

流れの中における Hyperbolic 波の shoaling について

郭 金 棟*・黄 煌 輝**・黄 正 清***

1. 緒 言

流れの中の有限振幅波の変形に関してはすでに数多くの研究がなされ、それぞれすぐれた成果を得ている。著者らも第22回の講演会において Longuet-Higgins らが求めた波のエネルギー保存則に基づいて Stokes 波の3次近似解の一樣流れの中における波高の変化を報告した。しかしながら Stokes 波の適用限界は流れのない場合においては $HL^2/h^3 \leq 24$, または $h/L \geq 0.12$ であり、より浅い水深になるとクノイド波の領域に移ってゆく。実際問題においてはこれよりも浅い領域の波を取扱う場合が多く、取放水路・河口構造物の設計の立場からも重要なテーマではあるが、この領域における波と流れの干渉に関する研究はまだないようである。

流れがない場合, $HL^2/h^3 \geq 24$ の領域においては一般に Laitone による Cn 波の二次近似解, あるいは岩垣らによるハイパボリック波の二次近似解を用いて表示している。しかしながら Laitone のクノイド波の理論式には Jacobian の楕円関数が含まれ、計算上極めて不便があり特に本文のような計算を行う事は困難である。ここでは初等関数で表示できるハイパボリック波を用いて $HL^2/h^3 \geq 24$ より浅い水深における一樣流れの中における波高の shoaling について考察しようとするものである。

2. 理論解析

Longuet-Higgins・Stewart によれば、流速分布が一樣である定常流の中で波が伝わる場合、単位時間に固定断面 s を通過して輸送される時間的平均のエネルギーフラックス R は次式で表わされる。

$$R = \int_s \left(p + \frac{1}{2} \rho u^2 + \rho g z \right) \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} ds \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 p は圧力、 $\mathbf{n}$ は s 断面の法線方向ベクトル、 ρ は流体の密度、 g は重力加速度、 $\mathbf{u}$ は波動水粒子速度のベクトル $\mathbf{u}'(u', w')$ と流れの平均流速 U の和、 $\mathbf{u} = \mathbf{u}' + U$ である。流れと同じ方向を x とし、 z は 図-1 に

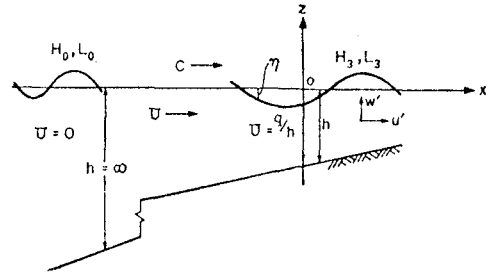


図-1

示すように静水面上向きに取られた鉛直座標である。横線は時間平均を表わす。水深が h である水路において単位時間単位幅当りに通過するエネルギーフラックスは次式のように表わされる。

$$P = \int_{-h}^{\eta} \left(p + \frac{1}{2} \rho u^2 + \rho g z \right) u dz \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 η は静水面からの水面変動である。流速はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} U &= U(x, 0, 0) \\ u' &= u'(x, 0, z) \\ u &= u' + U \\ u &= U + u' \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

であり、これを式 (2) に代入し、 P_1, P_2, P_3 と P_4 を次式で定義すると、

$$P_1 = \int_{-h}^{\eta} \left(p + \frac{1}{2} \rho u'^2 + \rho g z \right) u' dz \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\begin{aligned} P_2 &= \int_{-h}^{\eta} \left(p + \frac{1}{2} \rho u'^2 + \rho g z + \rho u'^2 \right) dz U \\ &= EU + S_x U \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$P_3 = \int_{-h}^{\eta} \frac{3}{2} \rho u' dz U^2 = \frac{3}{2} \frac{EU^2}{C} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$P_4 = \int_{-h}^{\eta} \frac{1}{2} \rho dz U^3 = \frac{1}{2} \rho h U^3 \quad \dots\dots\dots (7)$$

