

船舶の接岸時付加質量

高 隆 二*・田 川 昌 宏**

1. 緒 言

繫船岸に接岸する船舶は、短時間に接岸速度から減速し停止する。加速度運動であるから、周囲の水も付加質量として船体の質量に加わる。現行設計法¹⁾では、無限水域中の無限帯状板と見なして、吃水を直径とする円柱の水を付加質量に採用している。

現地観測²⁾ および模型実験³⁾ によれば、付加質量はこの値を相当上まわり、 d/h (d : 吃水, h : 水深) の増加とともに増大する。

接岸時船舶の前後面にそれぞれ発生する正および負の段波による静水圧差を付加質量の成因と見る若桑理論⁴⁾ は、唯一の物理的解釈であり、実測値との適合度もかなり高い⁵⁾。

ただし、二次理論を三次元に拡張する際に用いた船側沿いの流速分布係数、船底から逃げる流量係数と関連する有効水深等を実験より定める過程は、理論的根拠に乏しい。さらに、棧橋、Sea Berth 等通水性繫船岸に比較的良く適合するのは理論の誘導から首肯されるとしても、一般にこれより高い付加質量を示す岸壁のような遮水性繫船岸には適用し難い。以下、付加質量の上限 $d/h = 1$ における船舶周辺の平面的な二次元流の慣性を非定常段波の根源とし、慣性力・静水圧力・防衛工の弾性力に関する線型微分方程式から棧橋における付加質量を算定する。

2. 理 論

(1) 平板周辺の流れ

複素平面 $z = x + iy$ 上の二次元完全流体中に置かれた船長と等しい長さの平板で船舶を代用する。速度ポテンシャル $\phi(z)$ と流関数 $\psi(z)$ を正則関数とし、Cauchy-Riemann の関係⁶⁾

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \dots\dots\dots(1)$$

を用いて複素ポテンシャル⁷⁾

$$F(z) = \phi(z) + i\psi(z) \quad \dots\dots\dots(2)$$

を微分すると

$$\frac{dF}{dz} = \frac{\partial \phi}{\partial x} + i \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x} - i \frac{\partial \phi}{\partial y} = u - iv \quad \dots\dots(3)$$

であり (u, v はそれぞれ x, y 方向分流速), 流れを $Ve^{i\theta}$ (V : 流速, θ : x 軸となす角) で表わすと

$$\frac{dF}{dz} = Ve^{-i\theta}, \quad V^2 = u^2 + v^2 \quad \dots\dots\dots(4)$$

となる。 y 軸上を正方向に一定速度 v_* で進行する単位円のまわりの流れを、原点通過時に

$$F(z) = -\frac{iv_*}{z} \quad \dots\dots\dots(5)$$

で表わすと⁷⁾, 単位円周上 $z = e^{i\theta}$ では

$$\frac{dF}{dz} = \frac{iv_*}{z^2} = iv_* e^{-2i\theta} \quad \dots\dots(6)$$

であり、図-1 に示す流れとなる。

z 面を

$$\zeta = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right) \quad \dots\dots(7)$$

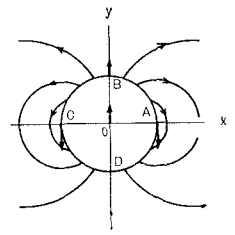


図-1 単位円周辺の流れ

により ζ 面に写像すると、 z 面上の単位円は

$$\zeta = \frac{1}{2} \left(e^{i\theta} + \frac{1}{e^{i\theta}} \right) = \cos \theta \quad \dots\dots(8)$$

すなわち、 $\zeta = \xi + i\eta$ は

$$\xi = \cos \theta, \quad \eta = 0 \quad \dots\dots\dots(9)$$

と、 ξ 軸上 $-1 \leq \xi \leq 1$ の線分 (平板) に写像される。

式 (6), (7) を参照し、

$$\frac{dF}{d\zeta} = \frac{dF}{dz} \frac{dz}{d\zeta} = \frac{iv_*}{z^2} \frac{2}{1 - \frac{1}{z^2}} = \frac{2iv_*}{z^2 - 1} \quad \dots\dots(10)$$

平板上では

$$\frac{dF}{d\zeta} = \frac{2iv_*}{e^{2i\theta} - 1} = v_* \cot \theta - iv_* \quad \dots\dots(11)$$

