

# 湾水振動における防波堤開口部の波のエネルギー損失について

村上 仁士\*・野口 英二\*\*

## 1. 緒 言

湾水の共振問題は、津波による海水の越波・浸水被害の問題をはじめとして、港湾における荷物の積降しや船舶の航行にとっても困難をきたすもので、湾水振動現象を把握してそれに対する十分な策を講ずる必要がある。近年、海洋開発の一環として海洋レジャー基地の建設は、各所でマリーナという形で現実化しており、これらの小型船舶の停泊地では従来港湾で対象としていた長周期波よりも短い周期の波に対して湾水振動が重要な問題となるであろう。

こうした湾水振動に関する研究は従来から多くの研究者によってなされているが、不明な点が少なくなく、ことに共振時の波高の定量的な評価に問題が残されている。著者の一人<sup>1),2)</sup>は、外海が有限で波の運動が1次元のであると考えられる場合について、一様水深の長方形港湾に対する波のエネルギー損失を考慮した湾水振動理論を提案し、湾奥の波高をかなり正確に評価することができることを示した。一方、Ünlüata-Mei<sup>3),4)</sup>は、外海が半無限で一様水深の長方形港湾について、開口部で港湾内外に水位差が生じ、それが流速の2乗に比例するという条件を与え、波のエネルギー損失係数を導入して波動方程式の解を得ている。しかし、解の実験的な検証はなされておらず、必ずしも理論の妥当性を明確なものにしたとは言えないであろう。

本研究は、まず外海が半無限の長方形港湾について、Ippen-Goda<sup>5)</sup>と同様の手法を用い、かつ湾口条件として港湾内外で水位差が生ずるとして湾水振動の理論解を求め、Ünlüata-Meiの理論解と比較する。次に、理論解に含まれる波のエネルギー損失係数 $f$ を種々変化させて、湾水振動に及ぼす $f$ の影響を検討する。さらに、未知定数 $f$ を評価するため簡単な実験を行って実験値から $f$ を算定する。

## 2. 理 論 解

### (1) 解 法

図-1に示すように座標系をとり、湾口中心より鉛直

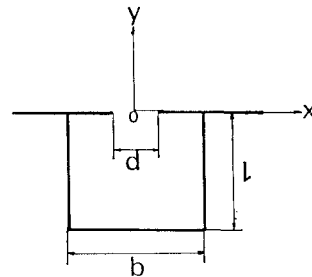


図-1 座標系および港湾モデルの記号の説明

上向きに $z$ 軸をとる。なお、水深 $h$ は港湾内外で一樣である。計算にあたりIppen-Godaの理論で用いた仮定<sup>6)</sup>と同様な仮定を置く。この場合、速度ポテンシャル $\phi$ が次式で表わされる。

$$\phi = (1/i\sigma) f(x, y) Z(z) e^{i\sigma t} \quad (1)$$

ここに、 $\sigma = 2\pi/T$ 、 $T$ は周期、 $f(x, y)$ は波高分布関数、 $i = \sqrt{-1}$ である。

いま、湾外および湾内の波の特性をそれぞれ添字1および2をつけて表わすことにすれば、港湾内の速度ポテンシャルは、

$$\phi_2 = (1/i\sigma) f_2(x, y) Z(z) e^{i\sigma t} \quad (2)$$

で表わされ、したがって $y$ 軸方向の流速は、

$$v = -\partial\phi_2/\partial y = -(1/i\sigma) \{\partial f_2(x, y)/\partial y\} Z(z) e^{i\sigma t} \quad (3)$$

となり、開口部( $y=0$ )における流速は次式となる。

$$v|_{y=0} = -(1/i\sigma) Z(z) e^{i\sigma t} \{\partial f_2(x, y)/\partial y|_{y=0}\} \quad (4)$$

一方、底面の境界条件から、 $Z(z)$ が求められる。

$$Z(z) = Hg \cosh k(z+h)/\cosh kh$$

いま、入射波を長波であるとするれば、上式は次のように簡単な形で表わされる。

$$Z(z) = Hg \quad (5)$$

ここに、 $H$ は入射波高、 $g$ は重力加速度である。式(4)における $\partial f_2(x, y)/\partial y|_{y=0}$ を次のように置く。

$$\partial f_2(x, y)/\partial y|_{y=0} = k c e^{i\omega} \quad (6)$$

ここに、 $k = 2\pi/L$ 、 $L$ は波長で、 $c$ および $\omega$ はそれぞれ水粒子の速度の大きさを示す未知数、 $\omega$ は開口部振動流と湾外完全重複波との間の位相差である。

