

薄鉛直壁背後域への波の透過に関する研究 (2)

——特に海底に固定された場合——

金山 和雄*・田中 宏平**・藤原 輝男*・戸原 義男**

1. ま え が き

海底に固定された鉛直壁は天端幅を無視した潜堤の一種と考えられる。この主たる機能は海浜土砂の沖方向への流失防止と、背後域の海面の静穏度を確保するの二点がある。著者らは後者の観点に立ち、この構造物背後域への波の伝達について T.H. Havelook の Wave maker 理論¹⁾を用いて考察を行い、興味ある結果を得たので、ここに報告する。

2. 従来の研究

不連続な境界による波の変形については過去に Lamb²⁾が扱っている。Dean, Ursell³⁾は無限水深中における垂直板による透過率を理論的に求めている。また、Wiegel⁴⁾はカーテン防波堤について、エネルギー輸送の観点から透過率について近似的な取扱いを示した。海底に固定された薄鉛直壁による波の変形の問題については Fuchs^{5), 6)}の研究がある。これはエネルギー輸送の観点から理論を展開したもので水深 h のところに高さ h_c の鉛直板が存在した場合について透過率に対して次式を与えた。

$$K_t = \sqrt{1 - \frac{\sinh(4\pi h_c/L) \cdot \{1 + (4\pi h_c/L)/\sinh(4\pi h_c/L)\}}{\sinh(4\pi h/L) \cdot \{1 + (4\pi h/L)/\sinh(4\pi h/L)\}}} \quad (1)$$

ここに、 L は波長を示す。

また、日野⁷⁾らは Wave maker 理論より得られる積分方程式を直接数値的に解き、透過率、反射率を求めている。さらに壁近辺での波エネルギーの損失を抗力係数として表示し、ポテンシャル理論から導いた透過率が実験値より大きい値を示すことに説明を加えている。一方著者⁸⁾らは有限振幅波理論を用い、運動量保存則の観点から理論を展開し次式を示した。

$$K_t = \sqrt{\frac{\sinh 4k_0 h + 4k_0 d - \sinh 4k_0(h-d)}{\sinh 4k_0 h + 4k_0 h}} \quad (2)$$

ここに、 $k_0 = 2\pi/L$, d は自由表面と構造物上端との間隔

を示す。さらに井島は、ラプラスの方程式の一般解の形が、Strum-Liouville 型の固有値問題の解として、直交関数系によって、展開される場合に限り、種々の不連続な境界についての解析法を示している。

3. 理論的考察¹⁰⁾

流体は非圧縮性、非粘性とし、流体は非回転運動を行うものとする。座標は図-1のように、自由表面に原点を、鉛直下方に y 軸を定義する。すると、速度ポテンシャル ϕ は次式を満足する。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (3)$$

自由表面において、速度の2乗の項、および表面張力を無視すると自由表面の条件式は次式となる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - g \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

さらに正弦波を仮定し、時間の項を $e^{i\omega t}$ で表示すれば表面条件は次式で与えられる。

$$\left(\frac{\sigma^2}{g} \phi + \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} = 0 \quad (5)$$

一方、水深を有限とすれば、水底の鉛直方向速度が0ということより次の条件を得る。

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_{y=h} = 0 \quad (6)$$

式(5)、(6)の条件を満足するラプラスの解としては次の二つが知られている。

$$\phi = e^{i(\omega t - k_0 x)} \cosh k_0(y-h) \quad (7)$$

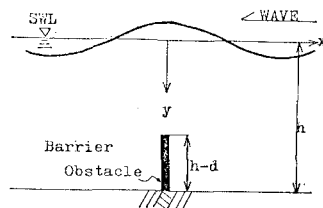


図-1 Notation and definition of symbols

* 正会員 山口大学工学部

** 正会員 九州大学農学部

$$\phi_j = e^{i\sigma t - k_j x} \cos k_j(y-h) \dots\dots\dots(8)$$

ここに、 k_0, k_j は波数を示し、境界条件により、次式を満足する値をとるものとする。

$$gk_0 \tanh k_0 h = \sigma^2, \quad gk_j \tan k_j h + \sigma^2 = 0 \dots\dots\dots(9)$$

式 (7), (8) は Barrier のない場合の式 (3) の解であり、Barrier が存在する場合は $x=0$ において次の境界条件が考えられる。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_{x=0} = f(y) \sin \sigma t \dots\dots\dots(10)$$

