

透過性構造物内の波の運動に関する研究

——特に非定常下の流体抵抗について——

金山和雄*・藤原輝男**・有木敏幸***

1. まえがき

透過性構造物に波が入射した場合の水理現象については多くの研究がなされて来たが、その現象の複雑さのためにまだ多くの問題を残している。特に波が入射した場合、波エネルギーの一部は反射され、残りの一部はエネルギーを消費しつつ透水体内部を伝達していく。この場合、透水体内の流れはもはや透水係数の概念では説明できないものと考えられる。そこで抵抗係数の概念を導入し、透水体内の波の運動を抵抗を受けながら伝播する波におきかえて考察をした。特に抵抗係数の場所的変化を考慮した解析を進め興味ある結果を得たのでここに報告する。

2. 理論的解析

流体は非圧縮性、完全流体とし、微小振幅波理論を用いれば Fig. 1 に示す座標の下で、運動方程式、連続式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - fu \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + h \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

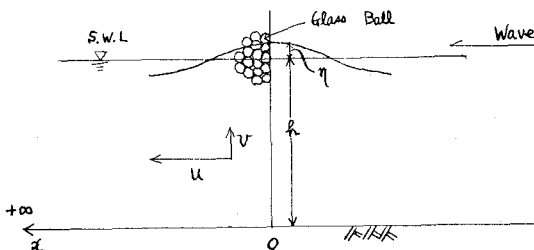


Fig. 1 Notation and Definition of Symbols

ここに、 f は透水体の抵抗係数である。一般に f は場所的関数とされているが、ここでは $f = \text{const}$ の下で解析的に解き、これらの結果を $f = F(x)$ の場合にまで拡張して考察を進める。

(1) 入射波が長波の場合

a) 透水体内の水面形と流速

Fig. 1 の座標の下での境界条件を次式で与える。

$$x=0 \text{ で } \eta = \frac{H_0}{2} \eta(e^{i\sigma t}), \quad x=\infty \text{ で } \eta=0 \dots\dots\dots (3)$$

式 (3) の条件で (1), (2) を解けば透水体内水面形および流速に対して次式を得る。

$$\eta = \frac{H_0}{2} e^{-mx} \sin(\sigma t - nx) \dots\dots\dots (4)$$

$$u = \frac{H_0}{2} \frac{\sigma e^{-mx}}{h \sqrt{m^2 + n^2}} \sin\left\{\sigma\left(t + \frac{\alpha}{\sigma}\right) - nx\right\} \dots\dots (5)$$

y 方向の第 1 近似速度としては $\text{div} V = 0$ より次式を得る。

$$v = \frac{H_0}{2} \frac{\sigma}{h} y e^{-mx} \cos(\sigma t - nx) \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 m, n, α は次式である。

$$\frac{m}{n} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{2gh} \{\sqrt{1 + (f/\sigma)^2} + 1\}}, \quad \alpha = \tan^{-1}(m/n) \dots\dots\dots (7)$$

(2) 入射波が浅水表面波の場合

この場合 u は x, y, t の関数であるため平均流速 \bar{u} により基本式を表示すると次式となる。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - f \bar{u} \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + h \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

ここに $u = \frac{nh \cosh ny}{\sinh nh} \bar{u}$ の関係がある。

式 (8), (9) を (3) の条件で解けば η, u, v に対して次式を得る。

$$\eta = \frac{H_0}{2} e^{-mx} \sin(\sigma t - nx) \dots\dots\dots (10)$$

$$\bar{u} = \frac{H_0}{2} \frac{\sigma e^{-mx}}{h(m^2 + n^2)} \times \{m \cos(\sigma t - nx) + n \sin(\sigma t - nx)\} \dots (11)$$

よって

* 正会員 山口大学助手 工学部土木工学科
 ** 正会員 山口大学教授 工学部土木工学科
 *** 正会員 国 鉄

$$u = \frac{H_0}{2} \frac{\sigma n e^{-m x}}{(m^2 + n^2)} \frac{\cosh n y}{\sinh n h} \times \{m \cos(\sigma t - n x) + \sin(\sigma t - n x)\} \dots (12)$$

$$v = \frac{H_0}{2} \frac{\sigma e^{-m x}}{\sinh n h} \frac{\sinh n y}{\sinh n h} \cos(\sigma t - n x) \dots (13)$$