式(5)、(6)を式(4)に代入すれば次式が求められる。

\* 正会員 工博 徳島大学工業短期大学部助教授 土木工学教室

\*\* 学生会員 徳島大学大学院工学研究科修士課程 土木工学専攻

$$v|_{y=0} = -(Hg/\sigma)kce^{i(\sigma t + \omega)} \dots\dots\dots (7)$$

開口部において、港湾内外の平均水位をそれぞれ  $\bar{\eta}_2$  および  $\bar{\eta}_1$  とすると、Ippen-Goda の理論と同様で、

$$\bar{\eta}_1 = He^{i\sigma t} + Hce^{i(\sigma t + \omega)}[i\Psi_1 - \Psi_2] \dots\dots\dots (8)$$

$$\bar{\eta}_2 = -(Hcd/b)e^{i(\sigma t + \omega)}[\cot kl - S_1] \dots\dots\dots (9)$$

となる。

ただし、 $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$  および  $S_1$  は次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1 &= \frac{kd}{\pi} \int_0^{kd/2} \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2 \sqrt{(kd/2)^2 - \alpha^2}} d\alpha \\ \Psi_2 &= \frac{kd}{\pi} \int_{kd/2}^{\infty} \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2 \sqrt{\alpha^2 - (kd/2)^2}} d\alpha \\ S_1 &= 8 \left( \frac{b}{\pi d} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sin^2(n\pi d/2b) \cos^2(n\pi/2)}{n^2 \beta_n \tanh \beta_n kl} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \beta_n &= \sqrt{(n\pi/kb)^2 - 1} & (n\pi \geq kb) \\ \beta_n &= i\beta'_n = i\sqrt{1 - (n\pi/kb)^2} & (n\pi < kb) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ついで、開口部において、港湾内外で流速の 2 乗に比例する水位差が生ずるという条件を加える。すなわち、

$$\bar{\eta}_2 - \bar{\eta}_1 = (f/2g)[v|v|_{y=0}] \dots\dots\dots (13)$$

と表わす。ここに、 $f$  は波のエネルギー損失係数である。

式 (7)~(9) を式 (13) に代入すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & -(Hcd/b)\{\cot kl - S_1\} \cos(\sigma t + \omega) - H \cos \sigma t \\ & + Hc\Psi_2 \cos(\sigma t + \omega) + Hc\Psi_1 \sin(\sigma t + \omega) \\ & = (f/2g)\{-(Hg/\sigma)kc \sin(\sigma t + \omega)\} \end{aligned}$$

$$\cdot |-(Hg/\sigma)kc \sin(\sigma t + \omega)| \dots\dots\dots (14)$$

式 (14) は非線形であるから高次の調和解が得られるが、基本調和解に比べ高次の調和解は応答が小さいと考えられるので、2 次以上の項を無視すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & -(cd/b)\{\cot kl - S_1\} \cos(\sigma t + \omega) - \cos \sigma t \\ & + c\Psi_2 \cos(\sigma t + \omega) + c\Psi_1 \sin(\sigma t + \omega) \\ & = -(fHgk^2/2\sigma^2)c|c|\{[(8/3\pi) \sin(\sigma t + \omega)]\} \end{aligned} \dots\dots\dots (15)$$

式 (15) が任意の時刻  $t$  について成立することを考慮すると次の 2 式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} & [-(cd/b)\{\cot kl - S_1\} + c\Psi_2] \cos \omega \\ & + [c\Psi_1 + (4fHgk^2/3\pi\sigma^2)c|c|] \sin \omega = 1 \\ & [-(cd/b)\{\cot kl - S_1\} + c\Psi_2] \sin \omega \\ & - [c\Psi_1 + (4fHgk^2/3\pi\sigma^2)c|c|] \cos \omega = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

上式を整理すると、未知数  $c$  に関する 4 次方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & (4fHgk^2/3\pi\sigma^2)^2 c^4 - (8fHgk^2\Psi_1/3\pi\sigma^2)c^2|c| \\ & + [\{\Psi_2 - (d/b)(\cot kl - S_1)\}^2 + \Psi_1^2]c^2 - 1 = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (17)$$