となる。平板の移動方向 (η 軸方向) の速度成分は v_* , 平板の進行前面では両側に分れ、後面では平板中心に集中する流れを表わし、先端流速は無限大である (図-2)。

* 正会員 工修 日本港湾コンサルタント水理部長
** 正会員 工修 日本港湾コンサルタント水理研究所

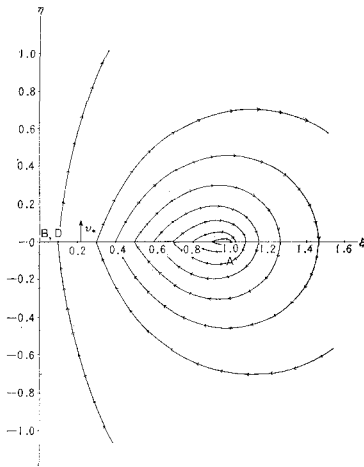


図-2 平板周辺の流れ

Bernoulli の定理

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} = \text{const.} \dots\dots\dots(12)$$

(ρ : 水の密度, g : 重力加速度, p : 圧力)

によれば, $V \rightarrow \pm\infty$ で $p \rightarrow -\infty$ となる。実際には流線は剝離して渦を生じ, 圧力は静水圧以下極端に低下することはない。

平板のまわりの流れを知るために $z = re^{i\theta}$ とおくと, 式 (7)

$$\zeta = \xi + i\eta = \frac{1}{2} \left(re^{i\theta} + \frac{1}{re^{i\theta}} \right)$$

から

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{1}{2} \left(r + \frac{1}{r} \right) \cos \theta \\ \eta &= \frac{1}{2} \left(r - \frac{1}{r} \right) \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

となり, さらに式 (10) は

$$\begin{aligned} \frac{dF}{d\zeta} &= \frac{2iv_*}{r^2 e^{2i\theta} - 1} \\ &= \frac{2v_* r^2 \sin 2\theta + 2iv_* (r^2 \cos 2\theta - 1)}{r^4 - 2r^2 \cos 2\theta + 1} \end{aligned}$$

したがって

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{2v_* r^2 \sin 2\theta}{r^4 - 2r^2 \cos 2\theta + 1} \\ v &= -\frac{2v_* (r^2 \cos 2\theta - 1)}{r^4 - 2r^2 \cos 2\theta + 1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

となる。式 (13) を解き, r, θ を ξ, η の関数

$$\left. \begin{aligned} \eta &+ \sqrt{\eta^2 + \frac{\sqrt{(\xi^2 - 1 + \eta^2)^2 + 4\eta^2}}{2}} \\ r &= \sqrt{\frac{\sqrt{(\xi^2 - 1 + \eta^2)^2 + 4\eta^2} - (\xi^2 - 1 + \eta^2)}{2}} \\ \theta &= \tan^{-1} \frac{\sqrt{2\{(\xi^2 + \eta^2)\sqrt{(\xi^2 - 1 + \eta^2)^2 + 4\eta^2} - (\xi^2 + \eta^2)^2 + (\xi^2 - \eta^2)\}}}{(\xi^2 + \eta^2) - \sqrt{(\xi^2 - 1 + \eta^2)^2 + 4\eta^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

で表わすと, 式 (14) で u, v も ξ, η の関数となる。 $\eta = \eta_0 = \text{const.}$ とし, ξ を定めれば, r, θ すなわち z は決まる。直線 η_0 上の流速を式 (10) で算定すると,

$$v_0 = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 v(\xi, \eta_0) d\xi \dots\dots\dots(16)$$