ここに、 $f(y)$ は $0 < y < h$ の区間で次式に示す級数に展開できるものとする。

$$f(y) = A \cosh k_0(y-h) + \sum B_j \cos k_j(y-h) \dots\dots\dots(11)$$

ここに、 A, B は次式で決まる係数である。

$$A = \frac{4k_0}{2k_0 h + \sinh 2k_0 h} \int_0^h f(\alpha) \cosh k_0(\alpha-h) d\alpha \dots\dots\dots(12)$$

$$B_j = \frac{4k_j}{2k_j h + \sin 2k_j h} \int_0^h f(\alpha) \cos k_j(\alpha-h) d\alpha \dots\dots\dots(13)$$

一方、解の線形性により次式も式 (3) の解となり得る。

$$\Phi = A' \phi + \sum B' \phi_j$$

式 (10) を考慮して、係数 $A'B'$ を決めると、速度ポテンシャルとして次式を得る。

$$\Phi = A k_0^{-1} \cos(\sigma t - k_0 x) \cosh k_0(y-h) - \sum B k_j^{-1} e^{-k_j x} \sin \sigma t \cos k_j(y-h) \dots\dots\dots(14)$$

式 (14) において、 A, B が決まれば、Barrier が存在する場合の速度ポテンシャルが確定する。そこで Barrier の直前に部分重複波が発生することより、この流速分布を境界条件に組み込む。すなわち¹¹⁾

$$u|_{x=0} = -\frac{gTa}{L} \left(1 - \frac{a_r}{a}\right) \frac{\cosh k_0(y-h)}{\cosh k_0 h} \sin \sigma t \dots\dots\dots(15)$$

ここに、 a_r, a はそれぞれ反射波、入射波の振幅を示す。式 (15) と式 (10) の対比により $f(y)$ に対して次の表示を得る。すなわち Barrier の表面 ($d < y < h$) では $u=0$ を考慮すれば次のようになる。

$$d < y < h \quad \text{で} \quad f(y) = 0 \dots\dots\dots(16)$$

$$0 < y < d \quad \text{で}$$

$$f(y) = -\frac{gTa}{L} (1 - \sqrt{1 - K_t^2}) \frac{\cosh k_0(y-h)}{\cosh k_0 h} \dots\dots\dots(17)$$

ここに、 K_t は透過率を示す。式 (16), (17) を式 (12), (13) に使い、 A, B を決めると、速度ポテンシャル Φ が確定する。Barrier の存在による水流の擾乱を無視すれば、速度ポテンシャルは次式となる。

$$\Phi = -\frac{gTa(1 - \sqrt{1 - K_t^2})}{L k_0 \cosh k_0 h}$$

$$\times \frac{\sinh 2k_0 h - \sinh 2k_0(h-d) + 2k_0 d}{\sinh 2k_0 h + 2k_0 h} \times \cosh k_0(y-h) \cos(\sigma t - k_0 x) \dots\dots\dots(18)$$

これを表面条件式

$$\eta = \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{y=0} \dots\dots\dots(19)$$

に用いれば次式を得る。

$$\eta = a(1 - \sqrt{1 - K_t^2}) \times \frac{\sinh 2k_0 h - \sinh 2k_0(h-d) + 2k_0 d}{\sinh 2k_0 h + 2k_0 h} \times \sinh(\sigma t - k_0 x) \dots\dots\dots(20)$$

一方、 $x=0$ において波形が連続したものと考えれば、透過波形を次式のようにおける。

$$\eta_t = a_t \sin(\sigma t - k_0 x + \varepsilon) \dots\dots\dots(21)$$

ここに、位相差 ε を無視すれば、次の関係式を得る。

$$a_t = a(1 - \sqrt{1 - K_t^2}) \times \frac{\sinh 2k_0 h + 2k_0 d - \sinh 2k_0(h-d)}{\sinh 2k_0 h + 2k_0 h} \dots\dots\dots(22)$$

ここに、透過率 K_t を透過波高と入射波高の比とすれば、式 (22) を解いて次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} K_t &= \frac{2W}{1 + W^2}, \\ W &= \frac{\sinh 2k_0 h + 2k_0 d - \sinh 2k_0(h-d)}{\sinh 2k_0 h + 2k_0 h} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