港湾内の水位  $\eta_2$  は、Ippen-Goda の理論と同様次式で示される。

$$\begin{aligned} \eta_2 &= -(Hcd/b \sin kl)e^{i(\sigma t + \omega)} \\ & \cdot [\cos k(y+l) - S(x, y)] \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

ただし、

$$S(x, y) = \frac{4b \sin kl}{\pi d} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{\sin(n\pi d/2b) \cos(n\pi/2) \cos\{(n\pi/b)(x-b/2)\} \cosh \beta_n k(y+l)}{n\beta_n \sinh \beta_n kl} \right] \dots\dots\dots (19)$$

いま、波高増幅率  $R$  を入射波高の 2 倍に対する港湾内の波高と定義すると、湾奥における  $R$  は次式で求められる。

$$\begin{aligned} R &= \frac{2|\eta_2(0, -l)|}{2H} = \left| \frac{d}{b} \frac{\{1 - S(0, -l)\}}{\sin kl} c \right| \\ &= \left| \frac{d}{b} \frac{1 - S_2}{\sin kl} c \right| \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

ただし、

$$S_2 = \frac{4b}{\pi d} \sin kl \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{\sin(n\pi d/2b) \cos^2(n\pi/d)}{n\beta_n \sinh \beta_n kl} \right] \dots\dots\dots (21)$$

である。

なお、 $R$  の計算にあたり、式 (17) の  $c$  の解が必要であるが、 $c$  の解は Ferrari の方法<sup>7)</sup>を用いと容易に計算できる。また、未知数  $\omega$  の解は式 (16) から求められる。

## (2) Ünlüata-Mei の解

上記同様、長方形港湾が半無限の外海に連なる場合について、波動方程式を解き湾水振動の解を求めている。詳細は原論文<sup>8),9)</sup>にゆずり、(1) と同様な座標系をとつ

て波高増幅率  $R$  に関する結果のみを示すと次のとおりである。

$$R = \frac{F_1(x, y)}{\sqrt{[G_{11}^R - I_1]^2 + [1/2 + 2\delta|\mu|/kd]^2}} \dots\dots\dots (22)$$

ただし、

$$\begin{aligned} F_1(x, y) &= \frac{\cos k(y+l)}{kb \sin kl} \\ &+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{\cos K_{1n}(y+l) \cos(2n\pi/b) \sin(n\pi d/b)}{(n\pi d/b)K_{1n}b \sin K_{1n}l} \right] \end{aligned} \dots\dots\dots (23)$$

$$\begin{aligned} G_{11}^R &= (1/kb) \cot kl + 2 \sum_{n=1}^{\infty} [(1/K_{1n}b) \cot K_{1n}l \\ &+ (1/2n\pi)] \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

$$I_1 = -(1/\pi)[\ln(\gamma\pi kd^2/16b) + \ln 16 - 3] \dots\dots\dots (25)$$

$$\delta = fH/3\pi h \dots\dots\dots (26)$$

である。また、 $\mu$  は次式の解として与えられる。

$$\delta^2|\mu|^4 + 2\delta\bar{P}_1^{(R)}|\mu|^3 + |\bar{P}_1|^2|\mu|^2 - 1 = 0 \dots\dots\dots (27)$$

ただし、

$$\bar{P}_1 = -ikdD_1(k) \dots\dots\dots (28)$$

で、 $i = \sqrt{-1}$ 、 $\bar{P}_1^{(R)}$  は  $\bar{P}_1$  の実部である。なお、 $D_1(k)$

は次式で示される。

$$D_1(k) = i/2 + G_1^R - I_1 \quad \dots\dots\dots (29)$$

式(23)~(26)において、 $\gamma = 0.5722$  (Euler 定数)、 $H$  は入射波高、 $h$  は水深、 $f$  は式(13)と同様に表示したときの波のエネルギー損失係数である。