以上より透水体内において波高および最大流速は x の増加につれて指数関数的に減衰すること、および各式において $m=0$ とおけば長方形水路での理論と一致することがいえる。以上で透水体内の水面形、流速が求められるが、これを用いて水粒子の軌跡および質量輸送速度の理論が展開できる。

3. 実験的解析

(1) 実験装置および方法

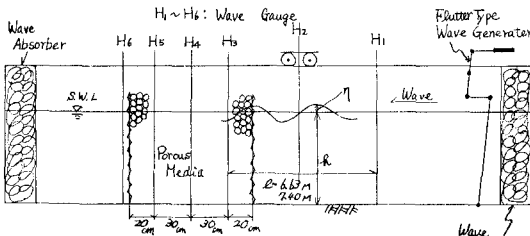


Fig. 2 Arrangement for the Test Channel

実験に用いた造波水槽は長さ 20 m, 幅 0.7 m, 高さ 0.9 m の二次元水槽で片面ガラス張りである。造波機はフラッター型である。水位の測定には容量型波高計を使用し、ペンシロに記録させた。測定量としては入射波の波高, 周期, 波長, 波速および透水体内での波高, および透水体前面での反射波の測定があげられる。透水体内の波高は内径 2.0 cm の塩ビパイプに密に孔をあけその中に波高計を設置して行った。反射波の測定は移動可能な台車に波高計を設置しヒューラーの方法により行った。透水体は直径 2.3, 1.63, 1.2 cm の 3 種のガラス球により製作し, 長さは 1.0 m として行った。前面水深は

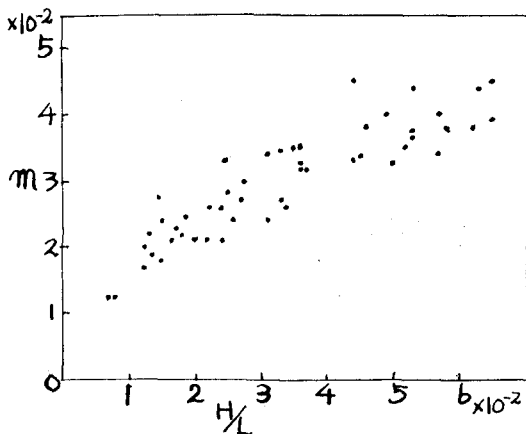


Fig. 4 Relationship between m and H/L

35, 30, 25, 20 cm の 4 種とし, これらの各組合せの透水体に波形勾配 0.008~0.106 の波を入射させ実験を行った。実験に際しては造波水槽の壁による反射の影響の入れぬように十分の注意を払った。波高, 周期は 5 波の平均値より決定した。

(2) 透水体内の波の減衰

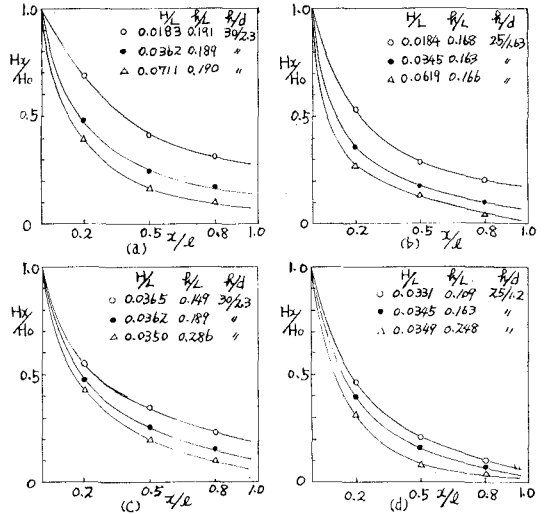


Fig. 3 Decrease of the Wave Height in Porous Media

Fig. 3 は入射波高 H_0 と透水体内各点の波高 H_x との比を縦軸にとり, 透水体内の波の減衰を表示したものである。波高は透水体前部で急激に減衰し, 後部ではゆるやかに減衰する。また減衰の仕方は指数関数的であり式 (4), (10) と矛盾しないものである。減衰の割合は波形勾配 H/L が大きいほど, 相対水深が大きいほど, 粒径が小ほど, 大きくなる傾向を示している。

