

# 円柱に作用する規則波による揚力について

榎 木 亨\*・中 村 孝 幸\*\*・喜 田 浩\*\*\*

## 1. 緒 言

従来、円柱に作用する波力の研究は、主として、いわゆる Morison 式で表現される波の進行方向の流体力にのみ着目して行われてきた。しかながら定常流中における円柱と同様に、波動場においても渦の形式、掃き出しなどの影響により流れと直交方向に力（揚力）が生じていることが予想される。この事実はすでに Bidde<sup>1)</sup>により指摘され、その揚力の大きさが波の進行方向の力（直方向力と称す）の極大値の6割程度にも達することが報告されている。また著者らの揚力の不規則性を考慮した極大揚力の最大値および有義量で整理した結果<sup>2)</sup>においても、この揚力の大きさは直方向力の10割以上にも達しており、さらにU字管による振動流を用いた Sarpkaya<sup>3)</sup>の研究においても同様の値が報告されている。

このように揚力は大きさにおいても直方向力に比して無視できない量となるばかりでなく、直方向力に比し高周波成分を有する特性を示し、構造物の振動特性を考える上で重要な要因と考えざるをえない。また、このように揚力が直方向力に比して有義なものとなってくると、円柱に作用する波力としては、直方向力と揚力の合力としての取扱いが当然必要となるが、この場合揚力と直方向力の極大値のあらわれる位相関係が問題となってくるであろう。

以上のような円柱に作用する総合波力のうち、本報においては従来あまり論議されていない揚力をとりあげ、単円柱に作用する規則波によって生じる揚力の特性を、i) 揚力の出現条件と円柱後流渦のパターンとの関係、ii) 揚力の大きさおよび揚力係数の定式化、iii) 揚力と直方向力の出現時の位相関係、iv) 揚力の周波数特性の各項目から検討したものである。

## 2. 実験方法

円柱に作用する波力の測定は、昭和49年度年次学術講演会概要集<sup>4)</sup>に示したものと同一変形両端固定梁形式

のものを用いて行ったが、この波力計の水中固有振動数は25 Hz前後で、直方向力に比して周波数の比較的高い揚力測定に対しても十分測定可能と考える。また揚力測定の場合には直方向力も同時に作用するので、波力計は測定方向に直交する力に応答する感度が十分小さいことが必要となるが、本実験に用いた波力計は1/40程度の感度であり、十分正確に波力測定が可能である。

波力測定用の円柱の径は2.6 cm, 4.2 cm, 7.4 cmの3種類を用い、ひずみゲージ板の方向を90°回転させることにより揚力および直方向力の測定を行った。なお実験時の水深は35 cmに保持し、水槽幅75 cmの中央部に波力測定円柱を設置している。また作用する波の波高測定は円柱中心真横と沖側の2か所で行い、円柱後流渦の測定は静水面上1 mの地点に設置した16 mmシネカメラによって撮影して求めたが、その際のトレーサーとしては各トレーサーを試用した結果、米ぬかを採用している。さらに以上の流況測定と揚力および水面変動を対応させるため、撮影と同時にこれらの測定を行い、パルス発振器を用いて同期化を行っている。

## 3. 揚力の出現条件と円柱の後流渦のパターン

揚力の出現条件は渦の発生およびその規模と密接な関係があると考えられる。このためまず波動場における円柱まわりの渦の形成パターンを分類する必要がある。Bidde<sup>1)</sup>はその渦のパターン別の分類を行っているが、著者らも後述の揚力の特性を明らかにするために上述の3種類の径をもつ円柱まわりの渦のパターンの分類を試みた。渦の分類に当って、そのパターンを支配する要因としては円柱レイノルズ数  $Re$  と、Keulegan および Carpenter によって提唱された  $K-C$  数  $(uT/D)$  が考えられる。著者らはえられた渦のパターンを  $Re$  数別および  $K-C$  数別に分類してみたが、集中渦の発生および集中渦の対称性に対する  $Re$  数別の分類はできなかった。