式 (23) において、 W が、エネルギー輸送の観点から導かれた、Fuchs の理論式の根号内の関数形と一致する点は興味深い。Fuchs の理論においては、Barrier 前面の部分重複波に考慮がされていないが、本理論においては、境界条件に部分重複波の速度分布を組み込んで、この点を考慮した。

図-2 は式 (1), (2) および (23) において $h \rightarrow \infty$ とし、W.R. Dean¹²⁾ の示した数値解と対比したものである。これによれば、運動量保存則より求めた式 (2) が、W.R. Dean の数値解に非常に近い値を示す。これに対し式 (1), (23) による値は、小さな値を与えている。

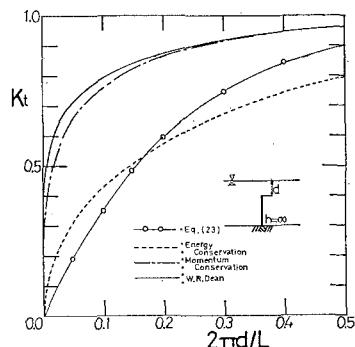


図-2 Transmission coefficient curve ($h=\infty$)

4. 実験的考察

(1) 実験装置と実験方法

実験装置の概略を 図-3 に示す。造波水路は $20\text{m} \times 0.8 \times 0.7$ の二次元水路で、片端にフラッター型造波機が装備され、水路面には消波装置が付属している。構造物はほぼ水路中央部に固定し、波による動揺のないように設置した。波高計は容量式のものを用いた。

構造物前面の水深は 40cm とし、鉛直壁の高さは、水路床より $8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36\text{cm}$ の 8 種類のものを用いた。これら各構造物について、波形勾配 $0.0044 \sim 0.0958$, 相対水深 $0.11 \sim 0.43$ の範囲の波 32 種類を作用させ、合計 256 組のデータを得た。実験およびデータ解析においては、水路特性（特に反射波による波の変形）の影響が混入しないように、測定時間および