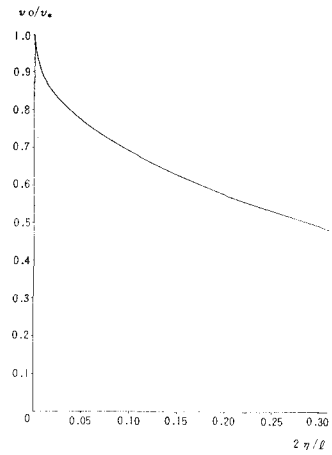


図-3 平均流速分布

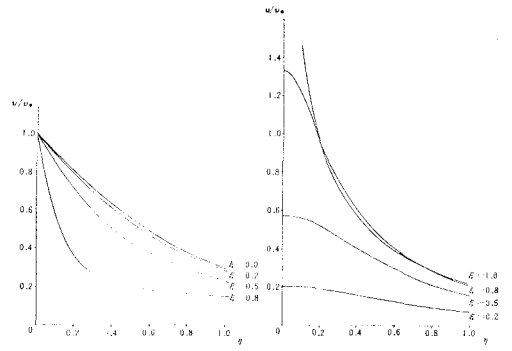


図-4 (a) 速度分布

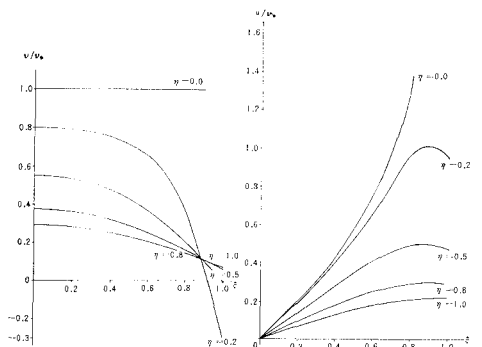


図-4 (b) 速度分布

は、平板の長さを幅とし、 η 軸と平行な帯状部分の平均流速を表わす (図-3)。代表的な線上の流速分布を 図-4 に示す。

(2) 段波の発生

接岸速度 v_* で防衛工に接岸した船舶は、その時までの推進力 (風力、慣性力等) に加えて、段波に起因する付加質量力を受ける (図-5)。

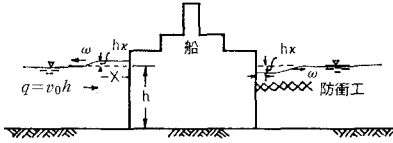


図-5 段波の発生

a) 船舶後面

段波の波速および水位上昇をそれぞれ ω , h_x とすると、段波の前進に必要な水量は ωh_x 、段波中に流入し一部は波高を増す水量は、 V をその位置の流速として $V(h+h_x)$ である。単位幅当り流量 q に関する連続方程式は

$$q = hv_0 = \omega h_x + V(h+h_x) + q_0 \quad \dots\dots\dots(17)$$

となり、単位幅当りに換算した船首尾からの流出量は

$$q_0 = \frac{2}{l} \int_{x-(\omega_0/2)}^{x+(\omega_0/2)} hu(1, \eta) d\eta \quad \dots\dots\dots(18)$$

(ω_0 : 段波の単位時間進行距離, l : 船長)

$$\omega = -\frac{v_0 + V}{2} - \frac{q_0}{2h_x} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0 + V}{2} + \frac{q_0}{2h_x}\right)^2 + g\left(h + \frac{h_x}{2}\right) - v_0\left(V + \frac{q_0}{h_x}\right)} \doteq \pm \sqrt{gh} \quad \dots\dots\dots(20)$$

$$\left(\because h_x, \frac{(v_0 + V)^2}{2g} \ll h\right)$$

式 (19) から

$$h_x = \frac{h(v_0 - V) - q_0}{\omega + V} \doteq \frac{h(v_0 - V) - q_0}{\omega}, \quad (\omega \gg V) \quad \dots\dots\dots(21)$$

船首尾からの流出速度は、近似的に段波の影響を受けないと仮定すると、流量の連続から $v_0(x)$ も影響されない。

棧橋と接触した瞬間に棧橋から x へだたった水粒子は流速 $v_0(x)$ で進行し、時刻

$$t = \int_0^x \frac{dx}{v_0(x)} \quad \dots\dots\dots(22)$$

で船に到達することになり、 $v_0(x)$ を $v_0(t)$ と書直せる。同様に $q_0(x)$ も $q_0(t)$ と書直す (図-7, 8)。

船側において $V=0$ 、接岸中の速度を v とすると、せき上げによる水圧上昇は

$$p_0 = \rho g h_x = \frac{\rho g \{h(v_0 - v) - q_0\}}{\omega} \quad \dots\dots\dots(23)$$