結局、波と流れの共存系におけるエネルギーフラックスは次式によって表わされる。

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \\ &= EC_g + EU + S_x U + \frac{3}{2} \frac{EU^2}{C} + \frac{1}{2} \rho h U^3 \quad (8) \end{aligned}$$

ただし、 E は単位面積当りの波のエネルギー、 C_g はエ

* 正会員 工博 台湾国立中央大学教授
** 工修 台湾国立成功大学博士課程
*** 台湾国立成功大学副教授

エネルギー伝達速度, よって P_1 は波自身のエネルギーフラックスを表わす。また, P_2 は波動による運動エネルギーと位置エネルギーが流れによって輸送される仕事, EU , と流れの radiation stress, S_X , に対する抵抗がなす仕事 $S_X U$ によって表わされる。ただし, E と S_X は次式で表わされる。

$$E = \int_{-h}^{\eta} \left(p + \frac{1}{2} \rho u'^2 + \rho g z \right) dz \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$S_X = \int_{-h}^{\eta} \left(p + \rho u'^2 \right) dz - \frac{1}{2} \rho g h^2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

岩垣博士らの Hyperbolic 波理論の二次近似解によると波形 η は,

$$\frac{\eta}{H} = \text{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) - \frac{3}{4} \frac{H}{h} \text{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \times \left(1 - \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \left\{ 1 - \text{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

で表わされる。ただし, H は波高, L は波長, K は第一種完全楕円積分, $X = x - ct$ であり, c は波速である。波の谷から静水面までの高さ δ は次式で表示する。

$$\frac{\delta}{H} = \frac{1}{K} \left(1 - \frac{1}{12} \frac{H}{h} \right) \quad \dots\dots\dots (12)$$

圧力は次式で表わす。

$$\frac{p}{\rho g H} = \text{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) - \frac{z}{H} - \frac{3}{4} \frac{H}{h} \text{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \times \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \left\{ 1 - \text{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \right\} - \frac{3}{4} \left(\frac{H}{h} \right) \text{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \times \left\{ 2 \frac{z}{h_t} + \left(\frac{z}{h_t} \right)^2 \right\} \left\{ 2 - 3 \text{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

水粒子の分速度はそれぞれ次のようである。

$$\frac{u'}{\sqrt{gh}} = A_1 \text{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) + A_2 \text{sech}^4 \left(\frac{2K}{L} X \right) - A_3 \quad \dots\dots\dots (14)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \left(1 + \frac{1}{2} \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{H}{h} \left[1 - \frac{5}{4} \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{H}{h} - \frac{3}{2} \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{H}{h} \left\{ 2 \frac{z}{h_t} + \left(\frac{z}{h_t} \right)^2 \right\} \right] \\ A_2 &= \left(1 + \frac{3}{2} \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \left(\frac{H}{h} \right)^2 \left[\frac{5}{4} + \frac{9}{4} \left\{ 2 \frac{z}{h_t} + \left(\frac{z}{h_t} \right)^2 \right\} \right] \\ A_3 &= \left(1 + \frac{1}{2} \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{H}{h} \frac{1}{K} \left\{ 1 - \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{H}{h} \times \left(\frac{1}{K} - \frac{1}{4} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{w'}{\sqrt{gh}} &= \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \left(1 + \frac{z}{h_t} \right) \sqrt{3} \left(\frac{H}{h} \right)^{3/2} \\ &\times \text{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \tanh \left(\frac{2K}{L} X \right) \\ &\times \left[1 - \frac{7}{8} \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{H}{h} - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \right. \\ &\times \frac{H}{h} \left\{ 2 \frac{z}{h_t} + \left(\frac{z}{h_t} \right)^2 \right\} - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{H}{h} \\ &\times \text{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \left\{ 1 - 6 \frac{z}{h_t} - 3 \left(\frac{z}{h_t} \right)^2 \right\} \left. \right] \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

