

潮位と波高の合成波峯位に関する研究

久 宝 雅 史*・竹 沢 三 雄**

1. 概 説

海岸保全施設計画の基礎資料となる潮位あるいは波高について統計的に取り扱う場合、大別すると、

- (1) 潮位と波高をそれぞれ別々に統計処理する方法
- (2) 潮位と波高が合成された合成波峯位を統計的に処理する方法

の2通りが考えられる。

前者(1)の方法は、一般に多く用いられている方法で、計画潮位に計画波高を加え、さらに波のうちあげ高あるいは越波量などを考慮して構造物の規模を決定する方法である。たとえば、計画潮位として朔望平均満潮位あるいは平均潮位などが、また、計画波高として有義波高、平均波高などが使用されており、これらの値には、それぞれ個々の統計的な意味が含まれる。

後者(2)の方法は、従来から著者らが提唱している方法^{1,2)}、この方法によると、波高記録の観測期間の不足による統計的な不確かさや潮位の偶発性を除去することができ、潮位と波高を合成した合成波峯位を求め、この合成波峯位を統計的に処理することによって、短期間の波高観測記録からでも、ある程度信頼できる海の波の統計的な成果が期待できるであろうと考えられる。

これら2者の方法において、前者(1)の方法は、構造物の安全性からいえば大きな問題はないが、構造物の機能性、合理性あるいは経済性からいえば、かなり過大な計画になるものと思われる。これに対して、後者(2)の方法は、潮位と波高の合成された合成波峯位であるから、波峯位の上昇および下降が、潮位と波高の上下運動と同時に取扱われることになり、構造物の機能性からみても、あるいは構造物の計画、設計における合理性、経済性からみても、前者(1)の方法に比較して、かなり有効な範囲における方法と考えられる。たとえば合成波峯位の発生確率概念を用いれば、海岸工事の作業稼働日数などにおける常時の海の状態と災害危険率などの異常時における海の状態を同時に取扱うことができると考えられる。

本研究は、以上の観点から、潮位および波高の発生を統計的に取り扱う場合に、潮位と波高をそれぞれ別々に統計的に処理することを避け、潮位に波高を重ね合わせることによって合成波峯位を求め、合成波峯位の統計的予測から海岸保全施設計画の資料を得ようとするものである。

2. 潮位と波高の相関について

(1) 相 関 係 数

潮位(天文潮位)は天体の運動による海面の規則的な上下運動であり、波高は風などの自然現象による不規則な運動である。したがって、潮位と波高の相関性は、その成因からみてほとんど無相関に近いものと考えられるが、統計概念における偶然性という表現を用いるものとする、たとえば潮位の高い時刻に大きい波高が、あるいは潮位の低い時刻に小さい波高が生じやすいといった相関関係がなりたつ場合も予想される。

表—1 は、千葉県九十九里海岸の中央部に位置する片貝漁港で昭和46年7月から昭和48年9月までの約2カ年間にわたる波浪観測記録³⁾における潮位と最大波高の相関出現数を求めた潮位と波高の相関表である。なお、ここで用いた資料の総出現数は $N=5\,052$ で、毎日2時間間隔に同時測定された値で、その出現頻度は、潮位、波高ともその階級値間隔を $h=20\text{ cm}$ として整理したものである。この表—1 から、潮位と波高の相関係数 r を求めると⁴⁾、

$$r=0.14$$

となる。このように相関係数がかなり弱い値でありながらも、とにかく潮位が高くなるにつれて波高が高くなるという結果がえられた。しかしながら、相関係数 r が、 $r=0.14$ となるような場合は、一般に潮位と波高という2変量の間に存在する相関関係というものは、偶然的な結果に過ぎないものであると考えられるが、表—1 の相関表から見る限りにおいては、潮位が低い時に大きな波高が重なるというケースは少なく、やはり潮位の低い時には波高が小さく、潮位が高い時には比較的大きな波高が重なっているという傾向が、それらの出現数が総出現数に対してかなり小さいけれども存在する。

