

流れの中での反射波について

加 藤 始*・ 鶴 谷 広 一*

1. ま え が き

著者らは第21回講演会において、吹送流に対数分布を用いて流れの中での風波の波速の計算を行い¹⁾、クロス・スペクトル法による波速の実測値との比較を行った。その結果、スペクトルのピーク周波数付近では理論と実測値とが比較的良く合うことがわかった。しかし、ピークよりも低周波数側においては理論値よりもかなり大きな値となった。これは、反射波がある場合にはクロス・スペクトル法による波速の測定に誤差を生ずるため、前報²⁾にも述べたとおりである。

最近是不規則波を扱う実験が多くなっていることもあり、合田他³⁾がFFTを用いて反射波を分離する方法を提案した。そこで今回は、この方法を発展させて流れの中での反射波の推定法について考え、あわせて実験も行ったのでここに報告する次第である。

2. 流れがある場合のクロス・スペクトル法の問題点

流れの中で反射波が存在する場合、入射波と反射波の波長は異なる。そこである点における角周波数 σ の波形を次のように仮定する。

$$\eta(x, t) = a_i \cos(k_i x - \sigma t + \varepsilon_i) + a_r \cos(k_r x + \sigma t + \varepsilon_r) \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 a_i 、 a_r はそれぞれ入射波と反射波の振幅で、 k_i 、 k_r はそれぞれ角周波数 σ に対する入射波と反射波の波数、 ε_i 、 ε_r はそれぞれの位相である。

この波の二点 $x=x_1$ 、 $x=x_1+l$ における記録の cross correlation を計算し、その cosine 変換 $C_0(f)$ (cospectrum) と sine 変換 $Q(f)$ (quad-spectrum) を求めて $f=f_1$ ($=\sigma/2\pi$) における位相角 θ を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{Q(f_1)}{C_0(f_1)} \\ &= \frac{a_i^2 \sin k_i l - a_r^2 \sin k_r l + a_i a_r (\sin \phi_1 - \sin \phi_2)}{a_i^2 \cos k_i l + a_r^2 \cos k_r l + a_i a_r (\cos \phi_1 + \cos \phi_2)} \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= (k_i + k_r)x_1 + k_i l + (\varepsilon_i + \varepsilon_r) \\ \phi_2 &= (k_i + k_r)x_1 + k_r l + (\varepsilon_i + \varepsilon_r) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

したがって、反射波が無視できれば $a_r=0$ において

$$\theta = k_i l = 2\pi l / L_i \dots \dots \dots (4)$$

すなわち波速 C が次のように求まる。

$$C = 2\pi f_1 \cdot l / \theta \dots \dots \dots (5)$$

流れがある場合にはその波の周波数スペクトルはいわゆるみかけのスペクトルである。物理的に意味のある波数スペクトルにかわるものとして、流れの場で波長 L の波を観測した場合の周波数 f_A (見かけの周波数) と、静水中での波長 L の波の周波数 f_0 (真の周波数) を流れの場に応じて対応させる。その一例を図-1に示す。

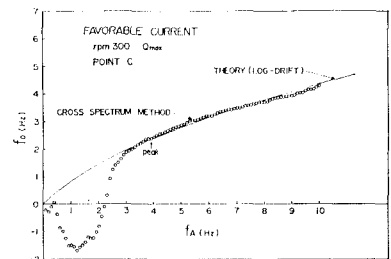


図-1 f_0 と f_A の関係

これは順流で流量最大の場合で、平均流速 $\bar{U}$ が約 30 cm/sec、風速 $\bar{V}$ が 8.2 m/sec、吹送流としては対数分布を仮定している。クロス法による実測値がスペクトルのピーク周波数よりも低周波数側で、理論値と合わなくなるのが図からわかる。ただし、 f_0 が負になるのは、計算上式 (4) の θ が負に出てくるため、便宜的にこのときの波長を負にしていることによる。

低周波数で θ が負、したがって f_0 が負になるということは、式 (2) における反射波の存在を示唆しているものと思われる。ただし、式 (2) には初期位相の項が含まれているために、反射波の推定ができても式 (2) をただちに用いることができないので、今後さらに検討を加える必要がある。