一方、 $K-C$  数別に渦のパターンを分類したものが図—1であって、その渦の発生および対称性に対して、この  $K-C$  数がきわめて大きな支配要素といえよう。なお図—1に示す  $K-C$  数は渦が水表面の現象としてとらえているため、水表面上のトレーサーの半周期における移

\* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

\*\* 学生会員 工修 大阪大学大学院工学研究科

\*\*\* 正会員 工修 住友金属工業 (元大阪大学大学院生)

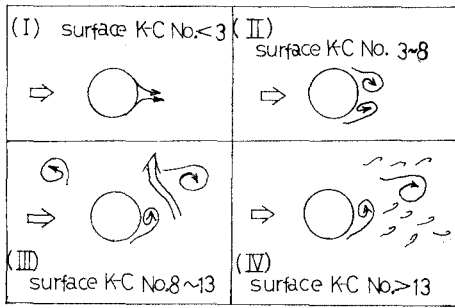


図-1 渦のパターンの分類

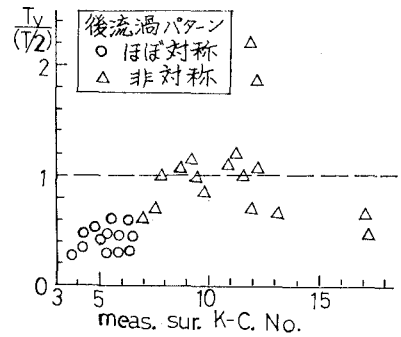


図-2 渦の残存時間と K-C 数の関係

動距離  $S$  をフィルム面上で読みとり、これを式(1)で示す関係により K-C 数に換算した値で、ここではこのような水表面の K-C 数を表面 K-C 数と称しておく。ここに  $D$  は円柱径である。

$$\pi S/D = \pi \left| \int_0^{T/2} u_{\max} \cdot \sin \omega t \cdot dt \right| / D = u_{\max} \cdot T/D$$

.....(1)

式(1)で求められる測定 K-C 数は式(1)に微小振幅波理論を適用して算定した値とほぼ一致している。

さて図-1の(I)の渦パターンは、表面 K-C 数が3より小さい場合で、円柱背後の集中渦の発生はみられないが、この場合後流のはく離現象は認められる。なおこのはく離の生じる限界 K-C 数については十分確かめられなかった。

図-1(II)は表面 K-C 数が3から8の領域の場合で、円柱背後の後流渦はほぼ対称的に発生し、時間の経過とともにその循環はほぼ同等の割合で成長していく場合である。この渦は完全に掃き出されるにいたらず流れの逆転時には渦の発生した円柱壁付近を通って逆進し消滅する。また図-1(III)は表面 K-C 数が8から13の範囲の状態、後流域は時間の経過とともに一方の側が渦に巻込まれ、その渦の循環は大きく成長し、円柱より掃き出されるとともに円柱他側面の渦も成長し始める。一方先に掃き出された渦は円柱より大きく離れるが消滅することなく、逆循環を有する後発の渦と一対になって円柱の後流域に大きな渦対による速度場を誘起する。そして波の方向が逆転する後の半周期において、速い方の渦は残存し、近い方の渦のみが円柱表面を移動して反対側にうつつり次の発生した渦と重なり合う。図-1(IV)は表面 K-C 数が13より大きい場合で、発生後掃き出された渦

が流れの逆転に際し乱れによってすぐ消滅してしまい、後の半周期においては渦の残存の影響はほとんどないという点において(III)のパターンとことなっている。このような渦の残存時間( $T_v$ )を示したのが図-2であって、渦の残存時間 $T_v$ と波の半周期 $T/2$ の比の K-C 数による変化を示している。この図において縦軸の比が1より大きい場合が渦の後半周期への残存を意味している。またこの図には渦の対称、非対称別に残存時間を示したが、対称渦の場合一般に短い残存時間しか示さない。上述した後流渦のパターンの分類は先に述べた Bidde の分類とは若干ことなり、K-C 数が3より大きい場合に Bidde が指摘したような Karman 渦列の発生は見出されず、Karman 渦列はさらに大きい K-C 数においてあらわれるものと推定される。(Keulegan-Carpenter<sup>4)</sup>らは K-C 数110付近で Karman 渦列が観測されたと報告している。

