

直立透過堤の反射率と透過率について

菅原輝男*・長野章**・小林悦郎***

1. 緒言

透過堤の反射率、透過率に関する研究は現在まで数多く行われている。これら研究のほとんどは実験的研究である。近年にいたり、理論的に透過堤の反射率、透過率が解明されてきた。本研究も理論的に透過堤の反射率、透過率を取扱おうとしたものである。さらには、透過構造物を内蔵する消波岸壁の反射率についての解明も試みた。

透過堤の反射率、透過率を理論的に取扱う際、堤内における水粒子運動が Darcy の法則に従うとした運動方程式と連続の式を基礎式とした。これらに適当な境界条件を与え、解いた後、近藤¹⁾らの研究にならって、透過堤全体の反射波は堤前面および後面からの反射波の重合したものとして取扱った。このことは消波岸壁の場合も同様である。この場合、透過構造物内の水粒子運動に対する抵抗をいかに与えるかが問題となる。波動に伴う水粒子の運動は時間的に変化する、水深によっても異なる。したがって、透過構造物内の抵抗が Darcy の法則に従い水粒子速度に比例するならば、この抵抗は時間的にも水深によっても異なる。さらに透過構造物内を波が進行することにより、波高を減少し水粒子速度も減少するから、抵抗は堤内の場所によっても異なってくる。このことから透過堤内での水粒子運動に対する抵抗は入射波高、堤幅、周期が定まった後、堤全体として一定の値を持つとし、その値を実験により求めた。この値を使用して、反射率、透過率を求めた。これら得られた計算値と実験値の比較を行い、よく適合することを確かめ、次に透過堤の反射率、透過率および消波岸壁の反射率の特性を調べた。

2. 直立透過堤の反射率、透過率の理論

(1) 透過構造物内の波

図-1 のような空隙率 λ をもつ透過構造物内を進行する波を考える。透過構造物内における運動の式および連続の式は次のようになる。

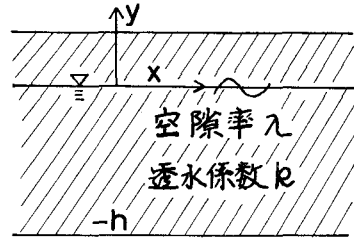


図-1 透過構造物内の波

$$\frac{1}{\lambda} \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{g}{k} u \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{1}{\lambda} \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{g}{k} v - g \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 k : 透水係数

表面波形 η 、表面および水底の条件は次式で与えられる。

$$v=0 \quad \text{at} \quad y=-h \dots\dots\dots(4)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{v}{\lambda} \quad \text{at} \quad y=0 \dots\dots\dots(5)$$

$$p=0 \quad \text{at} \quad y=0 \dots\dots\dots(6)$$

ここで速度ポテンシャル $k\phi$ を導入すると水粒子速度 u, v は次式で与えられる。

$$u = -k \frac{\partial \phi}{\partial x} \dots\dots\dots(7)$$

$$v = -k \frac{\partial \phi}{\partial y} \dots\dots\dots(8)$$

式(1)~(8)により速度ポテンシャル $k\phi$ を求める。速度ポテンシャル $k\phi$ は時間 t および x に関して周期関数であるので、時間に関する周期を T とし、 $x=0$ における波高を H とすると波形 η および ϕ は次のようになる。

$$\eta = \frac{H}{2} e^{i(\sigma t \pm z x)} \dots\dots\dots(9)$$

$$\phi = \frac{H}{2(1+ik\sigma/g\lambda)} \frac{\cosh z(y+h)}{\cosh zh} e^{i(\sigma t \pm z x)} \dots\dots(10)$$

$$\sigma = 2\pi/T$$

* 正会員 農林省農業土木試験場水産土木部第二研究室長
 ** 正会員 農省林農業土木試験場水産土木部
 *** 漁港浅海開発コンサルタント(株)

式(9),(10)に表われる z は境界条件より決まる固有値で次式で与えられる複素数である。

$$-\sigma^2 \cosh zh + \frac{ig\lambda\sigma}{k} \cosh zh + gz \sinh zh = 0 \quad \dots\dots\dots(11)$$

$z = m + ni$ とすると式(11)は次の2式となる。

$$\frac{\sigma^2 h}{g} + \frac{\lambda\sigma h}{k} \tanh mh \tan nh - mh \tanh mh + mh \tan nh = 0 \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$-\frac{\sigma^2 h}{g} \tanh mh \tan nh + \frac{\lambda\sigma h}{k} + mh \tan nh + nh \tanh mh = 0 \quad \dots\dots\dots(13)$$