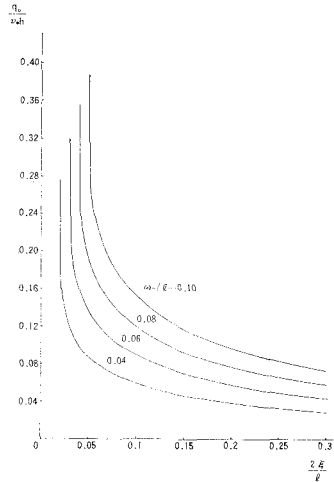


図-6 船首尾からの流出

である (図-6)。

点 x において、船の水圧は反対側の水圧より

$$\frac{\rho g}{2}(h+h_x)^2 - \frac{\rho g}{2}h^2 = \rho g\left(h \cdot h_x + \frac{h_x^2}{2}\right)$$

だけ大であり、流れを減速させる。段波に対する流れの相対速度は、 $v_0 + \omega$ 、単位時間について $\rho h(v_0 + \omega)$ の質量は v_0 から V に減速される。運動量方程式は

$$\rho h(v_0 + \omega)(v_0 - V) = \rho g\left(h h_x + \frac{h_x^2}{2}\right) \quad \dots\dots\dots(19)$$

式 (17) を参照すると、段波の伝達速度は

で与えられる。

b) 船舶前面

本質的に不安定な負の段波を接岸時間内では安定と見

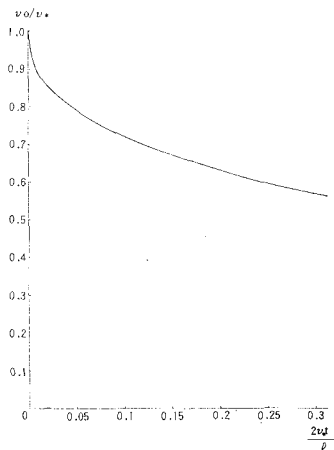


図-7 平均流速の変化

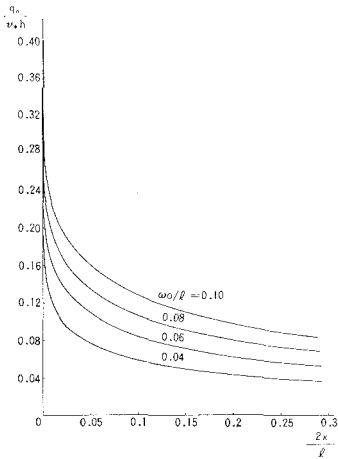


図-8 船首尾からの流出

なすと、棧橋における水圧低下は式(23)を負号とした $p_i = -p_0$ となる。

(3) 防舷材の性能

現在常用されているゴム防舷材は、座屈により反力を一定に保ちつつ吸収エネルギーを増加させるため、図-9に示す反力たわみ曲線を描き、これを破線で近似する

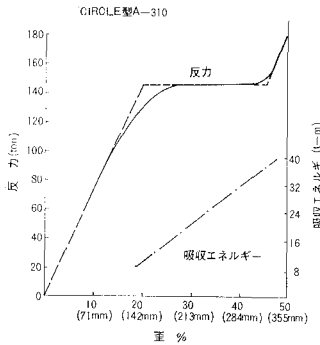


図-9 防舷材の性能

と、反力および吸収エネルギーは、

- ① 比例範囲 ($0 \leq s \leq s_e$)

$$F = Ks, \quad E = \frac{1}{2} Ks^2 \quad \dots\dots\dots(24)$$

- ② 一定範囲 ($s_e \leq s \leq s_c$)

$$F = F_0, \quad E = \frac{1}{2} Ks_e(2s - s_e) \quad \dots\dots\dots(25)$$

(K : 繫船岸の弾性係数)

と区分される (s_e : 比例限界, s_c : 設計限界)。

(4) 運動方程式

船舶両側の水位差 $p = p_0 - p_i$ を考慮した接岸時船舶の運動方程式は

$$m \frac{dv}{dt} - phl + F = 0 \quad \dots\dots\dots(26)$$

となる (m : 船舶の質量)。

- a) 比例範囲

式(26)に式(24)を代入し

$$v = \frac{ds}{dt}, \quad \alpha = \frac{2\rho gh^2 l}{\omega m}, \quad k = \frac{K}{m} \quad \dots\dots\dots(27)$$