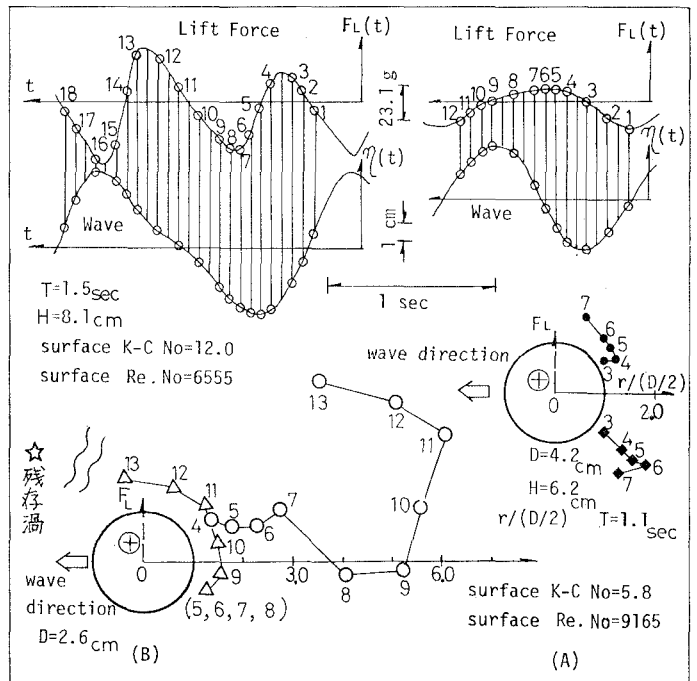


図-3 揚力と渦パターンとの関連図

以上の渦のパターンと揚力の関係を次に明らかにしていこう。

揚力は Bidde<sup>1)</sup>, Sarpkaya<sup>3)</sup>, 著者<sup>2)</sup>らがすでに指摘しているように K-C 数が 3 よりも小さい場合でも存在するが、その大きさは直方向力に比して無視できる程度であり、揚力は渦のパターンが (II)(III) の状態になったとき明確に現われてくる。この揚力の出現を後流の集中渦と関連させて示したのが 図-3 (A), (B) で、図中の  $F_L(t)$  は揚力,  $\eta(t)$  は水面変動, 円柱まわりの 1~7 の数字は渦中心の変化を与え,  $F_L(t)$  の番号に対応するものである。(A) は表面 K-C 数が 5.8 で、図中の番号 3 の位相でほぼ同時に渦が対称に発生する。このときの揚力をみても揚力は 0 となる。その後時間の経過とともに渦はその対称性を失い、非対称性の最大となる No. 6 の位相で揚力も最大となり、流れの逆転に伴って揚力は減少していく。この場合揚力は波の基本周波数と一致している。一方 (B) は表面 K-C 数が 12 で、渦は No. 3 から 4 のとき一方に渦が形成される。このとき揚力はその方向に極大値となり、時間経過とともに初期渦が流下してしまい、他側面に渦が形成、成長していくにしたがって揚力は逆向きに作用しはじめる。そして No. 7~8 付近でこの負の揚力は極大値を示す。その後 No. 8~13 まで流れの逆転に伴い渦が移動するにしたがって揚力は変動し、その結果揚力は波の周波数の 2 倍周波数となってあらわれてくる。以上のように渦の非対称性が揚力の出現および周波数の増大を示す原因となるが、このような渦の特性と流体力とを結びつける理論としては、ポテンシャル渦を考え、非定常ブラジウスの式を適用して流体力を求める方法がある。Sarpkaya<sup>5)</sup> は等加速度流体における円柱に作用する直方向力についてこの方法を適用して算定式を求めている。本研究のような波動場においてこのような手法を適用するには、前述した残存渦度の影響ならびに渦度の鉛直分布など問題点を有しているが、一応ここでは揚力算定にこの方法を用いて揚力係数の算定を行ってみよう。

