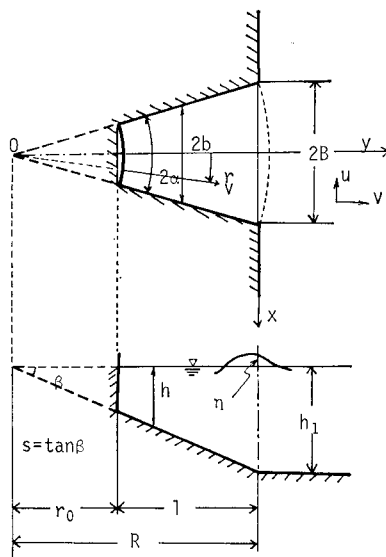


水深および湾幅がともに減少する湾における長波の湾水振動

酒井 哲郎*・山本 方人**

1. ま え が き

津波の湾内における挙動に対する湾の形状の効果を明らかにするために、前報¹⁾では、水深が一様に減少する長方形湾における線型長波の湾水振動を理論的に扱い、湾内の底勾配の効果を、湾奥での増幅率および湾内の湾軸に沿う波高変化の面から検討した。この研究は、前報に引き続いて、水深のみならず湾幅も一様に減少する湾(台形湾)における線型長波の湾水振動を理論的に扱い、水深のみが変化する場合と比べて、湾幅の減少する効果を、湾奥での増幅率および湾軸に沿う波高変化の面から検討するものである。ただし、水深と湾幅の減少率が任意の場合は理論解が容易に求められないので、ここでは、図—1 に示すように、平面的に見た湾の側壁を延長した



図—1 水深、湾幅がともに減少する湾

線が交差する点と、側面から見た静水面と底面を延長した線が交差する点が一致する場合を扱う。なおここで用いる手法は、水深のみが減少する湾の場合と同様、Ippen-Goda²⁾ が一様水深の長方形湾の湾水振動理論を導

びくのに用いた手法と同じであり、湾内と湾外の解を別個に求めて、両者を湾口部での条件を用いて接続するものである。

2. 理 論

(1) 基礎式と境界条件

1. で述べた湾形に関する条件のほかに、次のような假定を設ける。1) 波は線型長波、2) 湾外は一様水深、3) 湾幅および湾内水深は湾口部から湾奥にかけて r 方向に一様に減少(図—1 参照)、4) 開口角は小さい、5) 湾口部に防波堤なし、6) 湾奥の水深は有限で完全反射を生じる、7) 湾内では横振動なし。以上の假定のもとで、湾内の線型長波の運動方程式および連続式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta_2}{\partial r}, \quad 2b \frac{\partial \eta_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (2bhv_2) = 0 \quad (1), (2)$$

ここで、 r は図—1 に示すように側壁を延長した線が交差する点 O を原点とする動径である。また、 $2b$ は湾内の任意の位置での湾幅を表わし、湾口での湾幅は $2B$ で示している。前報では、水深のみが変化する長方形湾であったので、 $2B = 2b$ である。添字 2 は湾内の量であることを示す。一方湾外の線型長波の運動方程式および連続式は、前報¹⁾の式 (1) ~ (3) で表わされる。この場合、 x, y は図—1 に示す湾口中央部を原点とする直角座標である。湾内の水位を次式、

$$\eta_2 = ae^{i\omega t} f_2(r) \quad (3)$$

で表現すると、 v_2 は式 (1) より、

$$v_2 = -\frac{ag}{i\omega} e^{i\omega t} \frac{\partial f_2(r)}{\partial r} \quad (4)$$

で与えられる。また湾外の水位も $\eta_1 = ae^{i\omega t} f_1(r)$ と表現すると湾外の u_1, v_1 は前報の式 (5), (6) で与えられる。したがって境界条件は、以下のように与えられる。

$$f_{2r}(r_0) = 0 \quad (5)$$

$$|x| > B : f_{1y}(x, 0) = 0 \quad (6)$$

$$x^2 + y^2 \rightarrow \infty : f_1(x, y) = \cos(k_1, y) \quad (7)$$

$$|x| \leq B : \eta_1(x, 0) = \eta_2(R) \quad (8)$$

$$v_1(x, 0) = v_2(R) \quad (9)$$

なお、湾内側壁での境界条件は、假定 7) で横振動を無

* 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学教室

** 正会員 工修 日本テトラポッド(株)

視したため不必要である。式(7)は外海無限遠での条件であり、 k_1 は外海の波の波数 $k_1 = \sigma/\sqrt{gh_1}$ である。また、式(8)、(9)は湾口部での2つの解の接続条件である。特に式(9)を式(4)を用いて次式のように書きかえる。

$$|x| \leq B: f_{12}(x, 0) = f_{21}(R) \equiv k_1 c e^{i\omega} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 c および ω は未知定数である。