* 正会員 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科

** 正会員 日本大学助教授 理工学部土木工学科

表-1 潮位と波高の相関

波高 cm 潮位 cm	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400	計
-40~	0	0	1	2	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6
-20~	0	4	10	3	10	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30
0~	0	10	32	30	13	10	7	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	105
20~	0	29	73	58	35	34	16	7	2	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	258
40~	0	27	117	94	83	41	20	11	10	7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	411
60~	0	27	134	134	89	52	21	21	14	1	2	1	2	1	1	2	3	0	0	0	0	505
80~	0	45	172	173	121	62	32	32	15	9	7	5	1	4	2	3	2	4	3	0	0	692
100~	1	61	211	202	136	103	53	31	25	18	12	3	7	1	5	4	3	0	4	0	0	880
120~	0	65	216	222	171	103	66	49	27	18	13	3	10	2	4	5	2	3	2	0	0	981
140~	0	28	163	173	111	90	57	30	18	15	9	7	1	2	6	4	5	2	4	0	0	725
160~	0	1	75	95	51	44	25	15	18	11	4	3	1	2	2	1	2	4	3	0	1	358
180~	0	1	16	15	14	18	7	8	5	6	5	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	97
200~	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
計	1	298	1221	1201	834	558	305	208	136	87	54	25	24	13	20	19	18	13	16	0	1	5052

一方、潮位と波高の同時的出現数の最も多いのは、それぞれのモードの位置で出現する場合であり、そのモードの交点を中心に周辺に向かって環状に、潮位と波高の重なる頻度が漸次減少する分布傾向を示している。

(2) 相関出現率

潮位と波高の値をそれぞれ変数 y_t , x_s とおくと、潮位と波高の重なる点 E の y_t - x_s 平面上の任意の領域 A における相関出現率 P は、一般的に

$$P(E \in A) = \iint_{(A)} p(y_t, x_s) dy_t dx_s$$

で表わされる。ただし、 $p(y_t, x_s)$ は、

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(y_t, x_s) dy_t dx_s = 1$$

となる場合の潮位と波高に関する2変数 y_t , x_s の分布関数である。

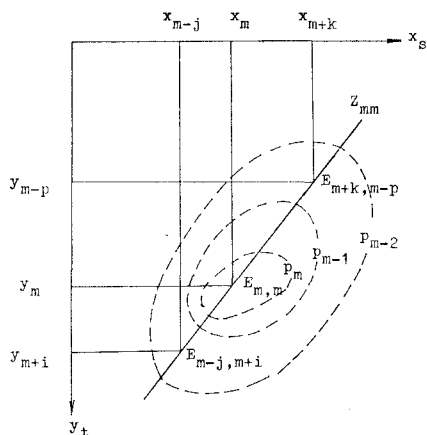


図-1 合成波峯位 Z_{mm} の相関出現率

いま、モードの潮位 y_m と波高 x_m の相関出現率 $P\{E_{m,m} \in A\}$ が最大相関出現率を示すとすれば、それ以外の潮位 y_t と波高 x_s の重なるあらゆる点 $E_{t,s}$ での相関出現率 $P\{E_{t,s} \in A\}$ は常に

$$P\{E_{t,s} \in A\} < P\{E_{m,m} \in A\}$$

で示されることになる。

図-1 は、これらの相関出現率を概略的に示したもので、図-1 において、たとえば、

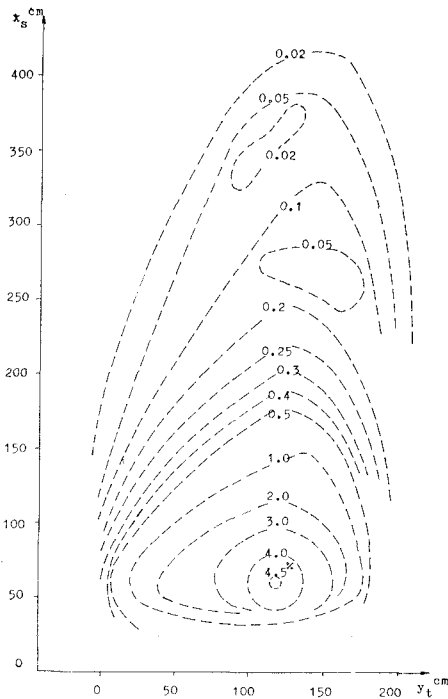
$$Z_{mm} = y_{m+i} + x_{m-j} = y_m + x_m = y_{m-p} + x_{m+k} = \dots$$