3. 解析方法

(1) 流れのある場合の反射波の推定法

* 正会員 運輸省港湾技術研究所海洋水理部

2. で触れたように、流れが存在するところで波を観測した場合、同じ周波数であっても流れと同じ方向に進む波と反対方向に進む波とは波長および波速が異なる。したがって、入射波の波形を η_i 、反射波の波形を η_r とすると、次のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} \eta_i(x, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_{in} \cos(\sigma_n t - k_{in} x + \varepsilon_{in}) \\ \eta_r(x, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \cos(\sigma_n t + k_{rn} x + \varepsilon_{rn}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ただし、 x 軸は入射波の進む向きにとってある。ここで、特定の角周波数 σ に着目し、 $x=x_1$ での合成波を η_1 、 $x=x_1+l$ での合成波を η_2 とすると、次のようにかける。

$$\left. \begin{aligned} \eta_1(x_1, t) &= (\eta_i + \eta_r)_{x=x_1} = A_1 \cos \sigma t + B_1 \sin \sigma t \\ \eta_2(x_1+l, t) &= (\eta_i + \eta_r)_{x=x_1+l} \\ &= A_2 \cos \sigma t + B_2 \sin \sigma t \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} a_i &= \left[\frac{(B_2 + A_1 \sin kl\beta - B_1 \cos kl\beta)^2 + (A_2 - A_1 \cos kl\beta - B_1 \sin kl\beta)^2}{2 - 2 \cos \{kl(1 + \beta)\}} \right]^{1/2} \\ a_r &= \left[\frac{(A_2 - A_1 \cos kl + B_1 \sin kl)^2 + (B_2 - A_1 \sin kl - B_1 \cos kl)^2}{2 - 2 \cos \{kl(1 + \beta)\}} \right]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

流れのない場合は $\beta=1$ とおくことにより合田他²⁾と同様の結果が得られる。したがって、流れの場合で与えられた周波数における C_i と C_r が計算できれば β が求まるので、入射波と反射波の推定が可能となる。以下にその計算法を示す。

(2) 吹送流に対する波速の計算

ここでは風波を対象としているために、吹送流のような水深方向に非一様な流速分布に対する波速を計算する必要がある。

最近、吹送流が対数分布をしているという実測例がいくつ報告され (Shemdin³⁾, Dobroklonsky & Lesnikov⁴⁾, Wu⁵⁾, 加藤・鶴谷¹⁾ 参照), 対数分布に対する波速の計算方法についても、1次近似までは文献 1) に、2次近似までは文献 6) に示されている。ここでは吹送流に一般流も加えた実験を行っているが、なるべく水深全体にわたって流速分布が実測値と合うように、順流時には対数分布と直線分布の組合せとして次の流速分布を仮定した。

$$U(y) = u_0 - U_r \ln \left(\frac{z_0 - y}{z_0} \right) - by \quad (12)$$

ここに、 u_0 は表面流速で、 $z_0=0.01$ と仮定し、 U_r, b は実際の流速分布に合わせて決めた。 y は水面から上向きを正としている。また、逆流時には一般流の分布が水深方向にほぼ一様であるために、水深全体にわたって対数分布をもって実測値と合わせるのがむずかしい。そこで、一般流としては台形分布を、吹送流としては放物線分布を仮定して次の流速分布で計算を行った (図—4

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= a_i \cos \varepsilon'_i + a_r \cos \varepsilon'_r \\ B_1 &= -a_i \sin \varepsilon'_i - a_r \sin \varepsilon'_r \\ A_2 &= a_i \cos (k_{il} - \varepsilon'_i) + a_r \cos (k_{rl} + \varepsilon'_r) \\ B_2 &= a_i \sin (k_{il} - \varepsilon'_i) - a_r \sin (k_{rl} + \varepsilon'_r) \\ \varepsilon'_i &= -k_i x_1 + \varepsilon_i \\ \varepsilon'_r &= k_r x_1 + \varepsilon_r \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここで、入射波と反射波の波速をそれぞれ C_i, C_r とかくと

$$\sigma = k_i C_i = k_r C_r \quad (9)$$

これを次のように書く

$$\left. \begin{aligned} k_r &= k_i \beta \\ \beta &= C_i / C_r \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

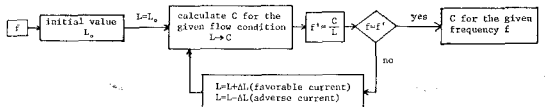
式 (8) を a_i, a_r について解き、式 (10) を用いると次のようになる。