#### 4. 揚力の大きさと揚力係数

揚力の大きさについては K-C 数 15 付近で直方向力の 6 割もの大きさを示すことはすでに述べた。しかし揚力の特性は波の特性および直方向力に比べてかなり不規則であり、その一例を示したのが 図-4 である。この不規則性は波が規則波であっても後流渦のパターンが規則的とならないかぎり出現する。著者らはこのような不規則性を考慮して揚力を整理するのに 1/10 有義極大揚力 ( $F_{L1/10}$ ) を波 60 波分に相当する記録より求め、極大直方向力 ( $F_m$ ) との比でもってあらわした。図-5 はその比の K-C 数の変化に伴う変動を示したものである。なおここで用いた K-C 数は揚力として全体揚力をとりあ

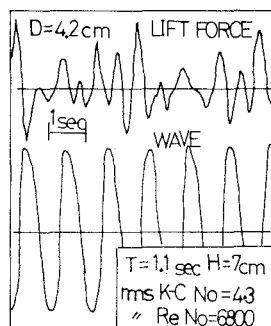


図-4 揚力の時間変動

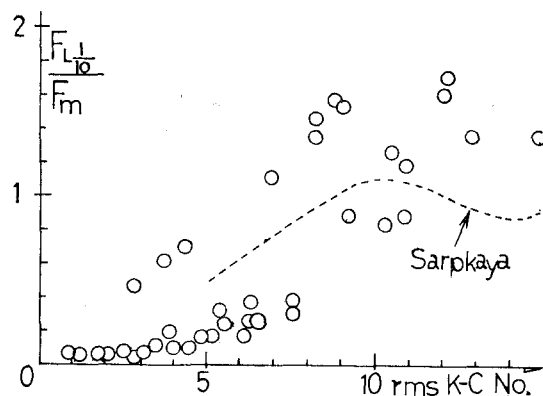


図-5 極大揚力の大きさ

げているため、表面 K-C 数で表示せず、水粒子速度  $u$  に  $u$  の水深方向の r.m.s 値を用いた K-C 数で表示してある。(これを r.m.s K-C 数と称しておく)。この r.m.s K-C 数は先述の表面 K-C 数に比べてほぼ 2 程度小さい値を示す。また 図-5 中には U 字管による振動流を用いた Sarpkaya の結果も点線で示してある。この図より r.m.s K-C 数が 5~6 付近より  $F_{L1/10}/F_m$  は急激に増大し、r.m.s K-C 数 11 付近で最大 1.7 程度に達している。この急激に増加しはじめる r.m.s K-C 数 5~6 は表面 K-C 数に補正すると 7~8 であり渦の非対称なパターンがあらわれる領域に一致し後流渦の非対称性が大きな揚力を生ぜしめる原因となっていることがわかる。

次に、微小振幅波理論を用いて抗力係数を求めるのと同様の方法で、先述の 1/10 有義極大揚力の値を用いて求めた揚力係数  $C_{L1/10}$  の変化を r.m.s K-C 数を横軸にとって示したのが 図-6 であって、同図中に点線で前述の Sarpkaya の結果をも示してある。これによると、K-C 数の増加とともに  $C_L$  は増大し、r.m.s K-C 数 12 付近で 3.5 程度に達し、その後また減少してからさらに K-C 数の増加に伴って増大している。