(2) 湾内の解

湾外の解は前報¹⁾と全く同様であり、ここでは述べない。式(1)~(3)と、 $2b \equiv 2\alpha r$, $h = sr$ の関係を用いると、湾内の $f_2(r)$ の満たすべき式は次式ようになる。

$$f_{2rr} + 2/r \cdot f_r + \sigma^2/gs \cdot f = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

式(11)の解として、次式を考える。

$$f_2(r) = 1/\sqrt{r} \cdot \{C J_1(2\sigma\sqrt{r/gs}) + D N_1(2\sigma\sqrt{r/gs})\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 J_1, N_1 はそれぞれ1次のベッセルおよびノイマン関数であり、 C および D は境界条件から決定される。 f_2 の満たすべき境界条件式(5)、(8)、(10)のうち、式(5)、(10)より C および D が c および ω によって表わされ、結局式(12)は次式のようになる。

$$\begin{aligned} f_2(r) = & 2k_1 c e^{i\omega} / P \cdot R^{3/2} \cdot r^{-1/2} \{ (2\sigma\sqrt{r_0/gs}) \\ & \cdot N_0(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) - 2N_1(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) \} \\ & \cdot J_1(2\sigma\sqrt{r/gs}) - \{ 2\sigma\sqrt{r_0/gs} \cdot J_0(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) \\ & - 2J_1(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) \} N_1(2\sigma\sqrt{r/gs}) \} \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

ここで、 P は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} P = & \{ 2\sigma\sqrt{r_0/gs} \cdot N_0(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) - 2N_1(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) \} \\ & \cdot \{ 2\sigma\sqrt{R/gs} \cdot J_0(2\sigma\sqrt{R/gs}) - 2J_1(2\sigma\sqrt{R/gs}) \} \\ & - \{ 2\sigma\sqrt{r_0/gs} \cdot J_0(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) - 2J_1(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) \} \\ & \cdot \{ 2\sigma\sqrt{R/gs} \cdot N_0(2\sigma\sqrt{R/gs}) - 2N_1(2\sigma\sqrt{R/gs}) \} \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

(3) 未知定数 c および ω の決定

最後に残った境界条件式(8)は、前報¹⁾同様仮定4)から湾口幅方向に平均して成立するものとする。湾外の水位の湾口部における湾口幅平均 $\eta_1(x, 0)$ は、前報の式(24)、(25)で与えられる。ただし前報の式(25)の b は B でおきかえる必要がある。一方湾内の水位は横振動を無視しているので、湾幅方向には変化せず、湾口での湾内の水位は、式(3)、(13)より次式で与えられる。

$$\eta_2(R) = 2ak_1 c e^{i(\omega t + \omega)} \cdot R \cdot Q/P \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで、 Q は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} Q = & \{ 2\sigma\sqrt{r_0/gs} \cdot N_0(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) - 2N_1(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) \} \\ & \cdot J_1(2\sigma\sqrt{R/gs}) - \{ 2\sigma\sqrt{r_0/gs} \cdot J_0(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) \\ & - 2J_1(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) \} N_1(2\sigma\sqrt{R/gs}) \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

$\eta_1(x, 0) = \eta_2(R)$ より、結局 c および ω は次式のように与えられる。

$$c = 1/\sqrt{(2k_1 R Q/P + \phi_2)^2 + \phi_1^2} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\omega = \tan^{-1} \{ \phi_1 / (2k_1 R Q/P + \phi_2) \} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 ϕ_1 および ϕ_2 は $k_1 B$ の関数として前報の式(25)で与えられる。