上式中の K と波高, 水深および波の周期との関係は次のとおりである。

$$K = \frac{\sqrt{3}}{4} T \sqrt{\frac{g}{h}} \left(\frac{H}{h} \right)^{1/2} \left\{ 1 - a \left(\frac{H}{h} \right)^n \right\}^m \geq 3 \quad \dots\dots\dots (17)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} a &= 1.3, \quad n = 2, \quad m = 1/2; \quad H/h \leq 0.55 \\ a &= 0.54, \quad n = 3/2, \quad m = 1; \quad H/h > 0.55 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$K \geq 3$ の場合においてハイパボリック波は成立する。以上の諸式をそれぞれ式 (9), (10), (6) と (7) に代入して計算すると次のように求められる。

$$E = \frac{2}{3} \rho g H^2 \frac{1}{K} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{1}{K} + \frac{H}{h_t} \left(-\frac{3}{10} + \frac{3}{4} \frac{1}{K^2} \right) + \left(\frac{H}{h} \right)^2 \left(\frac{5}{112} + \frac{157}{480} \frac{1}{K} + \frac{3}{16} \frac{1}{K^2} \right) \right\} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} P_1 &= EC_G = \frac{2}{3} \rho g H^2 \sqrt{gh_t} \frac{1}{K} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{1}{K} + \frac{H}{h_t} \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{2} \frac{1}{K} + \frac{3}{K^2} \right) + \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \right. \\ &\times \left(-\frac{31}{112} - \frac{29}{160} \frac{1}{K} + \frac{13}{4} \frac{1}{K^2} \right) \left. \right\} \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_X &= \frac{2}{3K} \rho g H^2 \left\{ 1 - \frac{3}{2K} + \frac{H}{h} \left(\frac{1}{10} - \frac{3}{4K} + \frac{3}{2K^2} \right) + \left(\frac{H}{h} \right)^2 \left(\frac{623}{560} + \frac{11}{20} \frac{1}{K} + \frac{1}{K^2} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_3 &= \frac{3}{2} \rho g H^2 \frac{1}{K \sqrt{gh_t}} \left[1 - \frac{1}{K} + \left(\frac{H}{h_t} \right) \left(1 - \frac{1}{K} + \frac{1}{K^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \left(\frac{-16}{35} + \frac{1}{8K} + \frac{1}{2K^2} \right) \right] \quad \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

$$P_4 = \frac{1}{2} \rho g H^2 \frac{1}{gh_t} \left\{ 1 + \left(\frac{H}{h_t} \right) \left(1 - \frac{H}{4h_t} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (23)$$

よって波と流れの共存系におけるエネルギーフラックスの時間平均は次式となる。

$$\begin{aligned} P &= \frac{2}{3} \rho g H^2 \sqrt{gh_t} \frac{1}{K} \left\{ 1 - \frac{3}{2K} + \frac{H}{h_t} \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{2K} + \frac{3}{K^2} \right) + \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \left(-\frac{31}{112} - \frac{29}{160K} + \frac{13}{4K^2} \right) \right. \\ &+ \frac{\rho g H^2 U}{K} \left[\left(\frac{H}{h_t} \right)^{-1} + \frac{13}{12} - \frac{3}{2K} - \frac{H}{h_t} \right] \left. \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left(\frac{4}{30} + \frac{1}{2K} + \frac{5}{4K^2} \right) + \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \left(\frac{247}{280} \right. \\ & \left. + \frac{1}{20K} + \frac{1}{2K^2} \right) \left] + \frac{3}{2} \frac{\rho g H^2 U^2}{\sqrt{g h_t} K} \left[1 - \frac{1}{K} \right. \right. \\ & \left. + \left(\frac{H}{h_t} \right) \left(1 - \frac{1}{K} + \frac{1}{K^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \right. \\ & \left. \times \left(\frac{-16}{35} + \frac{1}{8K} + \frac{1}{2K^2} \right) \right] + \frac{1}{2} \frac{\rho g H^2 U^3}{g h_t} \\ & \times \left(\frac{H}{h_t} \right)^{-2} \left[1 + \left(\frac{H}{h_t} \right) \frac{1}{K} - \frac{1}{4} \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \frac{1}{K} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