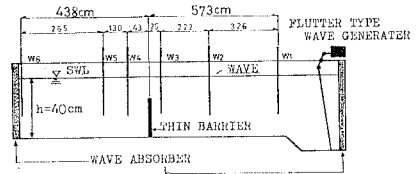


図-3 Arrangement for the Test Channel

読み取り区間には十分の注意を払った。特に透過波、および入射波の測定においては、壁による水流の擾乱を考慮しないという理論の仮定に従って、測定を行った。

(2) 実験結果の考察

a) 透過率と相対水深の関係

図-4 は波形勾配、および d/h をパラメーターとして、透過率と相対水深の関係を表示したものの一部である。これらより以下の点が推察できる。

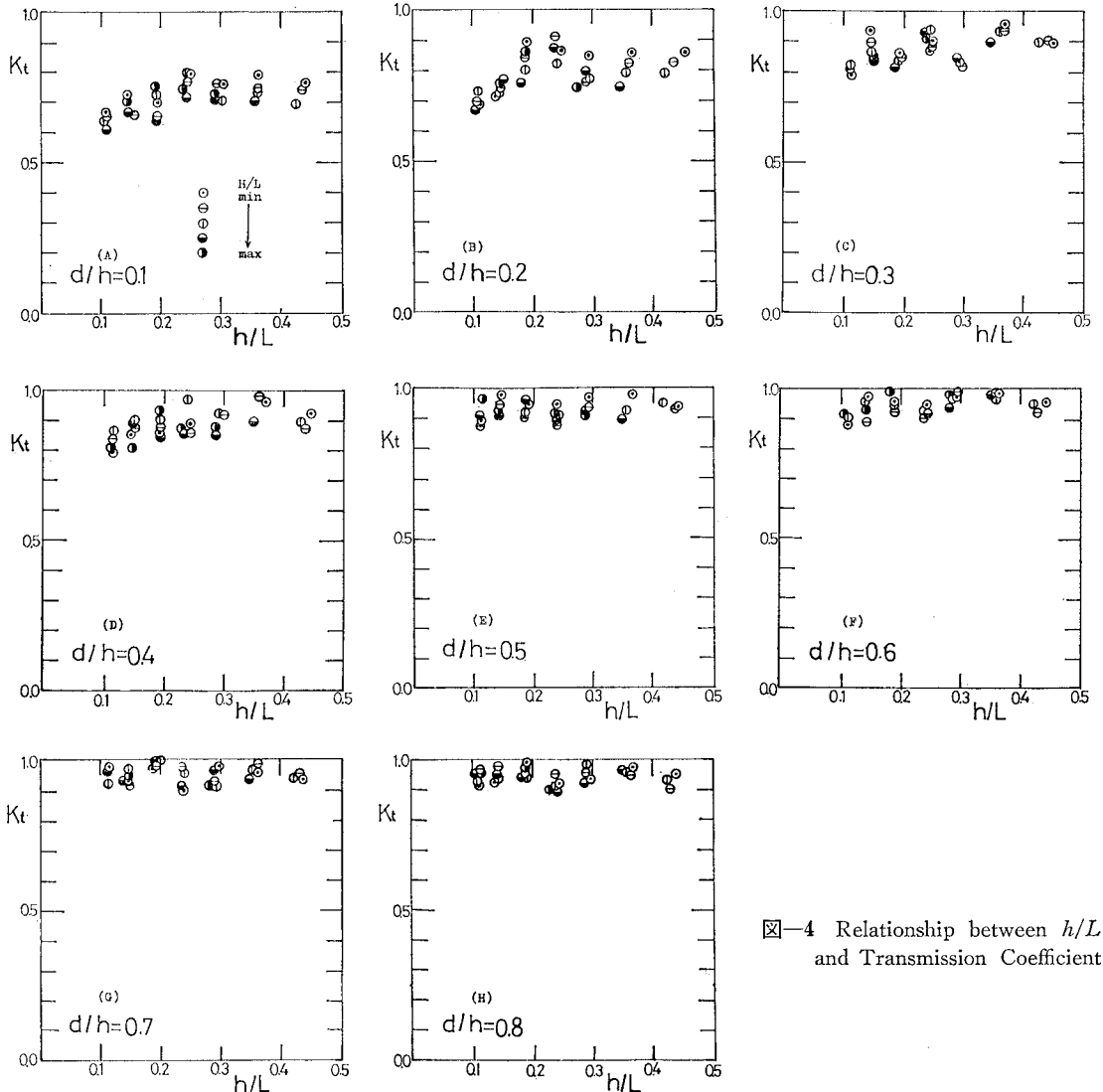


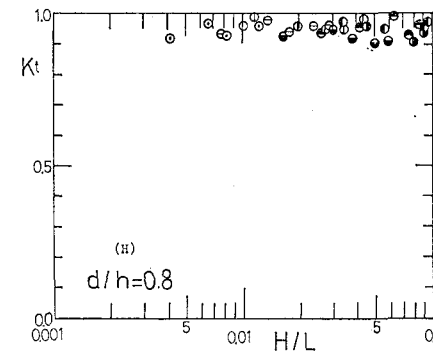
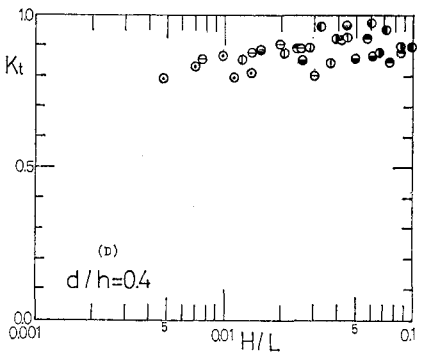
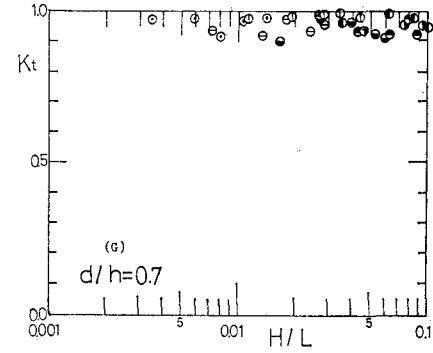
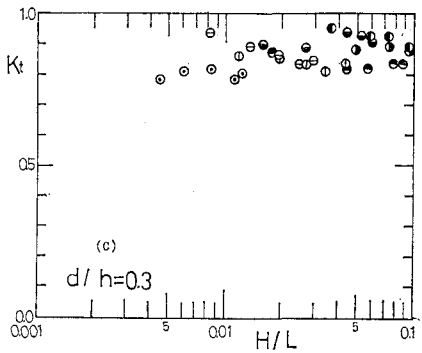
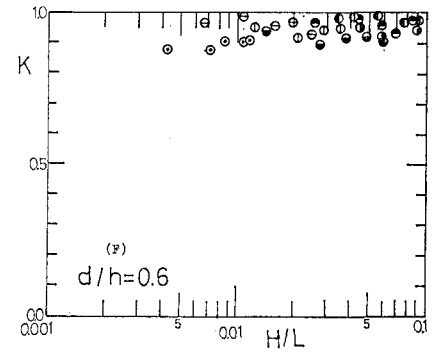
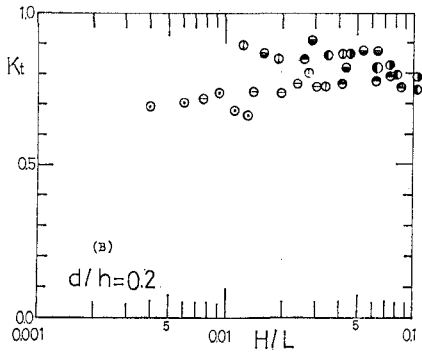
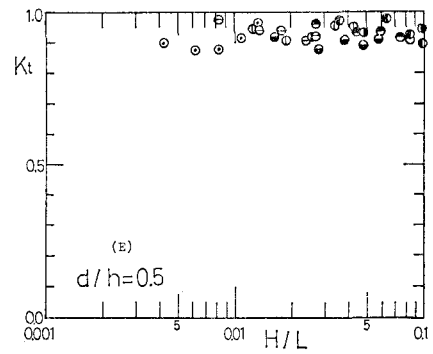
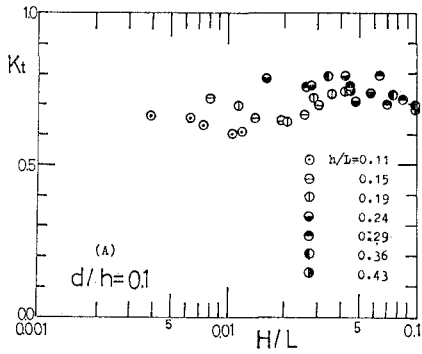
図-4 Relationship between h/L and Transmission Coefficient