波形 η は $z = m + ni$ を代入すると次式となる。

$$\eta = \frac{H}{2} e^{i(\sigma t \pm m x)} e^{\mp n x} \quad \dots\dots\dots(14)$$

式(14)にみるように m は波数を表わし、 n は進入距離に対し波高が指数関数的に減少する程度を示しており、これを減衰係数と呼ぶこととする。

x 方向の水粒子速度 u より断面を横切る流量 Q は次のようになる。

$$Q = \int_{-h}^0 u dy = \mp \frac{ikH}{2(1+ik\sigma/g\lambda)} \tanh zh e^{i(\sigma t \pm zx)} \quad \dots\dots\dots(15)$$

(2) 透過堤へ波が入射する場合

図-2のような透過堤を考える。透過堤の外の領域は自由水面であり、透水係数 $k_0 = \infty$ 、空隙率 $\lambda = 1$ である。よって式(12),(13)より堤外での m_0, n_0 は次式となる。

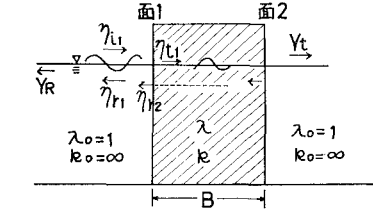


図-2 透過堤

$$m_0 = (\sigma^2/g) \coth m_0 h \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$n_0 = 0 \quad \dots\dots\dots(17)$$

面1における水位および流量の連続の条件から次式となる。

$$\eta_i + \eta_r = \eta_t \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$Q_i + Q_r = Q_t \quad \dots\dots\dots(19)$$

面1で反射する時、透過する時の位相のずれを α_{r1} , α_{t1} とする。この位相のずれを考え、式(14)を式(18)へ代入し、実部、虚部にわけると次式となる。 r_1, t_1 は面1での反射率、透過率である。

$$1 + r_1 \cos \alpha_{r1} = t_1 \cos \alpha_{t1} \quad \dots\dots\dots(20)$$

$$r_1 \sin \alpha_{r1} = t_1 \sin \alpha_{t1} \quad \dots\dots\dots(21)$$

式(15)を式(19)へ代入すると次式が得られる。

$$1 - r_1 \cos \alpha_{r1} + \frac{a_0 + a_1}{b_1} r_1 \sin \alpha_{r1} = 0 \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$1 - \frac{a_0 + a_1}{a_0 - a_1} r_1 \cos \alpha_{r1} + \frac{b_1}{a_0 - a_1} r_1 \sin \alpha_{r1} = 0 \quad \dots\dots\dots(23)$$

a_0, a_1, b_1 は次のような値である。

$$a_0 = \frac{g}{2\sigma} \tanh m_0 h \quad \dots\dots\dots(24)$$

$$a_1 = \frac{k}{2\{1+(k\sigma/g\lambda)^2\}} \frac{(k\sigma/g\lambda) \sinh 2mh - \sin 2nh}{\cosh 2mh + \cos 2nh} \quad \dots\dots\dots(25)$$

$$b_1 = \frac{k}{2\{1+(k\sigma/g\lambda)^2\}} \frac{(k\sigma/g\lambda) \sin 2nh + \sinh 2mh}{\cosh 2mh + \cos 2nh} \quad \dots\dots\dots(25')$$

式(20)~(23)を解くと $r_1, t_1, \alpha_{t1}, \alpha_{r1}$ は次式となる。

$$r_1^2 = \frac{(a_0 - a_1)^2 + b_1^2}{(a_0 + a_1)^2 + b_1^2} \quad \dots\dots\dots(26)$$

$$t_1^2 = \frac{4a_0^2}{(a_0 + a_1)^2 + b_1^2} \quad \dots\dots\dots(27)$$

$$\alpha_{t1} = \tan^{-1} \left(\frac{-a_0 b_1}{a_0^2 + a_0 a_1} \right) \quad \dots\dots\dots(28)$$

$$\alpha_{r1} = \tan^{-1} \left(\frac{-2a_0 b_1}{a_0^2 - a_1^2 - b_1^2} \right) \quad \dots\dots\dots(29)$$