深海においては水深は無限となり、流速は $U \rightarrow 0$ に漸近し波のエネルギーのみとなる。深海における波の単位幅当りのエネルギーフラックス P_0 は Le Méhauté・Webb が Stokes 波理論に基づいて求めた次式を用いて表わす。

$$P_0 = \frac{\rho T^5}{32\pi} \left(\frac{L_0}{T^2} \right)^4 \lambda_0^3 \left[4 \left(1 + \frac{3}{4} \lambda_0^2 \right) \right] \quad (25)$$

ただし、 λ_0 は次式によって求める。

$$\frac{\pi H_0}{L_0} = \lambda_0 + \frac{3}{8} \lambda_0^3 \quad (26)$$

$$\frac{L_0}{T^2} = \frac{g}{2\pi} (1 + \lambda_0^2) \quad (27)$$

ここで、 T は波の周期、 L_0 は深海波の波長、 H_0 は深海波の波高である。

波が深海より浅海領域に伝わり流れの干渉を受け始める。この場合、海底摩擦などによるエネルギー損失や波の屈折および海底斜面による波の反射を無視すると、深海と浅海とのエネルギーフラックスは水深が変わっても一定であると仮定しうる。よって次式の関係をもつ。

$$P = P_0 \quad (28)$$

さらに波の周期は不変であり、水路の単位幅当りの流量 q も定常であるとし、流速を次式で表わす。

$$U = \frac{q}{h} \quad (29)$$

式(24)、(25)を(28)に代入し流速を(29)で表わして整理すると波高変化の理論式は次式のように与えられる。

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} \left(\frac{H}{H_0} \right)^2 \left(\frac{h}{g T^2} \right)^{1/2} \left(\frac{H}{h_t} \right)^{-1/2} \left(\frac{H}{h} \right)^{1/2} \frac{1}{K} \\ & \times \left\{ 1 - \frac{3}{2K} + \left(\frac{H}{h_t} \right) \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{2K} + \frac{3}{K^2} \right) \right. \\ & \left. + \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \left(-\frac{31}{112} - \frac{29}{160K} + \frac{13}{4K} \right) \right\} \\ & + \left(\frac{H}{H_0} \right)^2 \left(\frac{q}{g^2 T^3} \right) \left(\frac{h}{g T^2} \right)^{-1} \frac{1}{K} \left\{ \left(\frac{H}{h_t} \right)^{-1} \right. \\ & \left. + \frac{13}{12} - \frac{3}{2K} - \left(\frac{H}{h_t} \right) \left(\frac{4}{30} + \frac{1}{2K} + \frac{5}{4K^2} \right) \right. \\ & \left. + \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \left(\frac{247}{280} + \frac{1}{20K} + \frac{1}{2K^2} \right) \right\} + \frac{3}{2} \left(\frac{H}{H_0} \right)^2 \\ & \times \left(\frac{q}{g^2 T^3} \right)^2 \left(\frac{h}{g T^2} \right)^{-5/2} \left(\frac{H}{h} \right)^{-1/2} \left(\frac{H}{h_t} \right)^{1/2} \frac{1}{K} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ 1 - \frac{1}{K} + \frac{H}{h_t} \left(1 - \frac{1}{K} + \frac{1}{K^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \right. \\ & \times \left(\frac{-16}{35} + \frac{1}{8K} + \frac{1}{2K^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{H}{H_0} \right)^2 \left(\frac{q}{g^2 T^3} \right)^3 \\ & \times \left(\frac{h}{g T^2} \right)^{-4} \left(\frac{H}{h} \right)^{-1} \left(\frac{H}{h_t} \right)^{-1} \left\{ 1 + \left(\frac{H}{h_t} \right) \frac{1}{K} \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \frac{1}{K^2} \right\} \\ & = \frac{1}{32\pi} (1 + \lambda_0^2)^3 \left(\frac{3}{8} \lambda_0^3 + 1 \right)^{-2} \left(1 + \frac{3}{4} \lambda_0^2 \right) \quad (30) \end{aligned}$$