さらに、 $K_{1n}$  は次式で与えられる。

$$K_{1n} = \sqrt{k^2 - (2n\pi/b)^2} \quad \dots\dots\dots (30)$$

以上の諸式を用いて湾奥にお

ける波高増幅率  $R$  を求めるには、式(22)の  $F_1(x, y)$  を  $F(0, -l)$  として計算すれば、容易に算出する。

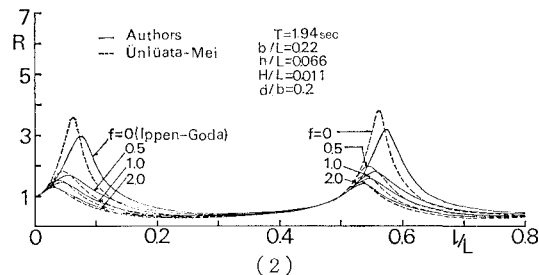
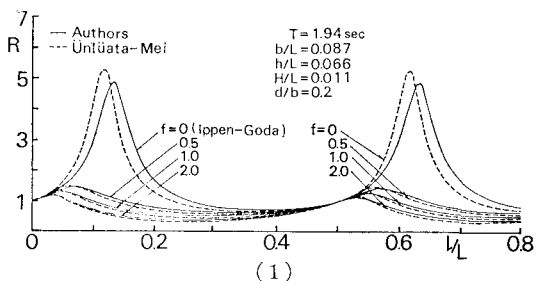


図-2 応答振動曲線

### 3. 振動特性

図-2 は、湾奥における応答振動曲線の一例で、実線および破線はそれぞれ著者らの理論式(20)および Ünlüata-Mei の理論式(22)の計算結果である。いずれの理論解も波のエネルギー損失を考慮すれば、共振点の近傍では急激に  $R$  が減少し、 $f$  の  $R$  に対する影響は特に共振点近傍で顕著となることがわかる。したがって、以下では共振時についてのみ考察を行う。なお、以後添字  $R$  をつけて共

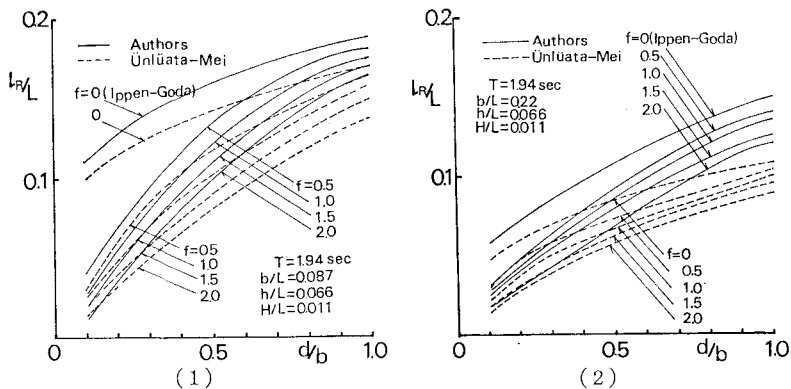


図-3  $l_R/L$  と  $d/b$  との関係

振時の特性を示すとともに、形状応答を考えているので基本モードについてのみ考察することにする。

#### (1) $l_R/L$ と $d/b$ との関係

図-3 は、開口幅  $d$  の変化に伴い共振点(共振湾長)がどのように変化するかについて調べたもので、開口幅が小さく、 $f$  が大きくなるほど共振湾長は短くなり、港湾幅  $b$  が小さい方が  $d/b$  に対する  $l_R/L$  の変化が顕著となる。Ünlüata-Mei の理論の計算値は著者らの理論値と比較して全般的に  $l_R/L$  がやや小さく、特に開口幅が大きいときほどその傾向が強い。

#### (2) $R_R$ と $d/b$ との関係

図-4 は、開口幅  $d$  と共振時の波高増幅率  $R_R$  との関係で、 $f \neq 0$  の場合、図の(1)のように港湾幅が比較的小さい( $b/L=0.087$ )ときには、harbor paradox<sup>10)</sup> が成立しないで、開口幅が小さくなるに伴い  $R_R$  が減少する。一方、港湾幅が幾分大きく( $b/L=0.218$ )なると、その paradox の可能性もうかがえる。しかし、その場合、開口幅を小さくしたために  $R_R$  が急激に増大することはないようである。また、両理論値は、 $f \neq 0$