とし、それらの各点 $E_{m+i,m-j}$, $E_{m,m}$, $E_{m-p,m+k}$, ... における相関出現率がそれぞれ $P\{E_{m+i,m-j} \in A\}$, $P\{E_{m,m} \in A\}$, $P\{E_{m-p,m+k} \in A\}$, ... であり、さらに相関出現率の大きさの順序が

$$\dots < P\{E_{m+i,m-j} \in A\} < \dots < P\{E_{m,m} \in A\} > \dots > \dots > P\{E_{m-p,m+k} \in A\} > \dots$$

であったとすると、合成波峯位 Z_{mm} もまた (y_m, x_m) の点 $E_{m,m}$ をモードとする分布を示すことになる。

図-2 は、片貝漁港における潮位と波高の観測記録から潮位と波高の相関出現率を図示したもので、総出現数に対する各階級値の出現数の割合を求め、等出現率を滑らかな曲線で結んだものである。図-2 によると、モード付近の潮位と波高が重なる相関出現率は約 4.5% となりこれが最多出現率である。それに対してその周辺の相関出現率はモードの交点から遠ざかるにしたがい漸次減少し、潮位 0~20 cm に対する波高 160~180 cm, 潮位 160~180 cm に対する波高 400~420 cm, あるいは潮位 200~220 cm に対する波高 220~240 cm などの潮位と波高の相関出現率にいたっては約 0.02% という小さな出現率になる。一方、潮位 y_t と波高 x_s の合成による



図—2 潮位 (y_t) と波高 (x_s) の相関出現率

合成波峯位 Z_{ts} は 図—1 と同様に潮位 y_t と波高 x_s の基準値の比によって相関出現率が異なる。たとえば潮位 140~160 cm に波高 20~40 cm が重なる相関出現率は、潮位 120~140 cm と波高 40~60 cm が重なる相関出現率と合成波峯位が 160 cm~200 cm で同一であるにもかかわらずかなり異なり、合成波峯位の相関出現率は単モードの分布をしている。なお、合成波峯位がかなり大きい場合、たとえば、図—2 において、潮位 180~200 cm と波高 200~220 cm、あるいは潮位 140~160 cm と波高 240~260 cm が合成される場合には、合成波峯位の相関出現率がばらつきが大きく、複モードをもつ分布を示すこともあり、かならずしも単モードの分布を示すとは限らない。これは、全体の出現数に対して、出現率の高い常時の海においては波高と潮位の相関が比較的高いのに対して、波高が大きくなる異常時の海においては波高と潮位の相関が弱くなることによる原因によるためとも考えられる。

3. 合成波峯位について

潮位 y_t と波高 x_s の合成による合成波峯位を Z_{ts} とすると合成波峯位 Z_{ts} は、潮位 y_t と半波高 $x_s/2$ の和、すなわち

$$Z_{ts} = y_t + (x_s/2)$$

で与えられるとする。この合成波峯位 Z_{ts} の頻度分布を決定するにあたり、潮位 y_t と波高 x_s が完全相関であるか、完全無相関の独立変数であるか、あるいは一部相

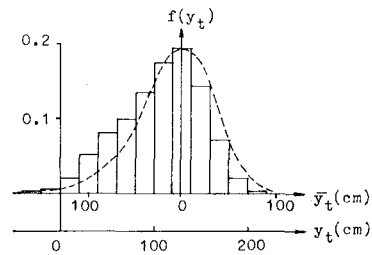
関であるかによって潮位 y_t と波高 x_s の合成方法や合成波峯位 Z_{ts} の頻度分布が異なってくる。

いま、潮位および波高の頻度分布がピアソン I 型分布曲線

$$f(y_t) = f_t \left(1 + \frac{\bar{y}_t}{a_t} \right)^{\nu_t a_t} \left(1 - \frac{\bar{y}_t}{b_t} \right)^{\nu_t b_t}$$

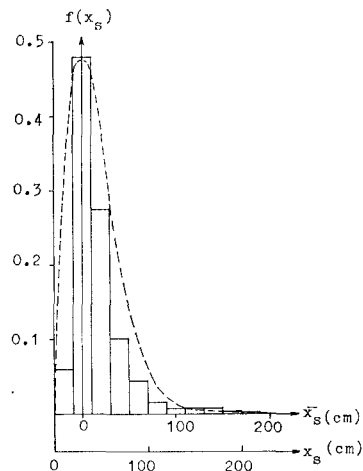
$$f(x_s) = f_s \left(1 + \frac{\bar{x}_s}{a_s} \right)^{\nu_s a_s} \left(1 - \frac{\bar{x}_s}{b_s} \right)^{\nu_s b_s}$$