(3) 非定常状態における抵抗係数の表示

a) f/σ と無次元量との関係

f/σ すなわち m と無次元量 $H/L, h/L, x/L$ との関係

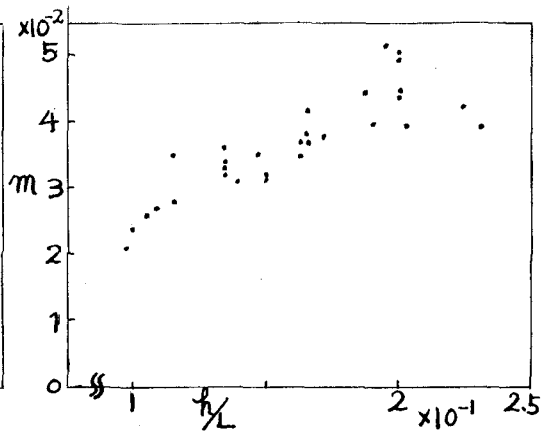


Fig. 5 Relationship between m and h/L

を考察する。先に展開した理論においては m, n は未知のものである。 m, n が求まれば η, u, v は数値的に与えられる。そこで m の性質を決めるために次の考察を進めた。式 (4), (10) に実験値を用い m を決定し、その m と $H/L, h/L, x/L$ の関係を表示したものが

Fig. 4, 5, 6 である。

これらより m と H_0/L の関係はほぼ直線関係にあり、 H_0/L が大きくなるほど m は大きくなる傾向を示している。また一方 m と h/L の関係においても、多少のばらつきは認められるが h/L が大きくなるほど、 m が大きくなる傾向が出ている。Fig. 6 は m と x/L の関係を H/L をパラメーターとして表示したものである。これより、 m は x/L が小さい範囲では急激に減衰し、その減衰の度合は H/L の大きいほど大であり、 x/L が大きくなると一定値に漸近する傾向を示し、その一定値は波形勾配の大きいものほど、大きい値をとることが言える。これらのことを考慮し、数回の試行の結果 m に対する最適な無次元積として $H_0^2 h/L^2 x$ を得た。Fig. 7~12 はこれらの関係を x, h, d をパラメーターとして表示したものである。

これらによると m と $H_0^2 h/L^2 x$ は多少のばらつきはあるものの両対数紙上で直線関係にあると言える。このことから次式による近似が可能と言える。