ここで、添字 0 は深海における値を表わし、 T は波の周期である。式(30)の右辺は λ_0 の変数であり、式(26)、(27)によって深海波の steepness, H_0/L_0 , によって表示される。左辺の式の中での H/H_0 は流れの中におけるハイパボリック波の波高の shoaling 係数である。

3. 数値計算結果とその考察

深海波と浅海波との波高関係は式(30)によって表示できるが、実際計算においてはまず式(30)左辺の各パラメーターを与えて右辺の λ_0 を算出し、最後に式(26)より H_0/L_0 を求めればよい。計算の手順としては、まず H/h と h/L_0 の値を与えて、式(17)から K の値を算出する。次に K と H/h の値より次式によって h_t/H を計算しだす。

$$\frac{h_t}{H} = \frac{h}{H} \left\{ 1 - \frac{1}{K} \frac{H}{h} + \frac{1}{12} \frac{1}{K} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right\} \quad (31)$$

さらにパラメーター $q/g^2 T^3$ の値を与えれば式(30)右辺各項が計算でき、式(30)より右辺の λ_0 が求まる。次に

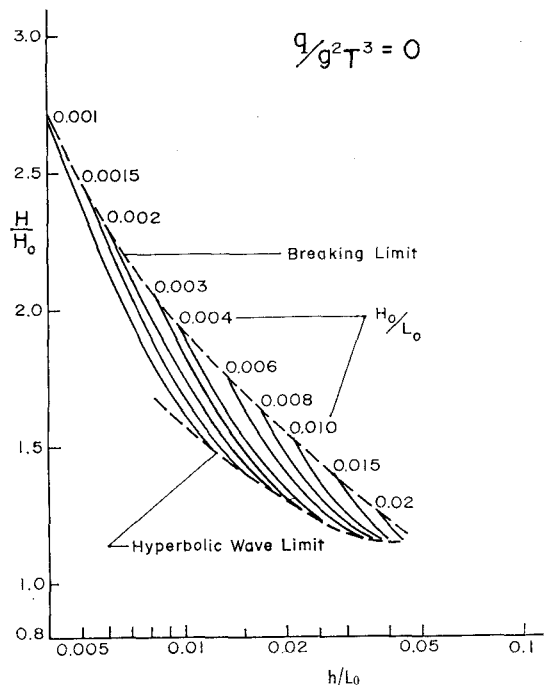


図-2

式(26)より H_0/L_0 を計算すればよい。なお H/H_0 は次式で与えられる。

$$\frac{H}{H_0} = \frac{H}{h} \cdot \frac{h}{L_0} \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^{-1} \dots\dots\dots (32)$$

図-2 は流れがない場合, $U=q=0$, のハイパボリック波の shoaling coefficient を表わしたものである。図-3, 4 は流れと波速との方向が一致する場合についての計算であり, 図-5, 6 は流れと波速の方向が反対の場合についての計算例である。流れがある場合の限界波高について

はなお不明であり, ここでの限界波高は一応流れがない場合についての限界値

$$h/H=0.78 \dots\dots\dots (33)$$

によって計算したものである。図-2 と 図-3, 4 との比較からもわかるように, 流れと波の伝播方向が同じ場合, 波は流れに押しながされ波高は低減する。特に相対水深 h/L_0 が小さい場合, または流速が早い場合波高の減衰は顕著に表われる。同じ流速あるいは水深について考えると H_0/L_0 が小さいほど波高の減衰が著しい。