面2においても水位、流量の連続が成立する。ここで反射率、透過率および位相のずれにサフィクス2をつける。水位、流量の連続条件より次式が導ける。

$$1 + r_2 \cos \alpha_{r2} = t_2 \cos \alpha_{t2} \quad \dots\dots\dots(30)$$

$$r_2 \sin \alpha_{r2} = t_2 \sin \alpha_{t2} \quad \dots\dots\dots(31)$$

$$1 - r_2 \cos \alpha_{r2} - \frac{a_0 + a_1}{b_1} r_2 \sin \alpha_{r2} = 0 \quad \dots\dots\dots(32)$$

$$1 - \frac{a_0 + a_1}{a_0 - a_1} r_2 \cos \alpha_{r2} + \frac{b_1}{a_0 - a_1} r_2 \sin \alpha_{r2} = 0 \quad \dots\dots\dots(33)$$

式(30)~(33)より $r_2, t_2, \alpha_{t2}, \alpha_{r2}$ は次のようになる。

$$r_2^2 = \frac{(a_1 - a_0)^2 + b_1^2}{(a_1 + a_0)^2 + b_1^2} \quad \dots\dots\dots(34)$$

$$t_2^2 = \frac{4(a_1 + b_1)^2}{(a_1 + a_0)^2 + b_1^2} \quad \dots\dots\dots(35)$$

$$\alpha_{t2} = \tan^{-1} \left\{ \frac{a_0 b_1}{b_1^2 + a_1(a_1 + a_0)} \right\} \quad \dots\dots\dots(36)$$

$$\alpha_{r2} = \tan^{-1} \left\{ \frac{2a_0 b_1}{a_1^2 - a_0^2 + b_1^2} \right\} + \pi \quad \dots\dots\dots(37)$$

透過堤全体を通じて透水係数が一定とすると面1、面2における反射率は等しく、これを r とおく。また $\alpha_{r2} - \alpha_{r1} = \pi$ となる。

以上の結果より、透過堤全体の反射率、透過率を考え
ると次のとおりとなる。

透過堤全体の反射率 K_R は面 1, 面 2 からの反射波の
合成されたものである。面 1 からの反射波は入射波高を
 H_I とすると次式で表わせる。

$$\gamma_{r1} = \frac{H_I}{2} r \sin(\sigma t + m_0 x + \alpha_{r1}) \quad \dots\dots\dots (38)$$

面 2 からの反射波は、面 1 を透過して面 2 で反射し、
再び面 1 を透過する。再び面 1 を透過する時、面 2 を透
過する時と同様のことがおこる。さらに堤内での波数
 m はほぼ m_0 に等しいので面 2 からの反射波は次のよ
うに表わせる。

$$\gamma_{r2} = \frac{H_I}{2} t_1 r t_2 e^{2mB} \sin(\sigma t + m_0 x + \alpha_{t1} + \alpha_{r2} + \alpha_{t2} + 2m_0 B) \quad \dots\dots\dots (39)$$

B : 堤幅

式 (38), (39) を合成し、 $\alpha_{r2} - \alpha_{r1} = \pi$ の条件を入れる
と透過堤全体の反射率 K_R は次のようになる。

$$K_R = r \sqrt{1 + A^2 + 2A \cos(2m_0 B + \alpha_{t1} + \alpha_{t2} + \pi)} \quad \dots\dots\dots (40)$$

$$A = t_1 \cdot t_2 e^{2mB}$$

透過堤全体の透過率は面 1, 面 2 を透過してくる波で
あるから次式となる。

$$K_T = t_1 t_2 e^{2mB} \quad \dots\dots\dots (41)$$

透過堤内で何回も往復して透過堤全体としての反射波
透過波となる波があるが、小さいものとして無視するこ
ととした。

3. 透水係数 k の決定

透過堤の反射率、透過率を求める式 (40), (41) は透水
係数 k がわからなければ求まらない。透水係数の値に
については富永²⁾らおよび井島³⁾らの提案があるが、こ
こでは以下に述べるように透過率の実験値から逆算する
方法をとった。

透過率の実験は二次元造波水路に直立透過堤を設置し
Healy の方法により、入射波高、反射波高を求めた。実
験諸元は表-1 に示すとおりである。

式 (27), (35) から、表-1 のとおり λ, h を入れ、透水
係数 k と t_1, t_2 および $t_1 \times t_2$ の関係を示したものが

表-1 実験諸元

テトラポッド (800 g)				
堤幅 B cm	空隙率 λ	水深 h cm	周期 T sec	波高 H_I cm
20	0.55	35	0.9	0.5~7.0 (6~7点)
30			1.1	
40			1.3	
50			1.5	
100			1.7	
200			2.0	