$$m = \alpha (H_0^2 h/L^2 x)^\beta \dots\dots\dots (14)$$

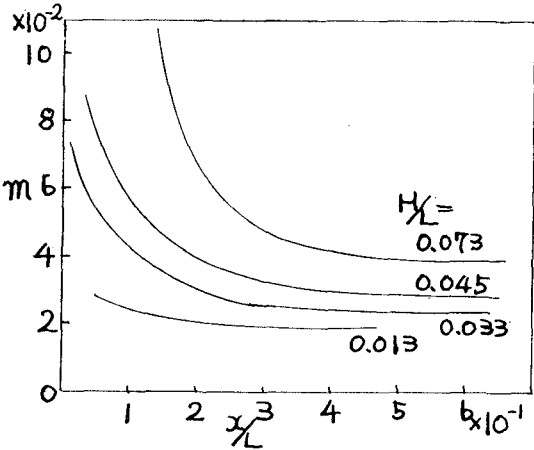


Fig. 6 Relationship between m and x/L

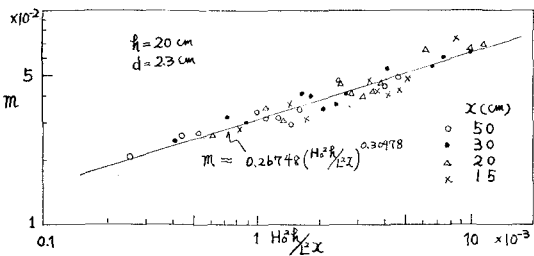


Fig. 7

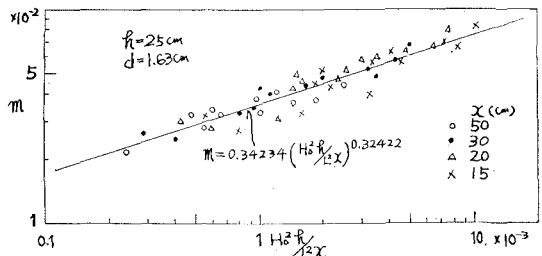


Fig. 10

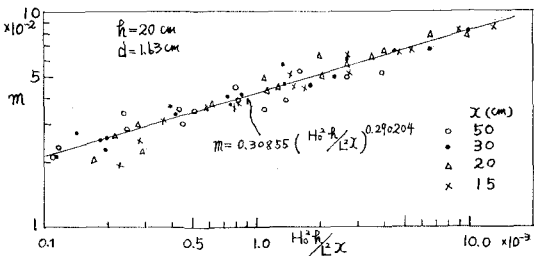


Fig. 8

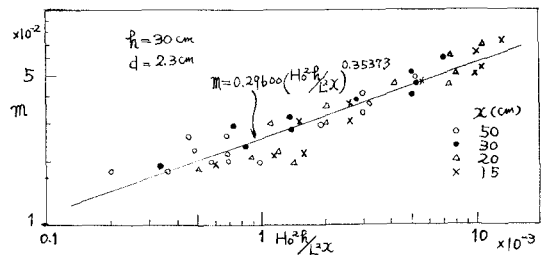


Fig. 11

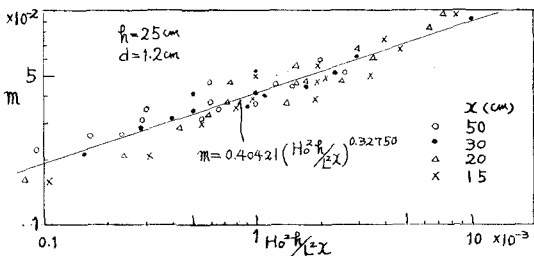


Fig. 9

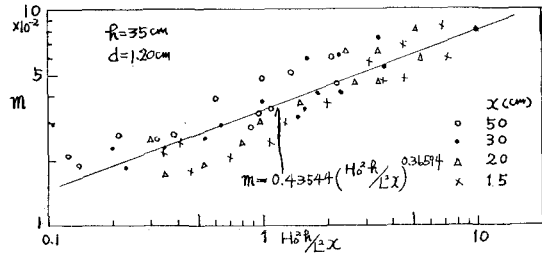


Fig. 12

Fig. 7~Fig. 12 Relationship between $H_0^2 h/L^2 x$ and m

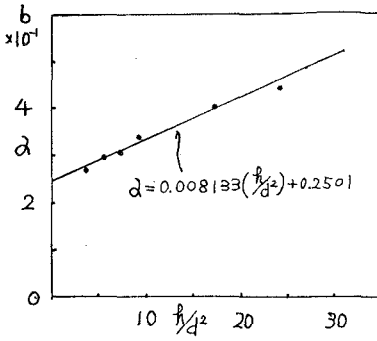


Fig. 13 Relationship between α and h/d^2

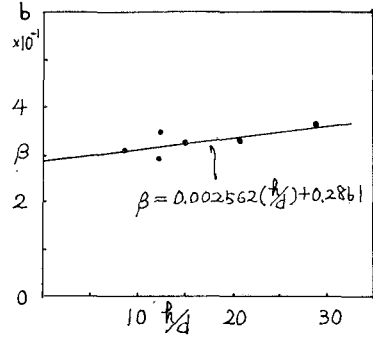


Fig. 14 Relationship between β and h/d

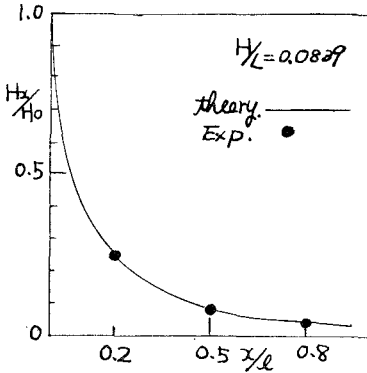


Fig. 15

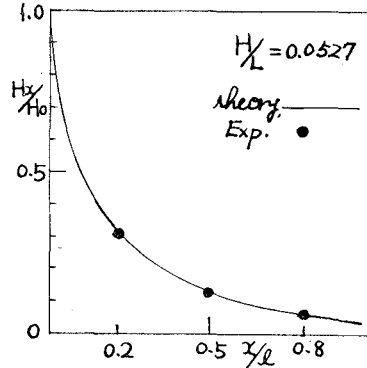


Fig. 16

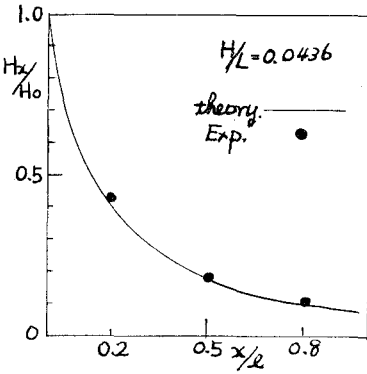


Fig. 17

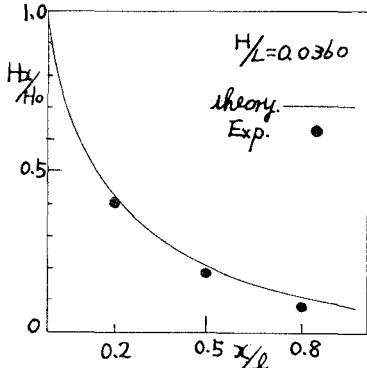


Fig. 18

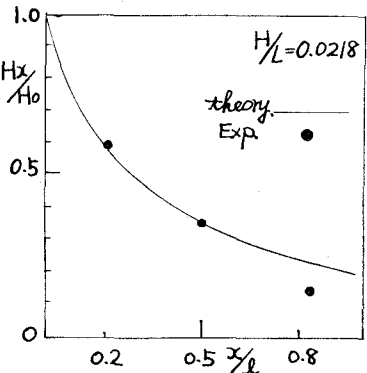


Fig. 19

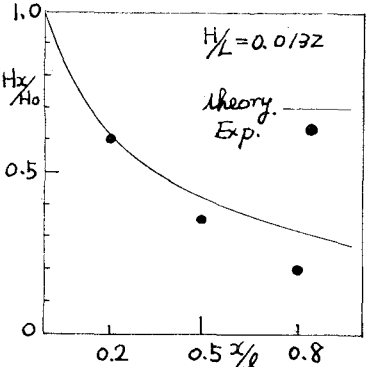