(4) 湾奥での増幅率

式(13)を用いれば、湾奥での $f_2(r)$ は、 $r = r_0$ において、次式で与えられる。

$$f_2(r_0) = 2k_1 c e^{i\omega} R^{3/2} / P \cdot 2\sigma\sqrt{r_0/gs} \cdot X \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 X は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} X = & N_0(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) \cdot J_1(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) \\ & - J_0(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) N_1(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

式(19)、(20)を用いると、湾奥での水位の振幅と a すなわち湾外の完全重複波の振幅との比として定義した湾奥での増幅率 $R(r_0)$ は、次式で与えられる。

$$R(r_0) = 2k_1 c R^{3/2} \cdot 2\sigma\sqrt{r_0/gs} \cdot |X|/|P| \quad \dots\dots\dots (21)$$

上式に式(17)の c を代入し、変形すると次のようになる。

$$\begin{aligned} R(r_0) = & 4 \left(\frac{k_1 h_1}{s} \right)^2 \cdot |X| / \\ & \sqrt{\left(2 \frac{k_1 h_1}{s} \cdot Q + P \phi_2 \right)^2 + P^2 \phi_1^2} \quad \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

上式中 ϕ_1, ϕ_2, P, Q および X の変数 $k_1 B, 2\sigma\sqrt{r_0/gs}$ および $2\sigma\sqrt{R/gs}$ は、それぞれ次式のように与えられる。

$$k_1 B = 0.5 k_1 l / (2B/l) \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$2\sigma\sqrt{R/gs} = 2(k_1 h_1 / s) \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$2\sigma\sqrt{r_0/gs} = 2(k_1 h_1 / s) \cdot \sqrt{1 - k_1 l \cdot (k_1 h_1 / s)^{-1}} \quad \dots\dots\dots (25)$$

式(23)~(25)からわかるように、湾奥の増幅率 $R(r_0)$ は、水深のみが変化する長方形湾の場合と同様、湾口での湾幅と湾長の比 $2B/l$ 、湾内の底勾配 s 、湾外の比水深 $k_1 h_1$ をパラメーターとして、湾長・波長比 $k_1 l$ の関数として与えられる。もちろん、この場合のパラメーター $2B/l$ は湾口部の湾幅に関するものであり、前報の場合の $2b/l$ が湾内の一様な湾幅に対するものであったことは異なる。ただし $k_1 h_1$ と s は独立ではなく $k_1 h_1 / s$ の形で現われる。この点に関しては、前報の水深のみが変化する長方形湾の場合も同様であったが、 $k_1 h_1$ と s の効果を別個に調べるために分離して考えた。また湾幅の減少率 2α が現われていないのは、1. で述べたようにここで扱っている湾の湾幅の減少率と底勾配 s が独立でないため、両者の関係は次式で与えられる。

$$2\alpha = \frac{2B}{l} \left(\frac{k_1 h_1}{s} \right)^{-1} k_1 l \quad \dots\dots\dots (26)$$

なお式(25)中の $\sqrt{\quad}$ の中は正でなければならないため、 $k_1 l$ の値のとりうる範囲が次式で与えられる。

$$k_1 l \leq k_1 h_1 / s \quad \dots\dots\dots (27)$$

(5) 湾軸に沿う波高の変化

式(3)および(13)より、湾内の任意の r における水位の振幅 $|\eta_2(r)|$ を a で無次元化すると、次式のようになる。

$$\begin{aligned}
 |\eta_2(r)|/a &= |\eta_2(h/h_1)|/a \\
 &= 2k_1h_1/s \cdot (h/h_1)^{-1/2} \cdot |XX(r)| / \\
 &\quad \sqrt{\left(2 \frac{k_1h_1}{s} \cdot Q + P\phi_2\right)^2 + P^2\phi_1^2} \quad \dots\dots\dots (28)
 \end{aligned}$$

ここで、 XX は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 XX(r) &= \{2\sigma\sqrt{r_0/gs} \cdot N_0(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) \\
 &\quad - 2N_1(2\sigma\sqrt{r_0/gs})\} J_1(2\sigma\sqrt{r/gs}) \\
 &\quad - \{2\sigma\sqrt{r_0/gs} \cdot J_0(2\sigma\sqrt{r_0/gs}) \\
 &\quad - 2J_1(2\sigma\sqrt{r_0/gs})\} N_1(2\sigma\sqrt{r/gs}) \quad \dots\dots\dots (29)
 \end{aligned}$$