で与えられるとする⁵⁾。ただし、 $f(y_t)$ 、 $f(x_s)$ は任意の潮位 $\bar{y}_t (= y_t - a_t)$ および半波高 $\bar{x}_s (= x_s/2 - a_s)$ の頻度、 f_t 、 f_s は潮位および半波高のモード、 a_t 、 a_s はモードの位置から分布曲線の下限までの距離、 b_t 、 b_s はモードの位置から上限までの距離、 ν_t 、 ν_s は定数である。たとえば、片貝漁港における潮位と半波高の相対頻度分布をピアソン I 型分布曲線で示すと 図—3 (a), (b) のとおりで、潮位および波高のモードの位置は、潮位においては比較的潮位の高い位置で、波高においては比較的波高の小さい位置に生じ、分布曲線の形状を定める定数 ν は潮位、波高とも近似的に $\nu_t \approx \nu_s (\approx 0.04)$ とおくと潮位および波高の相対頻度分布に近いピアソン I 型分布曲線がえられる。



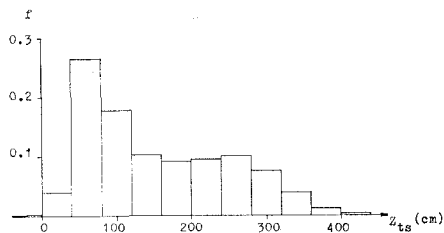
図—3 (a) 潮位の相対頻度

$$f(y_t) = 0.1941 \left(1 + \frac{\bar{y}_t}{180} \right)^{7.2} \left(1 - \frac{\bar{y}_t}{100} \right)^{4.0}$$



図—3 (b) 半波高の相対頻度

$$f(x_s) = 0.4794 \left(1 + \frac{\bar{x}_s}{30} \right)^{1.2} \left(1 - \frac{\bar{x}_s}{200} \right)^{8.0}$$

図—4 複モードになる合成波峯位 Z_{ts} の頻度分布

(1) 潮位と波高が完全相関の場合

潮位 y_t と波高 x_s が相関係数 $r=1$ で完全相関と仮定し $y_t=0$, $x_s=0$ を原点として潮位と波高を合成した合成波峯位 Z_{ts} の相対頻度分布を求めると 図—4 のように複モードをもつ分布を示す。このように、もし潮位と波高が完全相関するものとなれば合成波峯位 Z_{ts} の頻度分布は、波峯位の小さい場合、波高のモードに支配され、波峯位が大きくなると潮位のモードに支配されることになる。また、潮位 y_t と波高 x_s の相関関係において、潮位 y_m と波高 x_m のモードで相関出現率が最大であるとする、モードの位置で潮位 y_m と波高 x_m を一致させて合成波峯位 Z_{ts} の相対頻度分布を求めると 図—5 に示すように単モードで尖鋭度の大きい分布を示す。これをピアソン I 型分布曲線で示す場合、定数 ν_1 は

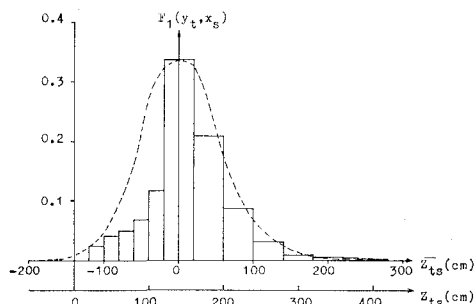
$$\nu_1 = (\nu_t + \nu_s)/2 = 0.04$$

とすると比較よく適合する曲線がえられ、潮位と波高をピアソン I 型分布曲線で示す場合の定数 ν_t , ν_s の平均値を用いて合成波峯位 Z_{ts} の分布曲線を与えることができる。また、モードの大きさ f_1 も潮位および波高のモード f_t , f_s の平均値、すなわち

$$f_1 = (f_t + f_s)/2 = 0.3368$$

で与えられ、合成波峯位 Z_{ts} の分布曲線式は、

$$F_1(y_t, x_s) = f_1 \left(1 + \frac{\bar{Z}_{ts}}{a_t + a_s} \right)^{\nu_1(a_t + a_s)} \left(1 - \frac{\bar{Z}_{ts}}{b_t + b_s} \right)^{\nu_1(b_t + b_s)}$$