参照)。

$$U(y) = \frac{u_0'}{d_1^2} (y + d_1)^2 + \frac{U_1 - U_2}{h} y + U_1 \quad (13)$$

ただし、吹送流をあらわす第1項は $y > -d_1$ のみ値を持つものとする。 U_1, U_2 はそれぞれ台形分布の水面での値と底面での値、 h は水深である。

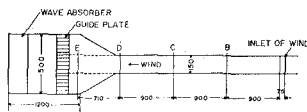
対数分布の計算では第2次近似の項はかなり小さいのと計算時間が1次近似と比べてかなり多く必要のため、ここでは実用上あまり問題のない1次近似までの式を用いて計算を行った。また、放物線分布では二次近似まで求めている。計算の詳細については加藤^{6), 7)} を参照されたい。与えられた周波数に対応する入射波の波速を求める手順を 図—2 に示す。ここに、 f は与えられた周波数、 L は波長、 C は波速をあらわす。反射波の場合は流速の条件が逆になるために、 ΔL の符号を逆にとる必要がある。



図—2 波速計算の流れ図

4. 実験装置と実験ケース

実験は港湾技研の大型風洞水路を使って行った。水路の概略を 図—3 に示す。測定部は幅 1.5 m、高さ 1.3 m (水深 0.5 m) の矩形断面である。風速はいずれの場合にも送風機の回転数を rpm 300 とした。これはフェッ



図—3 水路平面図 (単位 cm)

が 15 cm になるように調整した。この時の断面平均流速は 10.1 cm/sec であった。逆流時の測定点は 4 点で、フェッチは次のとおりである。 $F=9.75$ m (B点), 18.75 m (C点), 27.75 m (D点), 34.85 m (E点)

E 点は水路幅が 5 m に拡大した部分にあり、通常の測定部にはなっていないため、水路幅を 1.5 m に保つようにベニア板で水路を仕切った。しかし、風の通過する水路上部にまで仕切りを入れていないため、D 点を過ぎてから風速が急激に小さくなるためこれに伴う吹送流もかなり小さくなっている。順流時の測定は C 点で行った。波高の測定には抵抗線式波高形を用いた。この検出部には径 0.1 mm の白金線を 2 mm 間隔で張ってある。これを 4 本同時に水路中央に設置した。出力電圧はデジタル・データレコーダー (DATAC-2000 B) で A-D 変換し、磁気テープに記録した。

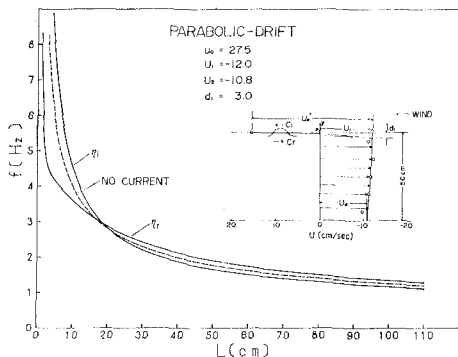
反射波の計算ではデータ数 $N=4096$ 個、サンプリングタイム $\Delta t=1/30$ 秒で計算し、オートスペクトルは $N=8192$ 個、 $\Delta t=1/60$ 秒で計算を行った。

表面での吹送流の測定には計算機用カードにパラフィンをしみ込ませて作った径 6 mm のフロートを流し、1 m の区間を流下する時間をストップウォッチで 30 回程度測定して求めた。

5. 実験結果とその検討

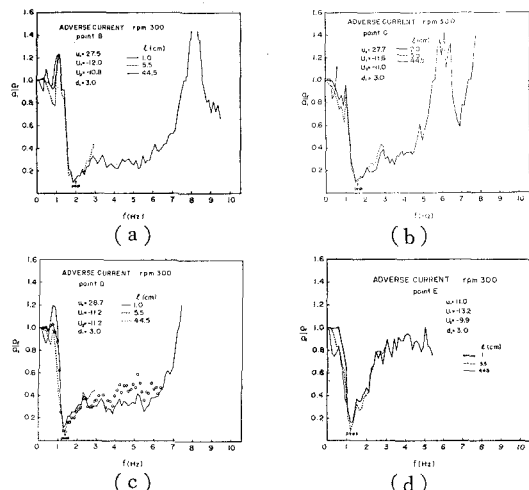
(1) 逆流の場合

図—4 に逆流の場合の波長と周波数の関係を示す。この場合には入射波の波長と反射波の波長の大きさが、あ



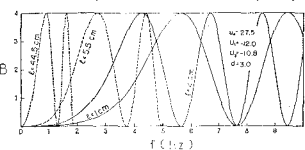
図—4 波長と周波数の関係 (逆流)