著者らはここで Sarpkaya<sup>5)</sup> が導いた揚力表示式 (2) 式を用いてこの揚力係数を検討してみた。

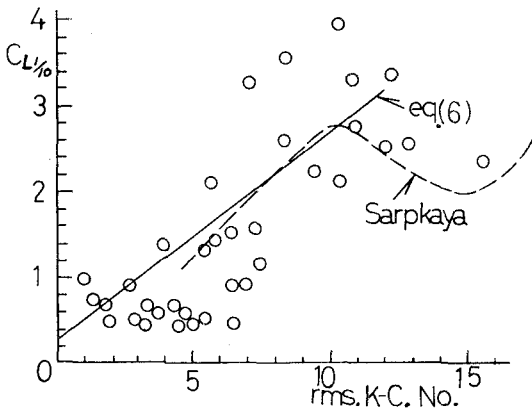


図-6 揚力係数

$$F_L = -\rho \sum_{k=1}^m (U - u_k + u_{ki}) \Gamma_k - \rho \sum_{k=1}^m \left( \frac{D}{2r_k} \right)^2 \times p_k \frac{\partial \Gamma}{\partial t} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $U$ : 主流速度,  $u_k$ :  $k$  番目の渦糸の移動速度,  $u_{ki}$ :  $k$  番目の鏡像渦糸移動速度,  $\Gamma_k$ :  $k$  番目の渦糸の循環で左まわりを正とする,  $p_k$ :  $k$  番目の渦糸位置の  $x$  座標,  $D$ : 円柱径,  $r_k$ :  $k$  番目の渦糸の円柱中心よりの距離

この式(2)に図-1(Ⅲ)の渦パターンをモデルとしてえらび、遠方の渦は揚力に関係ないものとする。さらに図-3(B)のNo. 5, 6, 7, 8にみられるように極大揚力を示すとき渦は固定したようにみえるので、上式の  $u_k = u_{ki} = 0$  とし、渦が1個の場合を想定すると、式(2)は式(3)のように変形できる。

$$F_L = -\rho U \Gamma - \rho \frac{D}{2} \left( \frac{D}{2r} \right) \frac{p}{r} \frac{\partial \Gamma}{\partial t} \dots\dots\dots (3)$$

式(3)の  $D/r$  および  $p/r$  に本実験で観測された値,  $D/r = 1/2, p/r = 1/2$

を代入し、さらに式(3)中の  $\partial \Gamma / \partial t$  については定常流の境界層および等加速度流における無次元渦度流束の表示式

$$(\partial \Gamma / \partial t) / U^2 = 0.98 \dots\dots\dots (4)$$

を用い、式(4)中の  $U$  を  $U_m \sin \omega t$  として  $t = 0 \sim T/4$  までを積分した値を用いると、式(3)は式(5)のように書き改められる。

$$F_{Lmax} = -\frac{1}{2} \rho D U_m^2 \left\{ 0.245 \frac{U_m \cdot T}{D} + 0.245 \right\} = -\frac{1}{2} \rho D U_m^2 C_L \dots\dots\dots (5)$$

式(5)中の  $U_m T / D$  は K-C 数であり、{ } 内は揚力係数  $C_L$  に相当する。なお式(4)において  $t = 0 \sim T/4$  までの積分値を用いたのは図-3(B)からわかるよう

に  $0 \sim T/4$  の間で渦度の積分値がこの時点の全渦度となるからである。

式(5)より揚力係数  $C_L$  は式(6)で与えられる。

$$C_L = 0.245 [(K-C) \text{数}] + 0.245 \dots\dots\dots (6)$$

式(6)を図-6に同時に示した。図-6からわかるように、式(6)の  $C_L$  は K-C 数 6~12 の範囲では実験結果および Sarpkaya の実験結果ともよく一致しているがそれ以外の範囲ではその一致度は不十分である。これは式(6)を導いた渦のモデル想定がこの範囲に相当するためと考えられ、今後さらに各領域の渦のモデルに対して式(6)に対応する形の式を求めていきたい。