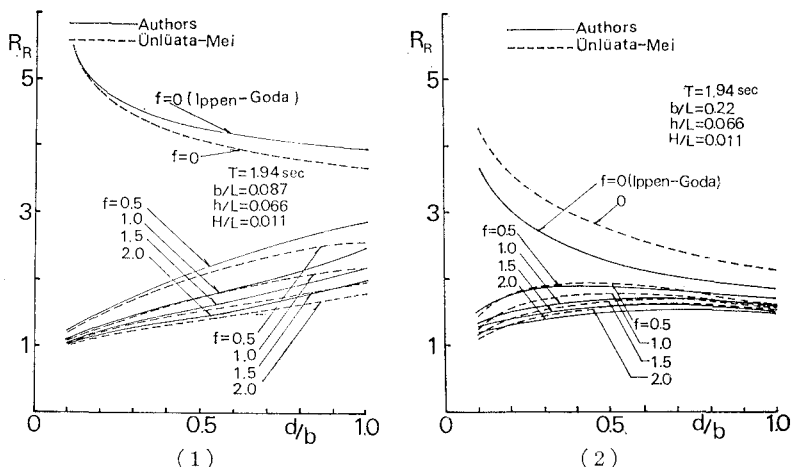


図-4  $R_R$  と  $d/b$  との関係

の場合、 $d/b$  が大きくなると若干の差異がみられるが、そのほかでは大差はないようである。

### (3) $R_R$ に及ぼす港内水深の影響

図-5 は、相対港湾幅  $b/L$  を一定にして、港内水深を変えた場合の  $R_R$  の変化をみたもので、 $f$  は一定値をとっている。図から、 $d/b=1.0$  では  $b/L$  が大きいほど水深が  $R_R$  に及ぼす影響は少なく、一方、 $d/b=0.2$  では逆に  $b/L$  が小さいほど水深の  $R_R$  に対する効果は小さいことがわかる。もっとも、 $d/b$  が小さくなると水深の  $R_R$  に及ぼす影響そのものも小さいようで、 $R_R$  に及ぼす水深の影響は港湾幅が比較的小さく、しかも防波堤がないか、あるいは開口部が十分開いた場合に配慮すればよいようである。また、両理論の差異が  $d/b=1.0$  の場合には若干みられるが、 $d/b=0.2$  の場合、ほとんどそれらは一致するため、ここでは著者らの理論値のみを表示している。

### (4) $R_R$ に及ぼす入射波高の影響

図-6 は、一定周期、一定水深のもとで入射波高  $H$  を変えた場合の  $R_R$  の変化を示したものの一例である。 $f \neq 0$  では、入射波高が大きくなるにつれて  $R_R$  は減少するが、湾水振動を議論する場合は  $H/L$  が非常に小さいことを考えると、入射波高が  $R_R$  に及ぼす影響は極めて大きいといえよう。

## 4. 実験的検討

上述した理論解においては、波のエネルギー損失係数  $f$  が全く未知量であり、 $f$  の評価が最も重要となる。この  $f$  について、伊藤<sup>(1)</sup>は任意に数値を与え、大船渡での実測波形と数値計算に基づく計算波形を比較して、 $f=1.5$  が妥当であると結論づけている。

ここでは、簡単な実験を行って  $f$  を評価するとともに著者らの理論と Ünlüata-Mei の理論の妥当性を検討する。

### (1) 実験装置および実験方法

実験は、長さ 30m、幅 15m、深さ 60cm の平面造波水槽を用い、造波板から 20m の位置にアクリル製長方形港湾模型を設置して湾奥における波高の測定を行った。水槽の側壁には開口部から発生する散乱波がそこで再反射しないように消波工を設けている。

実験を通じて、周期  $T=1.94$  sec、水深  $h=15$  cm、入射波高  $H=2.58$  cm で、湾長  $l$  を変える方法をとっている。また、港湾幅  $b$  は 20 cm、50 cm の 2 種類とし、開

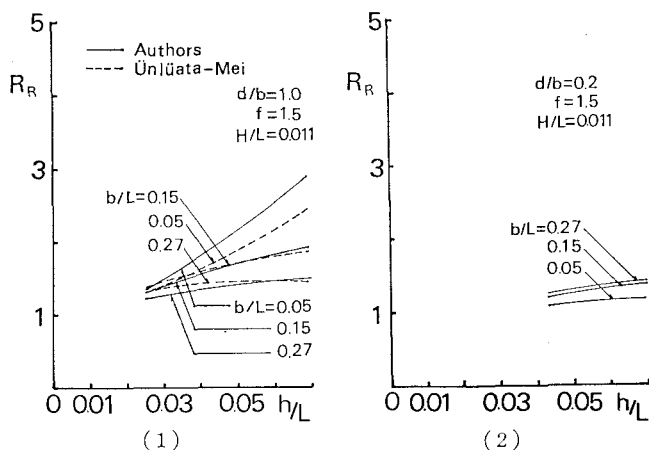


図-5  $R_R$  と  $h/L$  との関係

口幅  $d$  は開口比  $d/b$  で、0.2、0.8 および 1.0 の 3 通りである。

波高の測定法は、開口部から湾軸約 3m の位置に、ビデオカメラ (SONY 製 AVC-3360S) を設置して湾奥の水位変動を撮り、ビデオコーダー (SANYO 製 VTR-1100SH) に収録するという方法である。あらかじめ湾