ち 0.75 m の地点で平均風速が 8.2 m に対応する。流れを起こした場合の流量はマノメーターの読み



図—5 反射率の計算結果 (逆流)

る周波数を境にして逆転している。さらに、式(11)をもとに計算した反射率 (a_r/a_i) の結果を図—5 に示すが、ここで注意しなければならないのは式(11)の分母の値が 0 となるときのそれぞれの分子も 0 となって、 a_i および a_r は不定となり、反射率が正しい値をとらないことである。この場合には実際の計算上では反射率が 1 に近い値をとる。分母の値を B とおくと、 $B=2-2\cos k_i l(1+\beta)$ である。 B と周波数 f との関係を図—6 に示すが、図—5 (a) と比べてみても



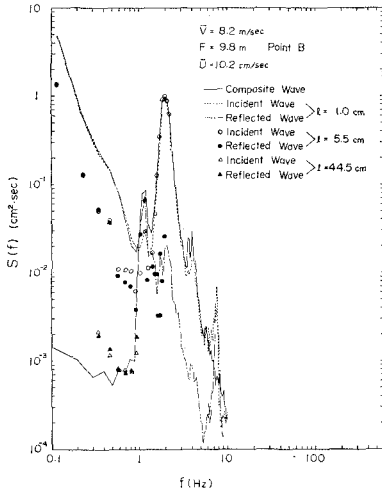
わかるとおり、 $B=0$ 付近で a_r/a_i が急激に大きくなる傾向がある。合田他²⁾も述べているように、必要な周波数帯でこの現象を避けるためには、あらかじめ数種の l について与えられた流速条件に対する B を計算しておけばよい。しかし、低周波数側で正しい反射率を求めるためには間隔を広げればよいことになるが、 B の周期も小さくなるために、正しい結果を与える周波数領域が狭くなることに注意しなければならない。

逆流の場合には、スペクトルのピーク付近でいずれのフェッチにおいても反射率がほぼ 0.1 となっている。

図—5 (c) に流れを考慮しない場合の計算例を白丸で示してあるが、ピーク周波数よりも高周波数側になるほど反射率が大きくなるようである。

入射波と反射波のパワースペクトル密度をそれぞれ $S_i(f)$, $S_r(f)$ とすると、式(11)を用いて次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} S_i(f) &= \frac{P_{x1}(f) + P_{x1+l}(f) - 2C_0(f) \cos k_i(f)l\beta + 2Q(f) \sin k_i(f)l\beta}{2(1 - \cos k_i(f)l(1+\beta))} \\ S_r(f) &= \frac{P_{x1}(f) + P_{x1+l}(f) - 2C_0(f) \cos k_i(f)l - 2Q(f) \sin k_i(f)l}{2(1 - \cos k_i(f)l(1+\beta))} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$



図—7 入射波と反射波のスペクトルの分離

ここに、 $P_{x_1}(f)$, $P_{x_1+l}(f)$ はそれぞれ $x=x_1$ と $x=x_1+l$ における合成波のパワースペクトル密度であり、 $C_0(f)$, $Q(f)$ はそれぞれ $x=x_1$ と $x=x_1+l$ 二点の合成波の cospectrum と quad-spectrum である。

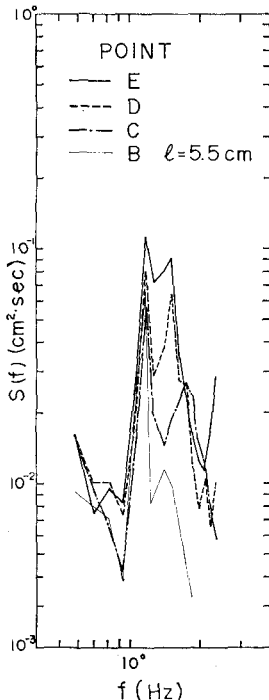
逆流時の入射波と反射波の分離の例を図—7 に示す。前述したように、波高計の間隔によってスペクトルの場合にも信頼できる区間とできない区間が生じるため、数種類の間隔で測定を行って、 B の大きくなるところだけを用いてつなぎ合わせればよいのがわかる。