(5) 揚力および直方向力の位相関係

極大揚力と極大直方向力のあらわれる位相の関係を求めたのが図-7であって、先に述べたように揚力は一般に2倍周波数であられるが、1倍周波数のみあらわれる場合もあるので区別して同時に示した。なお同図中の実線は直方向力にモリソンの波法式を用いて理論的に得られる極大直方向力の出現位相式(7)を示す。

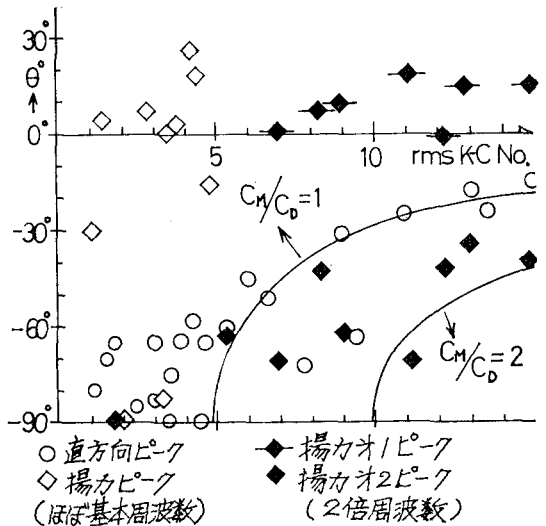


図-7 揚力と直方向力の位相

$$\left. \begin{aligned} \theta = \omega t = \cos^{-1} \left[ \frac{\pi^2 C_M}{2 C_D} \cdot \frac{D}{U_m T} \right] - 90^\circ, \\ \frac{\pi^2 C_M}{2 C_D} \cdot \frac{D}{U_m T} < 1 \\ \theta = -90^\circ, \quad \frac{\pi^2 C_M}{2 C_D} \cdot \frac{D}{U_m T} \geq 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $C_M$ : 慣性係数,  $C_D$ : 抗力係数である。

図-7からわかるように、直方向力の波の出現する位相はほぼ  $C_M / C_D = 1$  とした式(7)の理論曲線とほぼ一致し、K-C 数の増加とともに  $\theta = -90^\circ$  より  $0^\circ$  に近づく傾向にあり(波の峯の位相に近づく)、一方揚力の極大値はその変化が1倍周波数で変化する場合と2倍周波

数で変化する場合と2種類混在するため、ばらつきは大きい、 $\theta=0^\circ\sim 20^\circ$ の範囲で出現しており、K-C数が大きくなるにしたがって直方向力の出現位相ときわめて近い位相を示すようになる。したがってこのような場合には、たとえば直方向力と揚力の比が1:1とするならば(図-5参照)円柱に作用する総合波力は直方向力の約1.4倍となり、従来の直方向力のみでの設計法ではきわめて危険側の波力算定となっていることがわかるであろう。

6. 揚力の周波数特性

次に揚力の周波数特性を調べるために、60秒間の揚力変動記録より自由度27で揚力スペクトルを求め、そのパワースペクトラム  $S_L(f)$  を分散  $\sigma_L^2$  で除して標準化したスペクトル密度  $S_L(f)/\sigma_L^2$  と r.m.s K-C数との関係を求めたのが図-8および図-9である。図-8は波の1倍周波数(基本周波数)  $f_1$  の点の  $S_L(f_1)/\sigma_L^2$  をとりあげ、図-9は波の2倍周波数  $f_2$  の点の  $S_L(f_2)/\sigma_L^2$  の

変化を示している。図-8および9より揚力のスペクトル密度は1倍周波数のものと2倍周波数のものとは全く逆の傾向を示し、K-C数が2以下では1倍周波数のスペクトル密度が卓越しているのに対しK-C数が6より大きい場合には2倍周波数のスペクトル密度が卓越することになり、その間のK-C数2~6の範囲が、同程度のスペクトル密度で共存していることになる。このスペクトル密度の特性は先述の渦のパターンと密接な関係があり、r.m.s K-C数を、表面K-C数に補正すると、この領域が図-1の(I),(II),(III)の渦パターンと対応することがわかる。また揚力の2倍周波数のスペクトル密度はr.m.s K-C数が11付近までK-C数とともに増加し、それ以上のK-C数になると減少していつているが、これもまた図-1のIIIからIVへの渦パターンの変化に基づくものであろう。