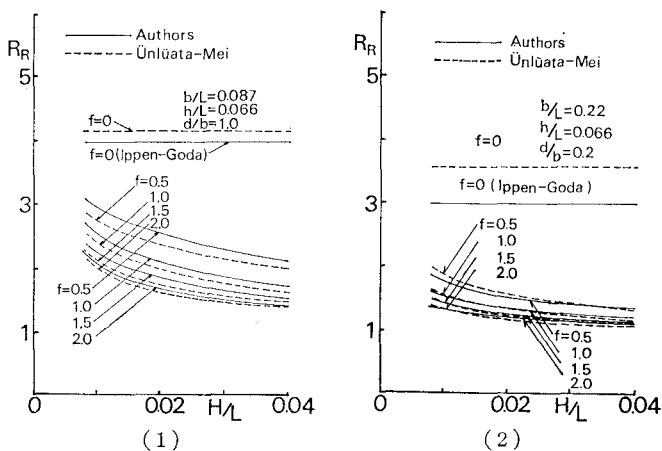


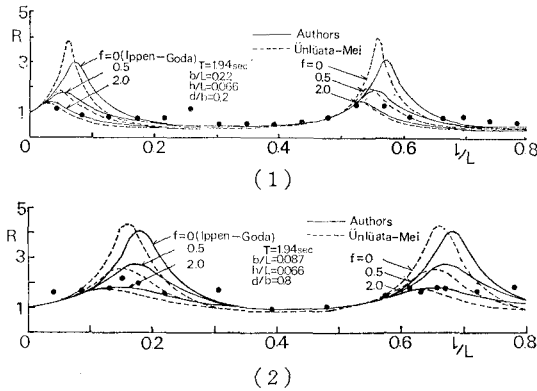
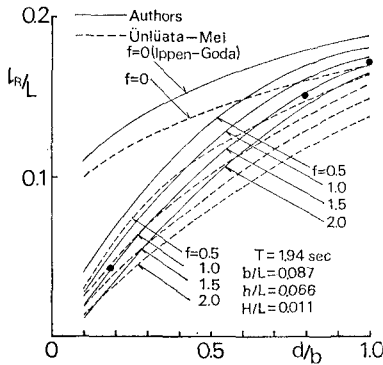
図-6  $R_R$  と  $H/L$  との関係

奥の壁面につけた 5mm 単位の白黒目盛でキャリブレーションを行い、ビデオコーダーをスローモーションにして波高の解析を行った。

### (2) $f$ の評価

図-7 は、湾奥における  $R$  と  $l/L$  との関係を示したものの一例で、実験値 (●印) もかなりのばらつきがあるが、共振点の近傍をみると、明らかに  $f=0$  でなくて、 $0 < f < 2.0$  の範囲にあることがわかる。

図-8 は、 $l_R/L$  と  $d/b$  との関係で図-7 からわかるように実験値から正確な  $l_R/L$  は読みとりにくい、読みとり結果を著者らの実験値と比較すると  $f \approx 1.5$  程度のものである。一方、Ünlüata-Mei の理論から  $f$  を

図-7  $R$  と  $l/L$  との関係図-8  $l_R/L$  と  $d/b$  との関係

評価するのは本実験の範囲内では困難である。さらに、 $R_R$  についても  $f$  の評価を試みたものが図-9である。3.(2)で述べたように両理論において、 $R_R$  については  $f \neq 0$  で  $d/b$  が大きいところで若干の差異が現われるが、著者らの理論では、 $f$  はほぼ 1.5 程度となり、一応共振湾長および共振時の波高増幅率についても  $f=1.5$  とすれば推算が可能となるであろう。しかし、Unlüata-

Mei の理論では一概に  $f$  の評価が困難なように思われる。以上のことから、著者らの理論と実験の比較に基づけば、伊藤が示した  $f=1.5$  というのはほぼ妥当な値であると考えられる。