反射波のスペクトルを

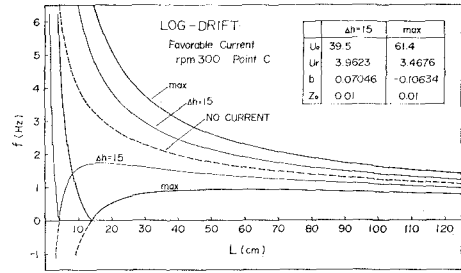
ピーク付近について図—8 に示すが、反射波のスペクトルのピーク周波数はフェッチごとにほとんど変わらないことがわかる。風波は発達を続けながら進むために、水路端に最も近いE点の反射波のうちピーク周波数の波が水路を逆にもどり各点で観測されるため、図—7 でわかるとおり、合成波よりも低周波数側に反射波のピークがあらわれるものと思われる。

(2) 順流の場合

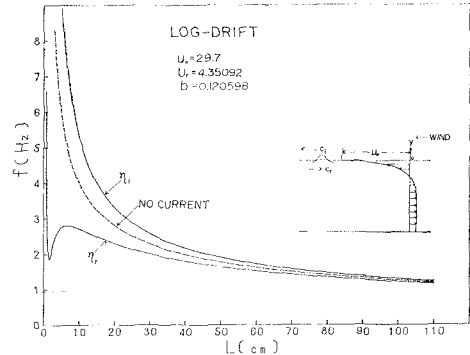
順流の場合の波長と周波数の関係を図—9 に示す。あわせて逆流と順流の間で、流れのない場合（吹送流だけ）についての一例も図—10 に示



図—8 反射波のスペクトル



図—9 波長と周波数の関係（順流）



図—10 波長と周波数の関係（吹送流のみ）

す。図—9 において、周波数が負になる部分は L 軸に関して折り返して書いてある。反射波は L 軸と交わる前に碎けてしまうので、順流の場合には特定の周波数帯の反射波だけが存在しうる。ここで注目しなければならないのは、同一周波数で二つの波長の反射波が存在しうることである。同一周波数に対しては、波長の短い方の反射波はパワーがかなり小さいと思われるが、これを確かめるために、3本の波高計を用いれば3.(1)と同様の方法で反射波の分離が可能となる。反射波が二つ存在する場合、入射波と反射波の波形は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \eta_i(x, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_{in} \cos(\sigma_n t - k_{in} x + \varepsilon_{in}) \\ \eta_r(x, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_{r1n} \cos(\sigma_n t + k_{r1n} x + \varepsilon_{r1n}) \\ &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} a_{r2n} \cos(\sigma_n t + k_{r2n} x + \varepsilon_{r2n}) \\ &\quad \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} (15)$$

特定の角周波数 σ の波に着目し、 $x \approx x_1$ での合成波を η_1 , $x = x_1 + l_1$ での合成波を η_2 , $x = x_1 + l_2$ での合成波を η_3 とすると、

$$\left. \begin{aligned} \eta_1(x_1, t) &= (\eta_i + \eta_r)_{x=x_1} = A_1 \cos \sigma t + B_1 \sin \sigma t \\ \eta_2(x_1 + l_1, t) &= (\eta_i + \eta_r)_{x=x_1+l_1} \\ &= A_2 \cos \sigma t + B_2 \sin \sigma t \\ \eta_3(x_1 + l_2, t) &= (\eta_i + \eta_r)_{x=x_1+l_2} \\ &= A_3 \cos \sigma t + B_3 \sin \sigma t \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \right\} (16)$$