式 (28) 中の h は湾内の任意の r における水深であり、 h を用いると、式 (29) 中の $2\sigma\sqrt{r/gs}$ は次のように変形できる。

$$2\sigma\sqrt{r/gs} = 2k_1h_1/s \cdot \sqrt{h/h_1} \quad \dots\dots\dots (30)$$

なお、 $r \geq r_0$ であることから、 h/h_1 の値のとりうる範囲が次式で与えられる。

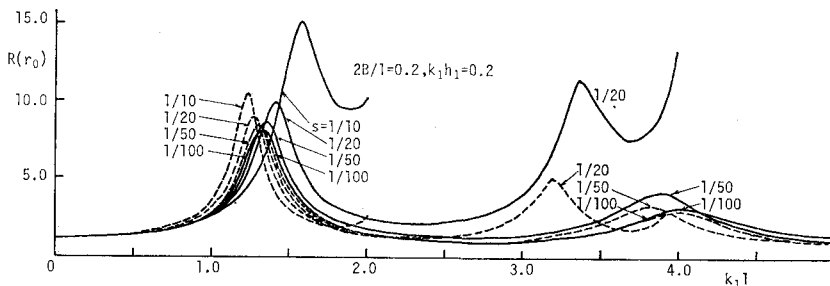
$$h/h_1 \geq 1 - (k_1h_1/s)^{-1} \cdot k_1l \quad \dots\dots\dots (31)$$

式 (28)～(30)、および ϕ_1 、 ϕ_2 、 P 、 Q が式 (23)～(25) で示される 3 つの無次元量によって決まることから、結局湾軸に沿う波高変化 $|\eta_2(h/h_1)|/a$ は、 $2B/l$ 、 k_1h_1/s 、 k_1l をパラメーターとして、 h/h_1 の関数として与えられる。なお、前報では湾軸に沿う波高変化を、湾口における振幅 $|\eta_2(h_1/h_1)|$ を基準として表現したため定数 c が関係せず、したがって $2b/l$ は関係しなかったが、ここでは外海の上重波の振幅 a を基準にしているため $2B/l$ も関係する。

3. 湾奥の増幅率と湾軸に沿う波高変化

(1) 湾奥の増幅率

図—2 の実線で示した曲線は、式 (22)～(25) を用い



図—2 水深、湾幅がともに減少する湾における線型長波の湾水振動の共振曲線の例

(2) 第 1 次および 2 次の共振増幅率および湾長

第 1 次共振増幅率 R_{1st} に関して、 k_1h_1 および s をパラメーターとして $2B/l$ との関係の例を示したのが、図—3 の太い曲線である。この例では、 $k_1h_1=0.2$ で s は図—2 と同じ 4 種類の値である。図中の細い曲線は前報の水深のみが減少する長方形湾の場合であり、点線は一様水深・長方形湾の場合である。この図から、 R_{1st}

で計算した水深、湾奥がともに一様に減少する湾における線型長波の湾奥における増幅率の例である。前報¹⁾で示した水深のみが減少する長方形湾の場合(図中破線)と比較するために、パラメーターとして前報と同じ $2B/l=0.2$ 、 $k_1h_1=0.2$ にとり、 s を $1/10$ 、 $1/20$ 、 $1/50$ 、 $1/100$ の 4 種類について示している。ただしこの場合 B は湾口部の湾幅である。なお、この場合は式 (26) によって湾幅の減少率が与えられるため、横軸の k_1l が増加するにしたがって湾幅の減少率も増加する。図を見てわかることは、まず同じ底勾配 s に対しては、第 1 次、第 2 次共振点とも、水深、湾幅がともに減少する湾の方が、水深のみが減少する湾よりもその増幅率が高い。また共振湾長は湾幅も減少する湾の方が長い。さらに、底勾配が大きくなるにしたがって共振増幅率が増加し、第 2 次共振湾長が短くなる傾向は、2 つの湾形で一致しているが、第 1 次共振湾長に関しては、水深のみが減少する湾の場合は短くなるのに対して、水深、湾幅がともに減少する湾の場合には長くなっている。最後に、水深、湾幅がともに減少する湾の場合に、 $s=1/20$ の場合を見てわかるように、第 2 次共振増幅率の方が第 1 次よりも大きくなり、さらに湾長が長くなって湾奥での水深が 0 に近づく湾奥での増幅率が急激に増加する傾向が見られる場合がある。