図-3 である。 $t_1 \times t_2$ はほぼ一定値であり、その値は
 $k = \infty$ のときの $t_1 \times t_2 = 4\lambda / (1 + \lambda)^2 = 0.916$ となるのがわ
かる。したがって式 (41) は次式で近似できる。

$$K_T \doteq \frac{4\lambda}{(1 + \lambda)^2} e^{2mB} \quad \dots\dots\dots (41')$$

式 (41') を使い各堤幅の実験透過率より n が計算で
き、さらに k が求まることになる。このようにして実
験透過率より求めた k と $H_I/L, B/L$ の関係を示した
のが図-4 である。図には同時に実験式を示している。
この実験式は次のとおりである。

$$k = -520 \log_{10}(B/L) \log(H_I/L) - 620 \log_{10}(B/L) + 100 \quad \dots\dots\dots (42)$$

H_I/L は 1 より小さいので、 k は B/L が大きくなる
と大きくなり、同じ B/L であれば H_I/L が大きくなる
と k は小さくなる。

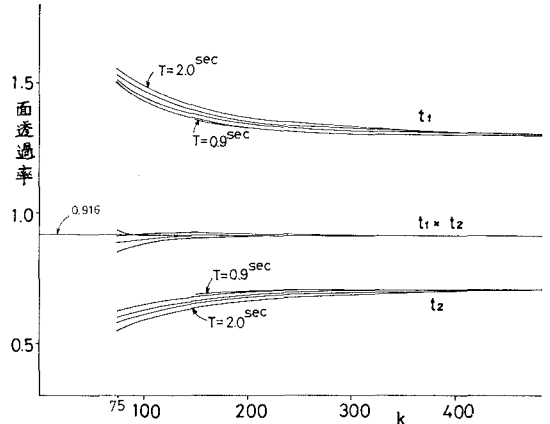


図-3 透水係数と t_1, t_2 の関係

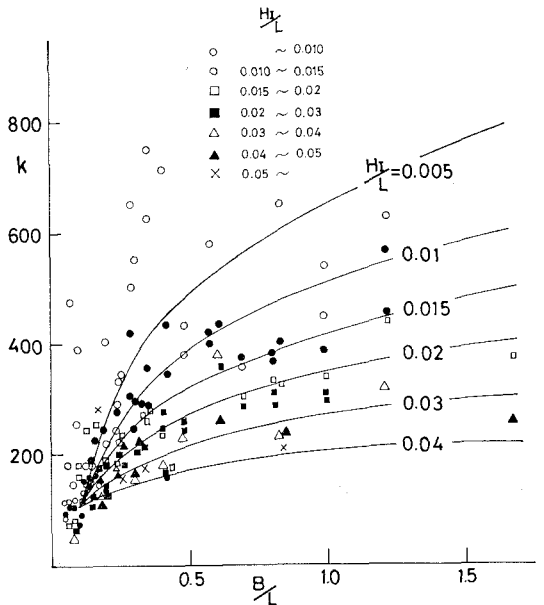


図-4 k と $H_I/L, B/L$ の関係

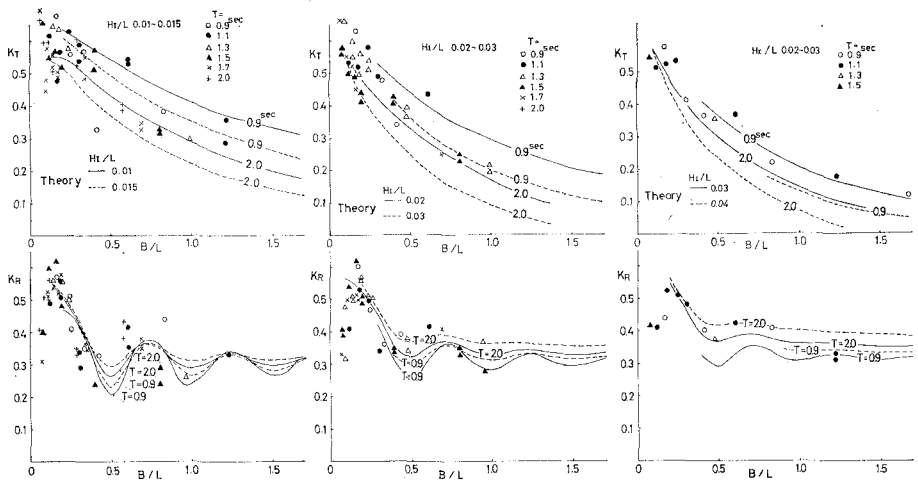


図-5 透過堤の反射率と透過率

4. 計算値と実験値の比較

式(42)から透水係数 k を計算し、式(40),(41)を用いて透過堤全体の反射率、透過率を計算したものが図-5である。図には実験値を示してあり反射率、透過率ともよく一致している。