a_i , a_{r1} , a_{r2} を求めるには次のようにする。

式(16)を書き直して

$$D \cdot X = b \quad \dots\dots\dots (17)$$

と書く。

ここに、

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ \cos k_i l_1 & -\sin k_i l_1 & \cos k_{r_1} l_1 & -\sin k_{r_1} l_1 & \cos k_{r_2} l_1 & -\sin k_{r_2} l_1 \\ \sin k_i l_1 & -\cos k_i l_1 & -\sin k_{r_1} l_1 & -\cos k_{r_1} l_1 & -\sin k_{r_2} l_1 & -\cos k_{r_2} l_1 \\ \cos k_i l_2 & -\sin k_i l_2 & \cos k_{r_1} l_2 & -\sin k_{r_1} l_2 & \cos k_{r_2} l_2 & -\sin k_{r_2} l_2 \\ \sin k_i l_2 & -\cos k_i l_2 & -\sin k_{r_1} l_2 & -\cos k_{r_1} l_2 & -\sin k_{r_2} l_2 & -\cos k_{r_2} l_2 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_i \cos \varepsilon'_i \\ a_i \sin \varepsilon'_i \\ a_{r_1} \cos \varepsilon'_{r_1} \\ a_{r_1} \sin \varepsilon'_{r_1} \\ a_{r_2} \cos \varepsilon'_{r_2} \\ a_{r_2} \sin \varepsilon'_{r_2} \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \\ A_3 \\ B_3 \end{pmatrix}$$

以上より x_j が

$$x_j = \frac{|D_j|}{|D|} \quad (j=1, 2, \dots, 6) \quad \dots\dots\dots (18)$$

のように求まる。ただし、 $|D_j|$ は係数行列式の第 j 列を定数項 b で置換えたものである。

したがって、

$$\left. \begin{aligned} a_i &= (x_1^2 + x_2^2)^{1/2} \\ a_{r_1} &= (x_3^2 + x_4^2)^{1/2} \\ a_{r_2} &= (x_5^2 + x_6^2)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

順流で平均流速 $\bar{U}$ が

10.1 cm/sec, rpm 300 の

場合の C 点での計算例を

図-11 に示す。予想通

り、かなり低周波数側で

は波長の短い方の反射波

は無視してよいが、図-9

の $L-f$ 曲線の頂点に近

づくにつれて二つの波長

が近づいてくるために、

a_{r_1} と a_{r_2} の大きさが等

しくなってくるのがわかる。

6. あとがき

クロス・スペクトル法によれば、比較的簡単に成分波の波速を求めることができる。しかし、反射レベルが高いときには誤差を生ずる。そこで流れのある場合の波速

の計算を行って、水面波と反射波の分離法を示した。

流れの状況によっては同一の周波数でも2つあるいはそれ以上の反射波が存在しうることがわかった。この場合には波高計の数を増すことにより、複数の反射波の分離も可能なことが示された。逆流における反射率は、スペクトルのピーク周波数付近で最も小さくなるが、反射波のパワーも少ないということではないので、スペクトルについてもあわせて考える必要がある。

反射される直前の反射波のピーク周波数の波が、水路を戻ることにより、各測定点でも反射波のピークとして観測されたのは興味あることである。

最後に、実験とデータ整理並びに図面の作成に協力して頂いた水理研究室の各位に感謝の意を表します。なおデータ処理と計算には、港研の電子計算機 TOSBAC-5600 を使用した。

参 考 文 献

- 1) 加藤 始・鶴谷広一：風波の成分波の波速について，第21回海岸工学講演会論文集，pp. 255-259, 1974.
- 2) 合田良実・鈴木康正・岸良安治：不規則波浪実験とその特性について，第21回海岸工学講演会論文集，pp. 237-242, 1974.
- 3) Shemdin, O.H.: Wind-generated current and phase speed of wind waves, J. Phys. Oceanog., Vol. 2, pp. 411-419, 1972.
- 4) Dobroklonsky, S.S. & B.M. Lesnikov: A study of near surface layer of drift currents in laboratory conditions, Izv. Acad. Sci., Atm. Oceanic Physics, Vol. 8, pp. 1177-1187, 1972.
- 5) Wu, J.: Wind-induced drift currents, J. Fluid Mech., Vol. 68, part 1, pp. 49-70, 1975.
- 6) 加藤 始：対数分布の吹送流に対する波速の計算，土木学会論文報告集，第239号，pp. 37-46, 1975.
- 7) 加藤 始：放物線分布の吹送流に対する波速の計算，第19回海岸工学講演会論文集，pp. 113-118, 1972.

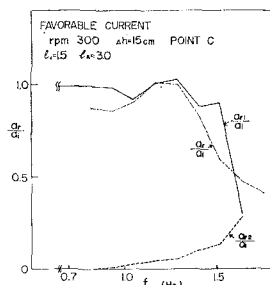


図-11 反射率の計算結果 (順流)