図—5 合成波峯位 Z_{ts} の頻度分布 (完全相関の場合)

$$F_1(y_t, x_s) = 0.3368 \left(1 + \frac{\bar{Z}_{ts}}{210} \right)^{8.4} \left(1 - \frac{\bar{Z}_{ts}}{300} \right)^{12.0}$$

となる。ただし、 $\bar{Z}_{ts} = Z_{ts} - a_t$ である。

(2) 潮位と波高が完全無相関の場合

潮位 y_t と波高 x_s がまったく相関のない独立変数であるとする合成波峯位 Z_{ts} の頻度分布は潮位 y_t のあらゆる値に波高 x_s が合成され、合成波峯位

$$Z_{ts} = y_t + x_s = y_{t+1} + x_{s-1} = y_{t+2} + x_{s-2} = \dots$$

に対するそれぞれの頻度を $N_0, N_1, N_2, \dots$ とすると、合成波峯位 Z_{ts} の頻度は

$$N_0 + N_1 + N_2 + \dots$$

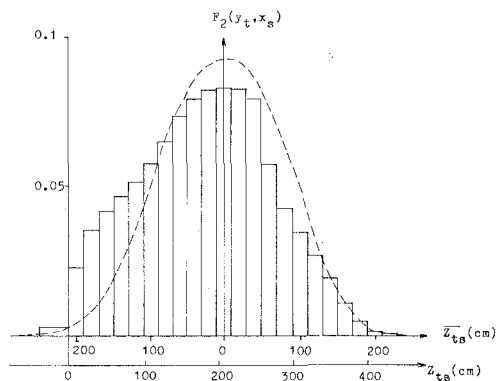
となる。図—6 は潮位と波高を完全無相関とした場合の相対頻度分布図で、これをピアソン I 型分布曲線で示す場合の定数 ν_2 は、

$$\nu_2 = \nu_t \nu_s = 0.016$$

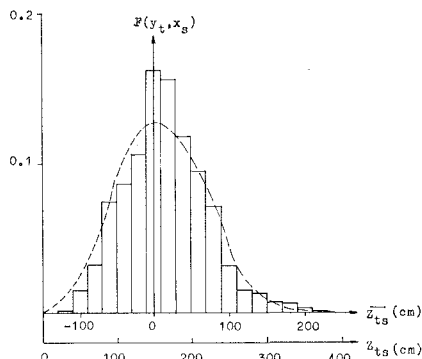
とすると頻度分布によく適合した分布曲線がえられる。また、モードの大きさ f_2 は潮位のモード f_t と波高のモード f_s の積、すなわち

$$f_2 = f_t f_s = 0.093$$

で与えられ、ピアソン I 型分布曲線式は、

図—6 合成波峯位 Z_{ts} の頻度分布 (完全無相関の場合)

$$F_2(y_t, x_s) = 0.093 \left(1 + \frac{\bar{Z}_{ts}}{280} \right)^{4.48} \left(1 - \frac{\bar{Z}_{ts}}{230} \right)^{3.68}$$

図—7 合成波峯位 Z_{ts} の頻度分布 (現地記録)

$$F(y_t, x_s) = 0.127 \left(1 + \frac{\bar{Z}_{ts}}{150} \right)^{3.0} \left(1 - \frac{\bar{Z}_{ts}}{240} \right)^{4.8}$$

$$F_2(y_t, x_s) = f_2 \left(1 + \frac{\bar{Z}_{ts}}{a_t + b_t} \right)^{\nu_2(a_t + b_t)} \left(1 - \frac{\bar{Z}_{ts}}{a_s + b_s} \right)^{\nu_2(a_s + b_s)}$$

となる。ただし、 $\bar{Z}_{ts} = Z_{ts} - (a_t + b_t)$ である。

以上、(1) および (2) の場合に対して、実際にえられた波峯位の相対頻度分布は図-7 であり、これを、ピアソン I 型分布曲線で示すと、定数 ν は、

$$\begin{aligned} \nu &= r\nu_1 + (1-r)\nu_2 \\ &= r(\nu_t + \nu_s)/2 + (1-r)\nu_t\nu_s \\ &\doteq 0.02 \end{aligned}$$

モードの下限および上限までの距離 a および b は、

$$\begin{aligned} a &= a_t - r(a_t + a_s) \doteq 150 \text{ cm} \\ b &= b_s + r(b_t + b_s) \doteq 240 \text{ cm} \end{aligned}$$