この点に関して、同じ湾形に対して線型長波の湾水振動の数値シミュレーションを行ったところ同様の傾向が見られ、湾長が長くなって湾奥の水深が 0 に近づいた状態は線型理論の適用範囲を越えるものと考え、以後は、このような状況の生じない第 1 次および第 2 次共振点について詳細に検討する。

は $2B/l$ が減少するほど増加し、また底勾配が大きいはど増加する。この傾向は水深のみが減少する湾の場合と同じであるが、同じ底勾配に対しては水深、湾幅がともに減少する湾の方が大きい。図—4 は、図—3 と同じ条件での第 1 次共振湾長 k_1l_{1st} を示したものである。この図から、前述した第 1 次共振湾長に関する 2 つの湾形における傾向の相違は明らかである。すなわち k_1l_{1st} は $2B/l$

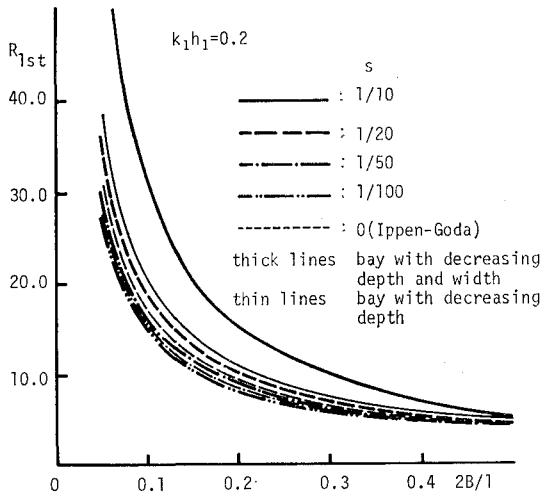


図-3 第1次共振増幅率に及ぼす底勾配の効果

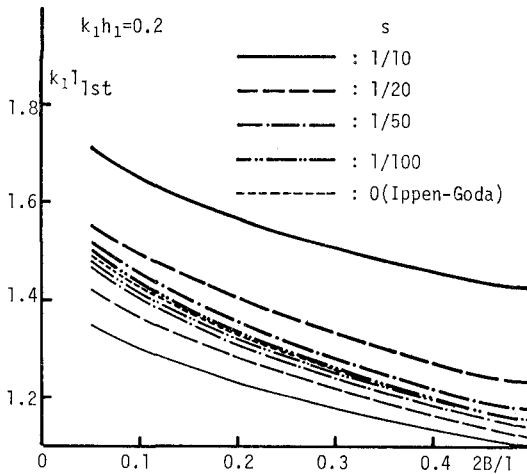


図-4 第1次共振増幅率に及ぼす底勾配の効果

が減少するにつれて増加するが、 s の効果に関しては、水深のみが減少する湾の場合はその値が大きくなるほど短くなるのに対して、水深、湾幅とも減少する湾の場合は逆に長くなっている。なお 2.(4) で述べたように、ここでは $k_1 h_1$ および s をパラメーターとしてとっているが、実際には $k_1 h_1 / s$ が1つの独立なパラメーターで