Fig. 20

Fig. 15~Fig. 20 Comparison of the Experimental results with the Calculated results

ここに、 m の次元は $[L^{-1}]$ であることを考慮して各グラフ (Fig. 7~12) 中に示してある α, β の値を各物理量との関係を示したのが Fig. 13, 14 である。Fig. 13 は α と h/d^2 , Fig. 14 は β と h/d の関係を示したものである。

これらのグラフより α, β に対して次式を得る。

$$\alpha = 0.008133 (h/d^2) + 0.2501 \dots \dots \dots (15)$$

$$\beta = 0.002562 (h/d) + 0.2861 \dots \dots \dots (16)$$

よって抵抗係数は

$$f/b = \sqrt{\left\{ \frac{2ghm^2}{\sigma^2} + 1.0 \right\}} - 1.0, \\ m = \alpha X^2, \quad X = H_0^2 h / L^2 x \dots \dots (17)$$

で与えられる。

以上より波長, 波高, 周期, 前面水深, および透水体構成材の代表長が与えられれば場所的な変化を考慮した m すなわち抵抗係数が一義的に求まる。

4. 理論と実験との対応

(1) 透水体内の波の減衰

Fig. 15~20 は透水体内の波の減衰についての理論値と実験値とを対応させたものである。ここで理論値とは式 (17) を式 (4), (10) に用いた計算結果である。

これらより, 波形勾配が 0.030 より大きい波の場合には理論値は適正な値を与えるが, それ以下では理論値が実験値より大きい値を与える傾向にあることがいえる。このことは抵抗係数の場所的変動の少ない長波に対して, それを考慮した式 (17) を適用したことによるものと考えられる。

Fig. 21 は実験値の m と式 (17) による m とを長波と浅水表面波の場合について対比させたものである。長波においては実験値は漸減して一定値に近づくのに, 理論の m は急激に減衰して一定値に近づい