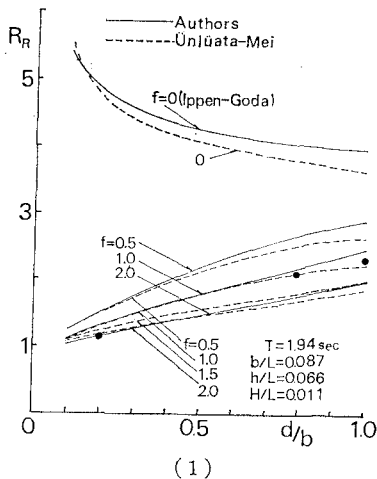
もちろん、 $f$  については港湾諸元、波の特性によっても変化することが考えられるので、さらに一層の検討が必要となるであろう。

## 5. 結 言

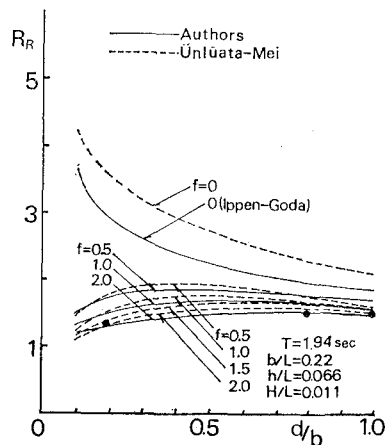
以上、本研究は長方形港湾が半無限の外海に連なる場合について、開口部における波のエネルギー損失を考慮した湾水振動の理論的考察を行うとともに、若干の実験を行って波のエネルギー損失係数  $f$  の評価を試みた。

その結果、 $f$  が大きく、かつ開口幅を小さくするに伴い共振湾長は短くなり、共振時の波高増幅率も減少することがわかった。また、共振特性は湾内水深および入射波高によっても影響を受けることを明らかにした。さらに、実験値と理論計算結果を比較して、 $f$  はほぼ 1.5 程度であることを示し、伊藤<sup>11)</sup>が指摘した値はほぼ妥当であることがわかった。しかし、今後さらに  $f$  についての詳細な検討が必要であることはいうまでもない。

最後に本研究にあたり、終始ご助言を賜った京都大学工学部岩垣雄一教授、ご激励を頂いた京都大学防災研究所土屋義人教授、徳島大学工学部三井宏教授、実験および資料整理にご助力を頂いた徳島大学大学院生鈴木一光君ならびに東亜建設山田平君（元学部学生）をはじめとする衛生研究室の諸氏に深謝の意を表するとともに、本研究は文部省科学研究費自然災害特別研究（代表岩垣雄一教授）による研究の一部であることを付記する。なお、著者らと同様の解法については全く別に京都大学工学部酒井哲郎助教授が行って種々の検討がなされていることを明記しておく。



(1)



(2)

図-9  $R_R$  と  $d/b$  との関係

## 参 考 文 献

- 1) 村上仁士・越智 裕: 防波堤による波のエネルギー逸散および湾水振動の制御について, 第22回海講論文集, pp. 271-277, 1975.
  - 2) 村上仁士: 波のエネルギー逸散を考慮した湾水振動の一解法, 土木学会論文報告集, No. 247, pp. 71-81, 1976.
  - 3) Ünlüata, Ü. and C. C. Mei: Long wave excitation in harbors—an analytical study—, Tech. Rep. No. 171, Parsons Lab., MIT, 284 p., Oct., 1973.
  - 4) Ünlüata, Ü. and C. C. Mei: Effects of entrance loss on harbor oscillations, Proc. ASCE, Vol. 101, WW2, pp. 161-180, May, 1975.
  - 5) Ippen, A. T. and Y. Goda: Wave induced oscillations in harbors; the solution for a rectangular harbor connected to the open sea, Rep. No. 59, Hydrodynamics Lab., MIT, 90 p. July, 1953.
  - 6) 前出 5), pp. 5-6.
  - 7) たとえば, 淡中忠郎: 代数学演習, 朝倉書店, pp. 70-72, 1969.
  - 8) 前出 3)
  - 9) 前出 4)
  - 10) Miles, J. and W. Munk: Harbor paradox, Proc. ASCE, Vol. 87, WW3, pp. 111-130, Aug., 1961.
  - 11) Ito, Y.: Head loss at tsunami breakwater opening, Proc. 12th Conf. on Coastal Eng., pp. 2123-2131, 1970.
-