と置くと、

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \alpha \frac{ds}{dt} + ks = \alpha \left(v_0 - \frac{q_0}{h} \right) \quad \dots\dots\dots(28)$$

を得る。初期条件

$$t=0 \text{ で } s=0 \text{ および } v=v_* \quad \dots\dots\dots(29)$$

の下に解くには、右辺を t の解析関数で近似すれば良い。実際に問題となる t の範囲

$$\frac{2v_*t}{l} < 0.1$$

では、図-10, 11 に示すように

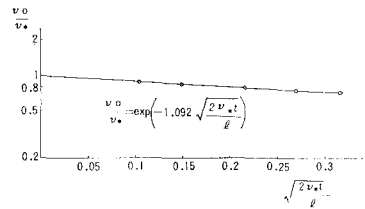


図-10 平均流速の近似

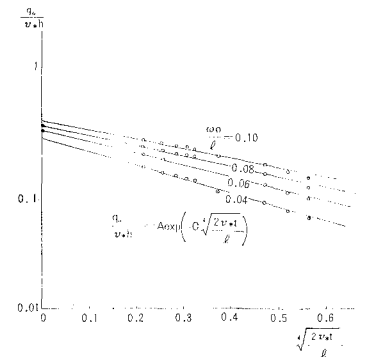


図-11 流出量の近似

$$\frac{v_0}{v_*} = \exp\left(-1.092 \sqrt{\frac{2v_*t}{l}}\right) \quad \dots\dots\dots(30)$$

$$\frac{q_0}{v_*h} = A \exp\left(-C \sqrt{\frac{2v_*t}{l}}\right) \quad \dots\dots\dots(31)$$

と近似され、定数 A, C は図-12 で与えられる。式(30), (31)を式(28)に代入し、 $S = s/\alpha v_*$ とおく。ただ、接岸中は連続の条件から $v_0 = v_*$ 、船首尾では流線は剝離し、流出最大速度は船側から若干隔たった位置に生じるので、むしろ $q_0 = 0$ とおいてよい模様である。式(28)は

$$\frac{d^2S}{dt^2} + \alpha \frac{dS}{dt} + kS = e^{-1.092 \sqrt{2v_*t/l}} \quad \dots\dots\dots(32)$$

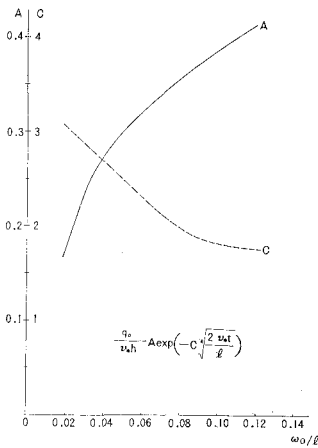


図-12 定数の決定

となり、解は

$$S = A_1 S_1 + A_2 S_2 - S_1 \int_0^t \frac{f(t) S_2}{A} dt + S_2 \int_0^t \frac{f(t) S_1}{A} dt \quad \dots\dots\dots (33)$$

と定まる。ここで、

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= e^{-\alpha t/2} \sin\left(\frac{1}{2} \sqrt{4k - \alpha^2} t\right) \\ S_2 &= e^{-\alpha t/2} \cos\left(\frac{1}{2} \sqrt{4k - \alpha^2} t\right) \\ A &= S_1 S_2' - S_2 S_1' = -\frac{1}{2} \sqrt{4k - \alpha^2} e^{-\alpha t} \\ f(t) &= e^{-1.092 \sqrt{2} v_* t / \ell} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (34)$$

であり、 A_1, A_2 は式 (29) で定まる定数である。

最大変位量 S_0 は $dS/dt=0$ を満足する $t=t_0$ から

$$S_0 = A_1 S_{10} + A_2 S_{20} - S_{10} \int_0^{t_0} \frac{f(t) S_2}{A} dt + S_{20} \int_0^{t_0} \frac{f(t) S_1}{A} dt \quad \dots\dots\dots (35)$$

と求まる。ただし

$$\left. \begin{aligned} S_{10} &= e^{-\alpha t_0/2} \sin\left(\frac{1}{2} \sqrt{4k - \alpha^2} t_0\right) \\ S_{20} &= e^{-\alpha t_0/2} \cos\left(\frac{1}{2} \sqrt{4k - \alpha^2} t_0\right) \end{aligned} \right\}$$