- 1) 相対水深が大きくなるほど、透過率は増大する。
- 2) d/h の増大にともない、1) の傾向がうすれ、 $d/h > 0.5$ においては、ほとんど横ばいの傾向を示す。
- 3) 相対水深が、0.25 以上では、 d/h が小さい範囲

においても 2) の傾向が見られる。

- 4) 波形勾配の透過率に対する影響は、相対水深の増大に伴って小さくなる。

b) 透過率と波形勾配の関係



図—5 Relationship between Wave-Steepness and Transmission Coefficient

図-5 は相対水深と d/h をパラメーターとして、透過率と波形勾配の関係を示したもの的一部分である。

これらより以下の点が推察できる。

- 1) 相対水深の小さい範囲では、波形勾配の増大に伴い、透過率は大きくなるが、相対水深が大きい範囲では、波形勾配の増大に対して、透過率は横ばいあるいは若干減少の傾向を示してくる。
- 2) 1) の傾向は d/h が小さいもので顕著である。
- 3) d/h が大きいものでは、波形勾配に関係なく、透過率は横ばいの状態を示す。
- 4) 過透率に対する波形勾配の影響は相対水深のそれより小さいと言える。

5. 理論と実験との対応

図-6 は Fuchs の導いた式 (1), 著者らが示した式 (2) および式 (23) による理論値と実験値との対応を示したものである。図には日野¹³⁾, Fuchs¹⁴⁾ の実験値を記号を区別して表示した。これらのグラフより以下のことが推察される。

- 1) 著者らの実験値と、引用した日野, Fuchs の実験値とが同一の性状を示していることより、実験方法等に同程度の信頼がおけるであろう。
- 2) 相対水深が小さい領域においては、著者らの導いた式 (2) が現象との対応が良好である。相対水深が

