲線と傾向が著しく異なる場合もあり、造波してから測定開始するまでの時間やその他の実験条件によって著しく変化する。

最後に、本研究を実施するにあたり、終始、暖かい御指導を賜った京都大学工学部岩垣雄一教授、御助言を頂いた酒井哲郎助教授および実験や解析に協力を惜しまなかった横村茂樹、席田一雄の両君(当時大阪府立高専学生)と山岸行雄技師に心から感謝の意を表するとともに、本研究は、文部省科学研究費自然災害特別研究(1)(代表者: 岩垣雄一教授)による研究の一部であることを付記し謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 岩垣雄一・平山秀夫: 重複波における浮遊粒子の挙動の特性について(続), 第21回海岸工学講演会論文集, pp. 207~213, 1974.
- 2) 岩垣雄一・平山秀夫・岡 幸夫: 重複波による染料の拡散に関する研究, 第22回海岸工学講演会論文集, pp. 349~354, 1975.
- 3) 岩垣雄一・平山秀夫: 重複波による底質の浮遊に関する研究, 第23回海岸工学講演会論文集, pp. 183~188, 1976.
- 4) 岩垣雄一・平山秀夫: 重複波動中における単一粒子の挙動に関する一計算法, 第31回年次学術講演会講演概要集第II部, 土木学会, p. II 25~26, 1976.
- 5) Stokes, G. G.: On the theory of oscillatory waves, Trans. Camb. Phil. Soc., 8, pp. 441~455, 1847.
- 6) Longuet-Higgins, M. S.: Mass transport in water waves, Phil. Trans. Royal Soc., London, Series A, No. 903, Vol. 245, pp. 535~581, 1953.
- 7) 岩垣雄一・平山秀夫: 重複波による浮遊粒子の挙動について, 第19回海岸工学講演会論文集, pp. 165~171, 1972.
- 8) Skjelbreia, L.: Gravity waves, Stokes' third order approximation, Tables of functions, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, pp. 1~337, 1959.