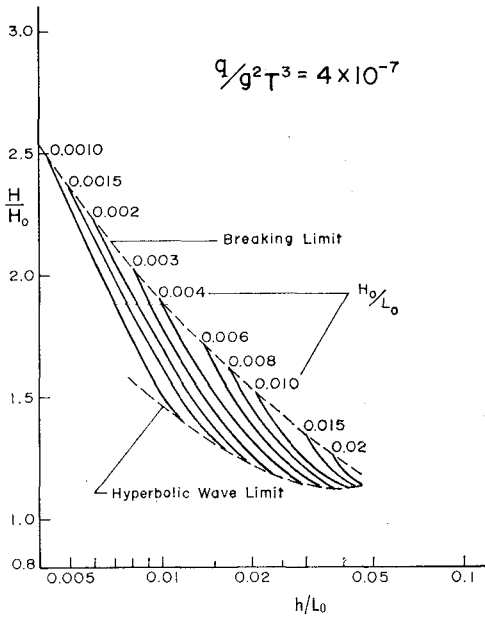


図-3

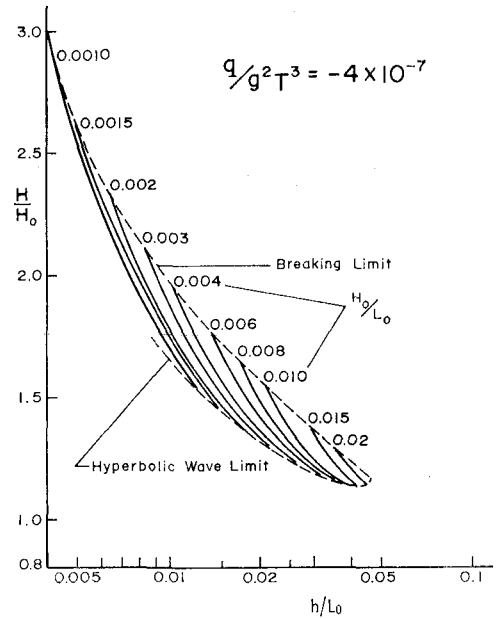


図-5

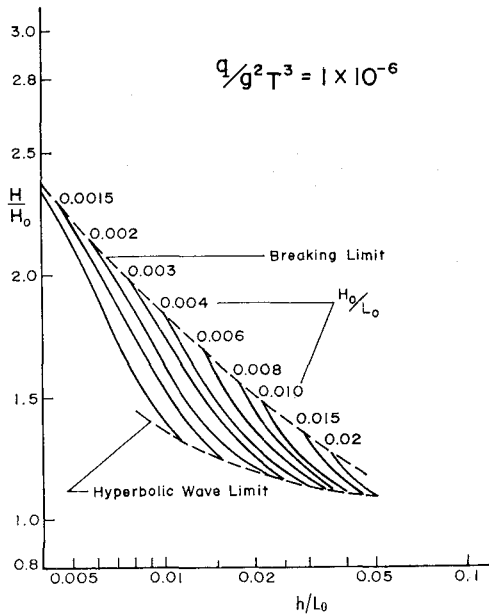


図-4

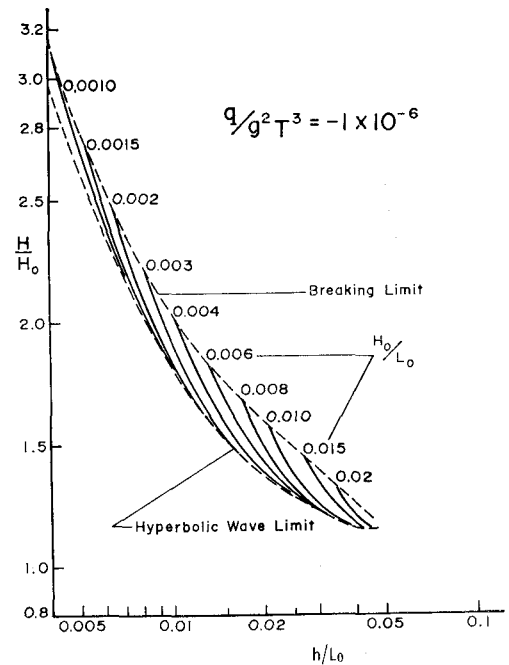


図-6

流れの方向と波向が反対である場合 図-5, 6 のごとく, 波は流れに押しもどされて波高が高くなる。特に流速が早い場合, あるいは相対水深が小さい場合に波高の増大が著しくなる。同じ steepness, H_0/L_0 , について考察すると h/L_0 が小さいほど, 水深変化に伴う波高の変化は大きい。