である。

b) 一定範囲

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + \alpha \frac{dS}{dt} + f_0 = f(t) \quad \dots\dots\dots (37)$$

ただし、

$$f_0 = \frac{F_0}{m} \quad \dots\dots\dots (38)$$

となり、

$$S_1 = e^{-\alpha t}, \quad S_2 = 1, \quad A = \alpha e^{-\alpha t} \quad \dots\dots\dots (39)$$

であるから解は

$$\begin{aligned} S &= B_1 e^{-\alpha t} + B_2 - \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha} \int_0^t \{f(t) - f_0\} e^{\alpha t} dt \\ &+ \frac{1}{\alpha} \int_0^t \{f(t) - f_0\} dt \\ &= \left(B_1 - \frac{f_0}{\alpha^2}\right) e^{-\alpha t} + \left(B_2 + \frac{f_0}{\alpha^2}\right) \\ &- \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha} \int_0^t f(t) e^{\alpha t} dt + \frac{1}{\alpha} \int_0^t f(t) dt - \frac{f_0}{\alpha} t \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (40)$$

と求まる。式 (33) で $S_e = s_e / \alpha v_*$ を満足する時刻 t_e において、 $ds/dt = v_*$ とおき定数 B_1, B_2 は決定される。

(5) 付加質量

船舶の接岸時運動エネルギーは防舷材の変形エネルギーに変換する。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} (m + m') v_*^2 &= \int_0^s F ds \\ &= \frac{1}{2} K s^2, \quad (0 \leq s \leq s_e) \\ &= \frac{1}{2} K s_e (2s - s_e), \\ &\quad (s_e \leq s \leq s_c) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (41)$$

となり、付加質量係数は

$$C_M = \frac{m'}{m} = \begin{cases} 0 & , (0 \leq s \leq s_i) \\ \frac{K s_e^2}{m v_*^2} \left(\frac{s}{s_e}\right)^2 - 1 & , (s_i \leq s \leq s_e) \\ \frac{K s_e^2}{m v_*^2} \left(2 \frac{s}{s_e} - 1\right) - 1 & , (s_e \leq s \leq s_c) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (42)$$

と表わされる。ここで

$$\frac{s_i}{s_e} = \frac{v_*}{s_e} \sqrt{\frac{m}{K}} \quad \dots\dots\dots (43)$$

であり、付加質量は防舷材の変位および弾性エネルギーと船舶の運動エネルギーとの比の増加に伴い増大し、船舶の質量および接岸速度、防舷材の弾性定数および変位と関連する (図-13)。座屈を利用する通常の防舷材では、

$$s_c \doteq 2s_e$$

として、式 (41)、(42) から吸収エネルギー

$$E \doteq \frac{3}{2} K s_e^2 \quad \dots\dots\dots (44)$$

付加質量係数

$$C_M = 3\gamma - 1, \quad \left(\gamma = \frac{K s_e^2}{m v_*^2}\right) \quad \dots\dots\dots (45)$$

となり、

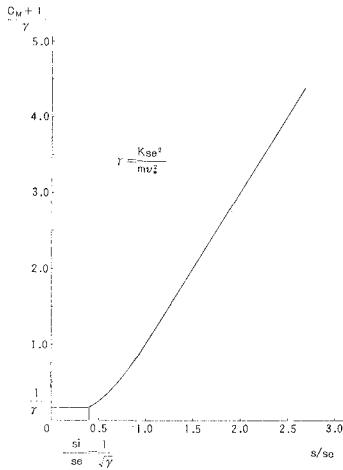


図-13 付加質量係数 C_M

$$E = \frac{1}{2} m (1 + C_M) v_*^2 = \frac{3}{2} \gamma m v_*^2 \quad \dots\dots\dots (46)$$