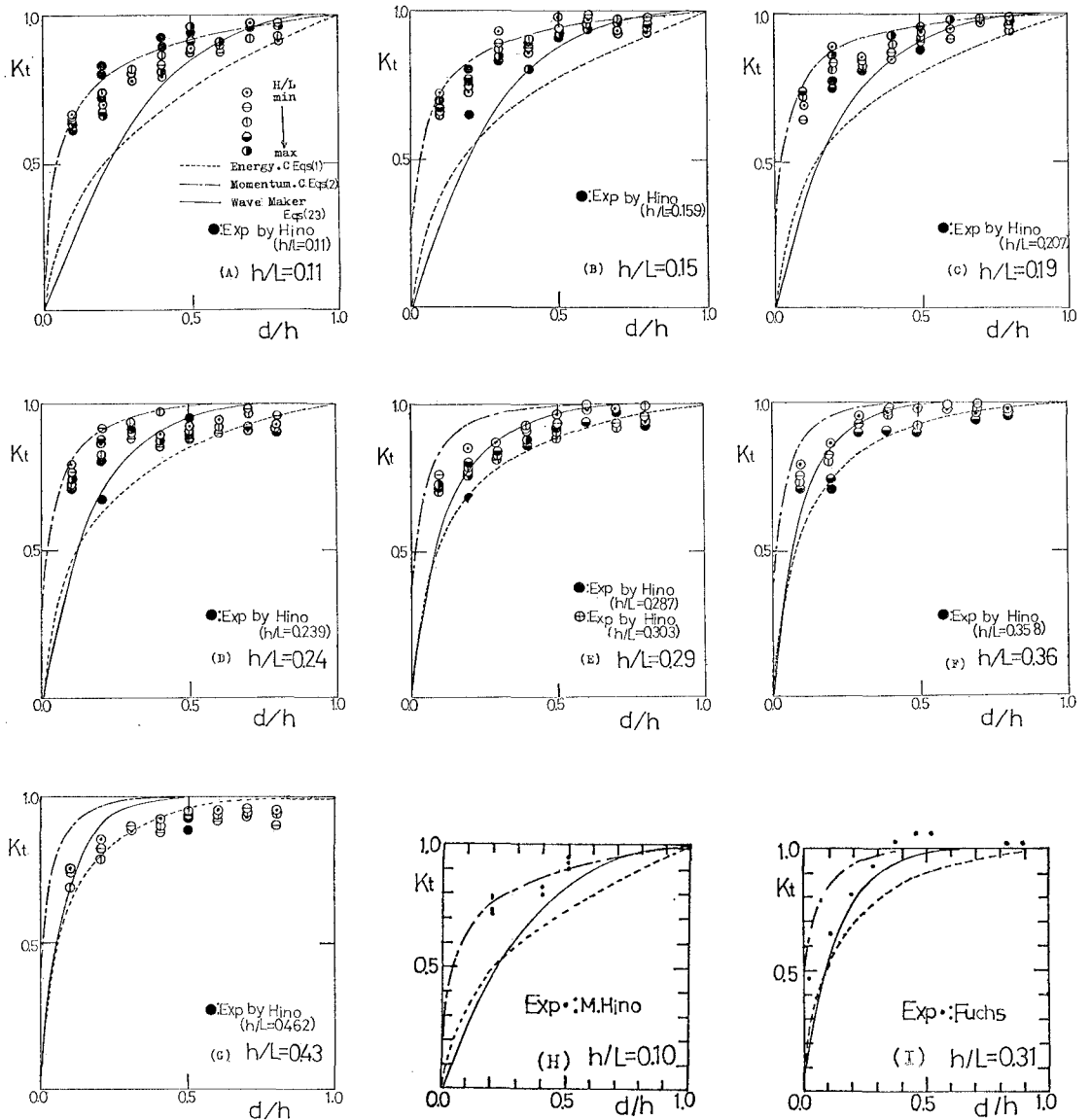
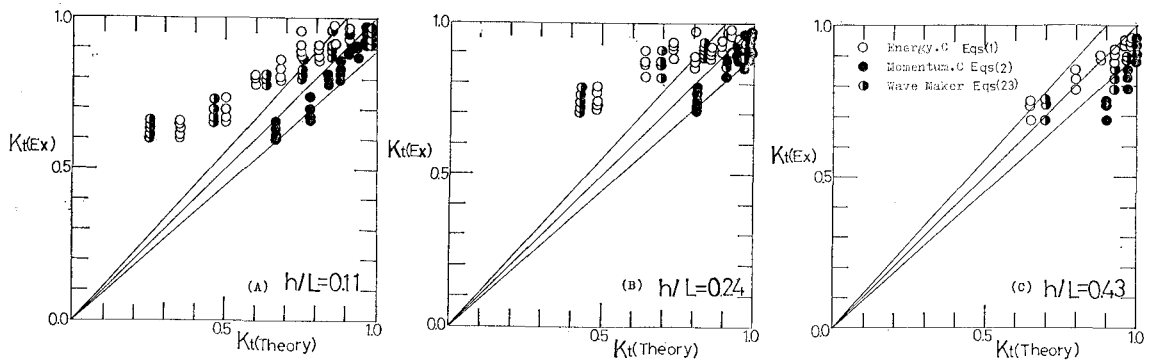