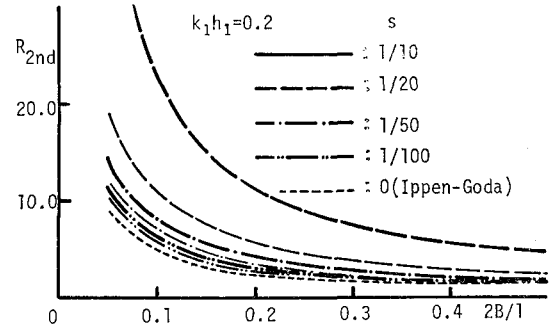


図-5 第2次共振増幅率に及ぼす底勾配の効果

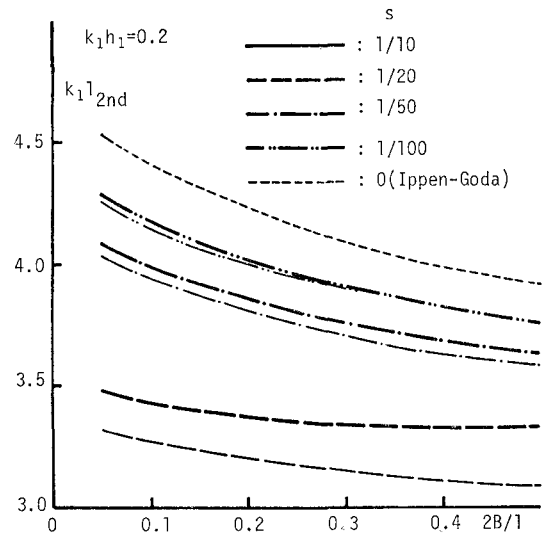


図-6 第2次共振増幅率に及ぼす底勾配の効果

あることをことわっておく。次に図-5 は、第2次共振増幅率 R_{2nd} について示したもので、この場合は R_{1st} の場合と同様の傾向を示している。図-6 は第2次共振増幅率 $k_{1l_{2nd}}$ について示したもので、底勾配 s の効果については2つの湾形とも同じ傾向を示しているが、同じ s については水深・湾幅とも減少する湾の方が長いことがわかる。

(3) 湾軸に沿う波高変化

図-7 の太い実線は、式 (28) を用いて用いて求めた

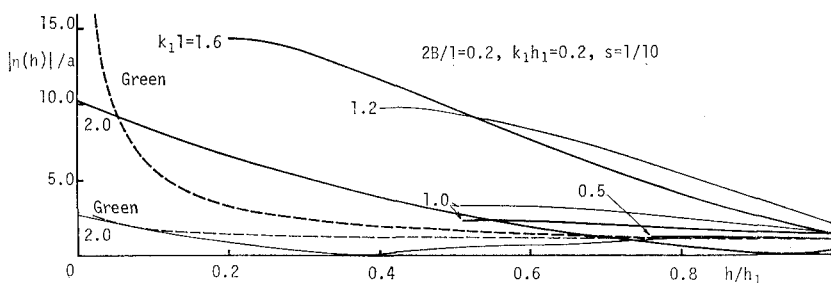


図-7 湾軸に沿う波高変化の例

水深、湾幅がともに一様に減少する湾における湾軸に沿う波高変化の例を示している。パラメーターの $2B/l$, $k_1 l$ の値は図-2 の場合と同じで, $s=1/10$ の場合である。 $k_1 l$ はほぼ第1次共振湾長にあたる1.6以外に0.5, 1.0および2.0の場合についても示している。図中細い実線は同じ条件での水深のみが減少する長方形湾の場合のものであり, $k_1 l=1.2$ はその場合の第1次共振湾長にほぼ一致する。また太い破線および細い破線で示した2本の曲線は, それぞれ水深、湾幅がともに変化する場合および水深のみが変化する場合の波高変化に関するグリーンの関係を示したものである。この図から, 2つの湾形における波高変化の差異はとくに見られないが, とくに共振湾長の場合は, グリーンの関係と異なって, 波高は湾口部付近からすでに増大し, 湾奥部においてもグリーンの値よりもはるかに大きいことがわかる。

4. あとがき

この研究は, 前報¹⁾で発表した水深のみが一様に減少

する長方形湾における線型長波の湾水振動につづいて, 水深とともに湾幅も一様に減少する湾における線型長波の湾水振動を理論的に論じ, 湾奥での増幅率および湾軸に沿う波高変化の面から, 水深および湾幅の減少する効果を論じた。この研究に当って終始熱心に御指導頂いた京都大学工学部岩垣雄一教授に感謝するとともに, この研究は文部省科学研究費自然災害特別研究(1)(東北大学工学部岩崎敏夫教授代表)によることを付記する。またこの科学研究費の研究グループのメンバー諸氏から頂いた有益なコメントに対して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 酒井哲郎: 傾斜した海底を有する湾における長波の湾水振動, 第22回海岸工学講演会論文集, pp. 279-284, 1975.
- 2) Ippen, A. T. and Y. Goda: Wave-induced oscillation in harbors: The solution for a rectangular harbor connected to the open-sea, M.I.T. Hydrodynamics Lab. Rep. No. 59, 1963.