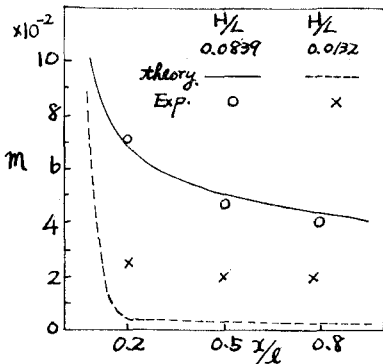


Fig. 21 Comparison of the Experimental results with the Calculated results

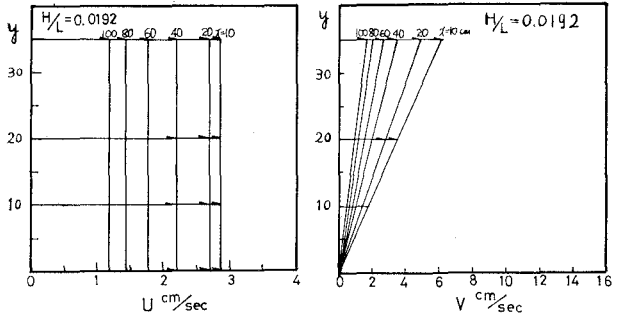


Fig. 22 Velocity distribution in Porous Media (long Wave)

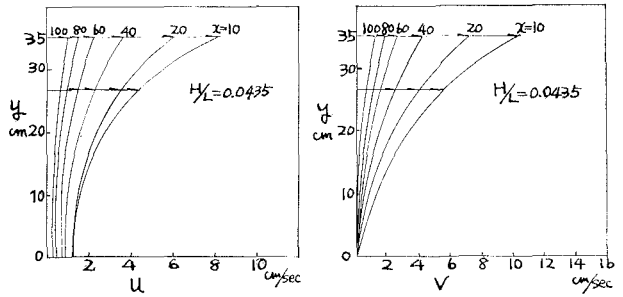


Fig. 23 Velocity distribution in Porous Media (Shallow water Wave)

ている。浅水表面波の場合には両者ともほぼ適正に近似していることがわかる。

(2) 透水体内の流速の推算

透水体内の水面形に関して理論値と実験値の間に適正な近似が得られたことより, 透水体内の流速の推算が可能であろう。Fig. 22~23 はおのおの長波, 浅水表面波の流速分布を示したものである。

長波の場合は u, v ともに透水体奥部程小さくなり, 透水体前部で最大値をとる。波形勾配 0.0218 で $u = 5 \text{ cm/sec}$ ($x = 10 \text{ cm}$), $v = 7.3 \text{ cm/sec}$ ($x = 10$, 水面) の値をとる。浅水表面波においても, 透水体前部で大きく, 奥部に進むにつれて小さくなる。波形勾配が大きいほど, 流速の減衰は激しい。また透水体奥部では流速分布がうすれ, 長波の速度分布に近づく傾向を示し, 圧力は静水圧分布をしているものと推察できる。波形勾配

0.0839 で u, v の最大値は 10.2 cm/sec, 13.9 cm/sec の値を示した。

5. 結 論

透水体内の波の運動に関して研究を行い、主として抵抗係数の表示、流速の推算を行い、次の点を明らかにした。

(1) 透水体の波動運動下における抵抗係数に対して次式を得た。

$$f/b = \sqrt{\left\{ \frac{2ghm^2}{\sigma^2} + 1.0 \right\}^2 - 1.0}$$

ここに, $m = \alpha X^\beta$, $X = H^3 h / L^2 x$,

$$\alpha = 0.008133 (h/d^2) + 0.2501$$

$$\beta = 0.002562 (h/d) + 0.2861$$

(2) 透水体内の水面形の表示において f/σ の表示

の妥当性を得た。

(3) 透水体内の流速を推算した。特に流速分布は透水体奥部ではうすれ、静水圧分布をしていることを推定した。

以上多くの問題を含むが現在研究、実験中であり、次報に期待したい。

参 考 文 献

- 1) 井島武士, 外: 第20回海岸工学講演会論文集, p. 21.
- 2) 近藤俊郎, 外: 第18, 19回海岸工学講演会論文集, p. 131, p. 193.
- 3) 富永正照, 外: 第16回海岸工学講演会論文集.
- 4) 永井莊七郎: 水理学, コロナ社.
- 5) 佐藤清一: 水理学, 森北出版.
- 6) 井島武士: 海岸工学, 朝倉書店.
- 7) 金山和雄: 山大工研報告, 第25巻1号, 1949年.