図-6 Comparison of the Experimental Results with Calculated Results

図—7 Relationship between K_t (Exp) and K_t (Theory)

0.15, 0.19 の場合は大きめの値を与えるが、他に比して現象との対応が良く、性状を良く表現する。

3) 相対水深がさらに大きくなると、 d/h が小さい領域では式 (2) が、 d/h が大きい領域では、式 (1) および著者らの導いた式 (23) が実験値との対応が良い。

4) 相対水深が 0.29, 0.36 となると式 (23) が実験値の性状を良く表現する。

5) 相対水深 0.43 においては、式 (1) の対応が良くなる。

図—7 は各理論値と実験値との適合性を、相対水深をパラメーターとして示したものの一部である。これらより以下の点が推察される。

1) 相対水深 < 0.19 の範囲では式 (2) が、現象を良く表現する。

2) $0.24 < \text{相対水深} < 0.36$ の範囲では、 d/h が小さい領域で式 (2) が、 d/h が大きい領域で式 (23) が適正な値を与える。

3) $0.43 < \text{相対水深}$ の範囲では式 (1) の対応が良好と言える。

6. 結 論

不連続な境界の一つとして、海底に固定された薄鉛直壁を考え、これによる波の変形、特に背後域への波の透過について考察し、次に示す若干の結論を得た。

1) 天端幅を無視した潜堤と見なされる、この種の構造物の消波効果はすでに発表^{(15), (16), (17)} したカーテン防波堤ほどの消波効果は認められない。

2) 構造物による水流の擾乱を無視した場合について考察を進め次式を得た。

$$\left. \begin{aligned} K_t &= \frac{2W}{1+W^2}, \\ W &= \frac{\sinh 2k_0 h + 2k_0 d - \sinh 2k_0(h-d)}{\sinh 2k_0 h + 2k_0 h} \end{aligned} \right\} \dots (23)$$

3) 実験値との対応により、Fuchs の理論式、先回報告⁽¹⁸⁾ した理論式 (23) の対比を試み、その適応範囲について考察した。

この実験において協力頂いた岐阜県職員の塩谷章君に謝意を表します。

考 参 文 献

- 1) Havelook, T.H.: Phil. Mag. S.7 Vol.8 No. 51, pp. 569~576, Oct. 1929.
- 2) Lamb, H.: Hydrodynamics (6th ed) §176 Cambridge Univ. Press pp. 262~263, 1932.
- 3) Ursell, F.: Proc. Cambridge Phil. Soc. Vol. 43 Part 3 pp. 374~382, July 1947.
- 4) Wiegel, R.L.: ASCE, Vol. WWI, pp. 1~12, March 1960.
- 5) Johnson, Fuchs, Morison: Trans. AGU, Vol. 32, No.5, pp. 704~718, 1951.
- 6) 石原藤次郎・本間 仁: 応用水理学 中 II, pp. 557~559, 1968
- 7) 日野幹雄: 土木学会論文報告集, 190号, pp. 75~80, June 1971.
- 8) 金山和雄・田中宏平: 第21回海岸工学講演会論文集, pp. 393~399, 1974.
- 9) 井島武士: 海岸工学, 朝倉土木工学講座, pp. 163~180, 1970.
- 10) 前出の論文 1)
- 11) 岸 力: 水理学演習, (I), pp. 245~250, 学献社, 1972.
- 12) Dean, W.R.: Proc. Cambridge Phil. Soc. Vol. 41, pp. 231~238, March. 1945.
- 13) 前出の論文 2)
- 14) 前出の論文 5)
- 15) Kanayama, K., T. Fujiwara: Technology Reports of Yamaguchi University, Vol. 1. No.4 Jann. 1976.
- 16) 金山和雄・田中宏平: 農業土木学会論文集第56号, pp. 29~35, April 1975.
- 17) 前出の論文 8)
- 18) 前出の論文 15)