である。仮りに座屈にたよらず比例範囲で吸収すると、変位 s'_e は

$$E = \frac{3}{2} K s_e^2 = \frac{1}{2} K s_e'^2$$

から

$$s'_e = \sqrt{3} s_e \quad \dots\dots\dots (47)$$

式(42)より C_M は等しいので、防舷材は付加質量を一定に保ったまま座屈により反力を $1/\sqrt{3}$ に減じる。

3. 検 討

船舶接岸時の棧橋における防衝工のたわみ量 s および付加質量係数 C_M の値を表-1に示す条件で計算した(図-14)。この時防衝工からの反力は一定範囲にある($K=const.$)と考えたので、式(33)、(34)および(42)に従った。図-14には若桑の実験計測値⁴⁾および理論計算値⁴⁾も同時に示してある。若桑の値と比較すると今回の計算値は、 s の値は若干大きくまた $ds/dt=0$ となる t の値も大きくなっている。今回の理論では、付加質量の上限と考えられる $d/h=1.0$ を対象とし、また完全な二次元現象として取扱っているため、 s は大きい値を示したと考えられる。

船舶の接岸は本来三次元現象であるが、それを二次元現象として考える際若桑は船側沿いの流速分布係数 n を時間と無関係に実験から $n=0.5$ としている。流速分布

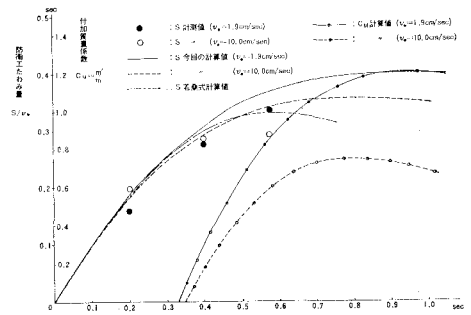


図-14 撓みおよび付加質量

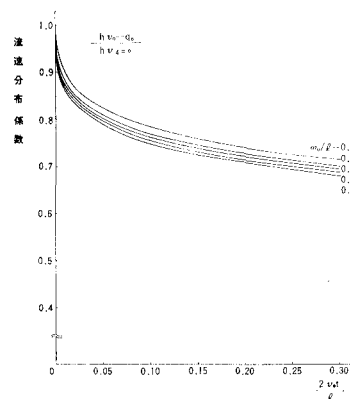


図-15 流速分布係数

係数は、船中央での流速 $(v)_\xi=0$ と、船側沿いの平均流速との比

$$n = \frac{h v_0 - q_0}{h (v)_{\xi=0}} \quad \dots\dots\dots (48)$$

で与えられる。今回の理論では、図-15に示すものとなり、前述したとおり $q_0=0$ ($\omega_0/l=0$) と考えてやると n の値は時間とともに減少し、 $2v_*t/l=0\sim 0.1$ では $n=1.0\sim 0.8$ となり若桑の値より大きくなる。

4. 結 言

平均的には実測値と良く適合し、物理的根拠も明白な若桑理論により算定した船舶接岸エネルギーと防衝工の吸収エネルギーの隔たりは結局両者の付加質量の相違に帰せられる。これは単に算定過程に由来する誤差ではなく、船舶および防衝工の性状に支配され、系統的に分類し得る。若桑理論で実験的に定めた流速分布係数および船側と垂直方向の流速分布も本論文では理論的に算出した。

表-1 計算(実験)条件

船 舶 質 量 m	吃 水 d	水 深 h	船 長 l	弾 性 係 数 K	$k = \frac{K}{m}$	α
120 kg	15 cm	15.5 cm	200 cm	1.688 kg/cm	13.789 sec ⁻²	3.031 sec ⁻¹

岸壁における付加質量ならびに三次元現象としての余裕水深の影響、船首尾からの流出量等は引続き対象とすべき課題である。

参考文献

- 1) 日本港湾協会：港湾構造物設計基準，1967.
 - 2) 溝口正仁・中山種清：船舶接岸力調査，港湾技研資料，No. 170，港湾技術研究所，1973.
 - 3) 永井莊七郎・小田一紀・重藤宗之：横波を受けるスーパータンカーの drifting・swaying および rolling によってドルフィンに働く衝撃力に関する研究，第 16 回海岸工学講演会講演集，土木学会，1969.
 - 4) 若桑 訥：船舶の接岸力について，運研報告，第 11 卷 10 号，1961.
 - 5) 若桑 訥：岩国港における 10 万屯船舶用ドルフィン接岸実験，船研報告，第 1 卷 1 号，1964.
 - 6) 寺沢寛一：数学概論，岩波書店，1960.
 - 7) 藤本武助：流体力学，養賢堂，1957.
-