モードの大きさ f は、

$$\begin{aligned} f &= rf_1 + (1-r)f_2 \\ &= r(f_t + f_s)/2 + (1-r)f_t f_s \\ &\doteq 0.127 \end{aligned}$$

で与えると、実際の波峯位に関する頻度分布によく適合するピアソン I 型分布曲線

$$F(y_t, x_s) = f \left(1 + \frac{\bar{Z}_{ts}}{a} \right)^{\nu a} \left(1 - \frac{\bar{Z}_{ts}}{b} \right)^{\nu b}$$

がえられる。ただし、 $\bar{Z}_{ts} = Z_{ts} - a$ である。

4. 結 論

以上のように潮位の発生頻度と波高の発生頻度の合成による合成波峯位の頻度分布は、それぞれの頻度分布をピアソン I 型分布曲線式で表わすと、潮位と波高の相関係数を用いることにより、かなり合理的に表現することができる。すなわち、片貝漁港の記録を例とすると、次のような結果がえられた。

(1) 潮位と波高の発生頻度による相関係数 ($r=0.14$) は、かなり小さい値であるが、潮位が高くなれば波高も高くなるという傾向がある。しかしながら、相対出現率からみると最高潮位時に最大波高が出現することは非常に少なく、モードの潮位とモードの波高が一致する出現率が最多で、その周辺の出現率分布は漸次減少している。

(2) 潮位および波高の頻度分布をピアソン I 型分布曲線で示すと、潮位と波高が完全相関でそれぞれのモードで一致する場合の合成波峯位の分布曲線は、同様にピ

アソン I 型分布曲線で表わすと、定数 ν_1 を潮位および波高の分布定数 ν_t, ν_s の平均値、モードの大きさ f_1 も、潮位のモード f_t と波高のモード f_s の平均値で与え、さらにモードの位置から下限および上限までの距離 a_1 および b_1 は、それぞれ添字 t を潮位、添字 s を波高とすると $a_1 = a_t + a_s, b_1 = b_t + b_s$ で与えるとよく適合する。

(3) 潮位と波高が完全無相関として取り扱った場合の合成波峯位は、ピアソン I 型分布曲線式の定数 ν_2 を $\nu_2 = \nu_t \nu_s$ とし、モード $f_2 = f_t f_s$ とするとよく適合する。なお、モードから下限および上限までの距離 a_2, b_2 は $a_2 = a_t + b_t, b_2 = a_s + b_s$ である。

(4) 実際に生じる合成波峯位の相対頻度分布は、これをピアソン I 型分布曲線

$$F(y_t, x_s) = f \left(1 + \frac{Z_{ts} - a}{a} \right)^{\nu a} \left(1 - \frac{Z_{ts} - b}{b} \right)^{\nu b}$$

に適合させる場合、定数 ν 、モード f 、モードの位置から下限および上限までの距離 a および b は、潮位 (添字 t) と波高 (添字 s) の相関係数 r に関して、

$$\begin{aligned} \nu &= r\nu_1 + (1-r)\nu_2 \\ &= r(\nu_t + \nu_s)/2 + (1-r)\nu_t\nu_s \\ f &= rf_1 + (1-r)f_2 \\ &= r(f_t + f_s)/2 + (1-r)f_t f_s \\ a &= a_t - r(a_t + a_s) \\ b &= b_s + r(b_t + b_s) \end{aligned}$$

とすると、かなり合理的に合成波峯位 Z_{ts} の生起頻度の分布曲線を決定することができる。

なお、本研究の波浪観測記録を御提供下さいました水産庁漁港部ならびに千葉県に対し深甚なる感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 川上善久・谷本勝利: 異常高潮位の発生確率の求め方について—天文潮と気象潮の重ね合わせによる方法, 第12回海岸工学講演会講演集, 1965
- 2) 久宝雅史・竹沢三雄: 大樹漁港における波峯水位の確率値について, 第13回海岸工学講演会講演集, 1966
- 3) 千葉県: 片貝海岸自然条件調査報告, 昭和46, 47, 48年度版.
- 4) 佐藤良一郎: 数理統計学
- 5) 久宝雅史・竹沢三雄・天笠智雄: ピアソン型分布による海の波, 第15回海岸工学講演会講演集, 1968