本文ではハイパボリック波の適用範囲, $h/L_0 \leq 0.045$, にて計算を行なった。それよりも深い水深においては本文の計算結果の適用性が問題になる。前報, ストークス波三次近似解による解析結果を参照していただきたい。なお本文の適用しうる範囲においては水深が特に浅く, 単位幅当りの流量 q が若干大きくなると流れは常流から射流に移る。したがって波動理論の適用限界と同時に, 流れの限界にも注意を払う必要がある。流れの速度が限界速度をこすと, 波は流れの上流方向に伝わるができなくなる。この限界では Froude 数が1であり, パラメーター $q/g^2 T^3$ は次の制限を受ける。

$$q/g^2 T^3 = \frac{U}{\sqrt{gh}} \left(\frac{h}{gT^2} \right)^{3/2} \leq \left(\frac{h}{gT^2} \right)^{3/2} \leq 6.06 \times 10^{-4}$$

すなわち, 単位幅当りの流量 $q \leq 6.06 \times 10^{-4} g^2 T^3$ の範囲内においてのみ本計算は成立する。流れと波の方向が同じ場合, q の値がこれをこすと波形は完全に押し流されて波高は0になり, 流れと波の向きが反対の場合, すべての波は砕波を生じて消滅する。

4. 結 論

以上, 著者らは前報, Stokes 三次近似波の流れによる波高変化に引き続き, Hyperbolic 波二次近似理論に基づいて流れの中における波の shoaling を計算した。これにより更に浅い領域における流れの中における波高の推算が可能となる。流れの中における限界波高について

は今だ不明ではあるが, 一応流れのない場合の波形限界によって計算した。理論の適用範囲の相違により Stokes 波の計算結果との比較はできないが, 定性的には, ハイパボリック波の shoaling は Stokes 波のそれと同じく, 流れと波の向きが同じ場合においては波高は減衰し, 反対方向の場合においては波高は増大する。同じ波速と波形勾配について見ると水深が浅いほど波高の減衰率または増加率は著しくなる。

謝辞: 本研究は中華民国国家科学委員会の補助費を受けた。ここに記して謝意を表する。本計算は成功大学工程研究中心 IBM 1130 を用いた。図面は同大学水利系職員林国璽君によって作成された。感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 岩垣雄一・酒井哲郎: 有限振幅波の shoaling について, 第14回海岸工学講演会講演集, pp. 1~7, 1967.
- 2) 岩垣雄一・酒井哲郎: 有限振幅波の shoaling について (2), 第15回海岸工学講演会講演集, pp. 10~15, 1968.
- 3) 岩垣雄一: クノイド波に関する研究 (第4報) — hyperbolic waves について (1), 京大防災研究所年報, No. 10 B, pp. 283~294, 1967.
- 4) Iwagaki: Hyperbolic waves and their shoaling, Proc. 11th Coastal Eng., pp. 124~144, 1968.
- 5) 黄 煌輝・郭 金棟: 流れの中における Stokes 波の shoaling について, 第22回海岸工学講演会論文集, pp. 69~73, 1975.
- 6) Longuet-Higgins・Stewart: Changes in form of short gravity waves on long waves and tidal current, Jour. Fluid Mech., Vol. 8, 1960.
- 7) Longuet-Higgins・Stewart: The change in amplitude of short gravity waves on steady non-uniform current, Jour. Fluid Mech., Vol. 10, 1961.
- 8) 土屋義人・安田孝志: 一様性を伴う有限振幅の理論, 第22回海岸工学講演会論文集, pp. 29~34, 1975.