透過率は B/L の増加に従い減少しており、 H_1/L の大きいほど減少の程度が大きい。反射率は B/L が 0.5, 1.0 で極小値をとり、0.75, 1.25 で極大値をとる。これは堤前面と後面からの反射波の合成によりおこるものであり、 B/L が大きくなると面反射率へ収束してゆく。また振動の幅は H_1/L が小さいほど大きく、 H_1/L が大きいほど小さい。

5. 消波岸壁の反射率

図-6 に示す消波岸壁の反射波は後面での反射率を1とし、位相のずれがないとすると前面の反射波と後面の反射波を合成したものと表わせる。

前面の反射波 η_a 、後面からの反射波 η_b は次式となる。

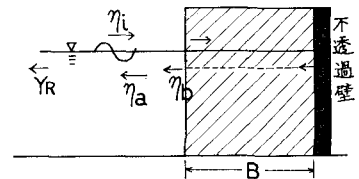


図-6 消波岸壁

$$\eta_a = \frac{H_I}{2} r \sin(\sigma t + m_0 x + \alpha_{r1}) \dots\dots\dots (43)$$

$$\eta_b = \frac{H_I}{2} t_1 t_2 e^{2m_0 B} \sin(\sigma t + m_0 x + 2m_0 B + \alpha_{t1} + \alpha_{t2}) \dots\dots\dots (44)$$

二つの波を合成すると、反射率は次式となる。

$$K_R = \{r^2 + t_1^2 t_2^2 e^{4m_0 B} + 2rt_1 t_2 e^{2m_0 B} \times \cos(2m_0 B + \alpha_{t1} + \alpha_{t2} - \alpha_{r1})\}^{1/2} \dots (45)$$

透過堤と同じ条件で後面に不透過壁をもうけた実験を行い、式(45)と比較したものが図-7である。実験値と計算値は極小値を示す位置が異なるが、傾向は同じである。実験値では $B/L=0.2$ で、計算値では $B/L=0.25$

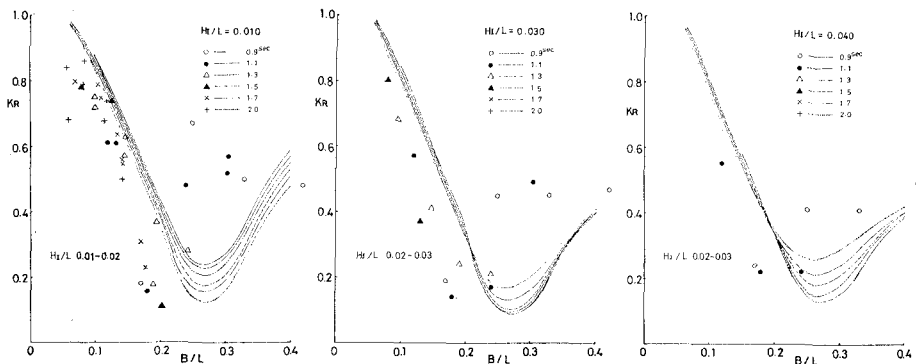


図-7 消波岸壁の反射率

で反射率が極小となる。どちらも B/L が大きくなると再び反射率が大きくなっている。

6. 結 論

以上のことより次のことがいえる。

① 直立透過堤の反射率、透過率は堤を形成しているブロックの透水係数がわかれば、式(40)、(41)より推定できる。

② 透水係数は透過率実験値より求められ、波形勾配、堤幅波長比の関数として与えられる。本実験では式(42)

のようになった。

③ 消波岸壁の反射率は式(46)によって推定でき、ほぼ実験値の傾向を表わしている。

参 考 文 献

- 1) 近藤俊郎・藤間 聡・浅野潤一：第19回海岸工学講演会論文集，1972
- 2) 富永正照・坂本忠彦：第16回海岸工学講演会講演集，1969
- 3) 井島武士・江口泰彦・小林 彰：第18回海岸工学講演会論文集，1971