以上揚力のスペクトル密度に対するK-C数の効果を明らかにしたが、このスペクトル密度に対しては円柱レイノルズ数の効果もあらわれてくるようであって、図-8および9中に円柱径によって、そのスペクトル密度の変化の傾向がことなっている。

なお直方向力スペクトルについては1倍周波数に対するスペクトル密度が卓越しており、K-C数による変動は小さく、ほぼ  $S_F(f_1)/\sigma_F^2=1.9$  という1定値を示すことを付記しておきたい。

次に揚力のエネルギー密度のピーク周波数  $f_p$  の変化を求めたのが図-10であって、この  $f_p$  を波の基本周波数  $f_1$  で除した値のK-C数の変化を示している。なお同図中に、定常流の渦の掃き出し周波数  $f_e$  と  $f_p$  が一致するものと仮定し、渦の掃き出し周波数  $f_e$  として定常流中の渦掃き出し周波数を与える Roshko<sup>6)</sup> の式 ( $f_e=0.21 U/D$ ) を破線で示している。

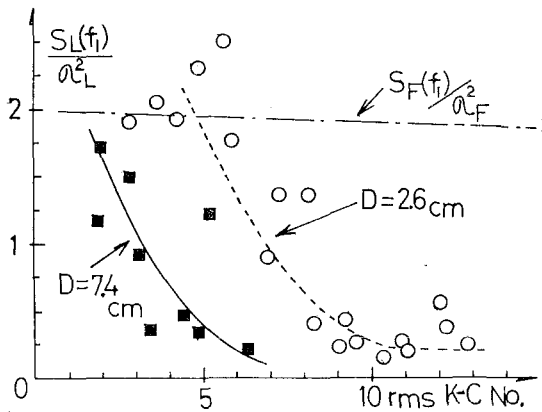


図-8 揚力の基本周波数スペクトル密度の変化

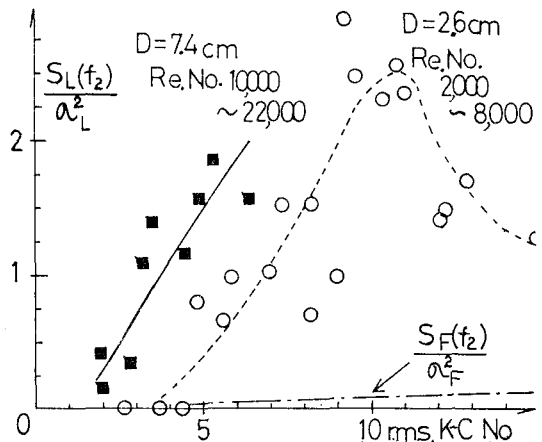


図-9 揚力の2倍周波数スペクトル密度の変化

$$f_p/f = 0.21 \frac{U_m \cdot T}{D} \dots\dots\dots(8)$$

図-10によると、 $f_p/f$  は1より2へ不連続に変化し、式(8)で示すような連続的な変化は示さない。このことから波動場では定常流とことなる渦の掃き出し構造を有しているものと推定されよう。

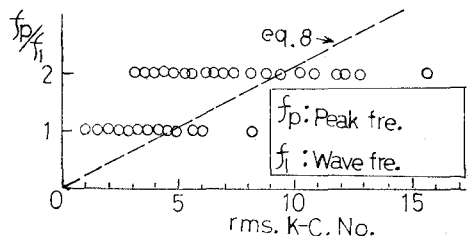


図-10 スペクトル密度のピーク周波数の変化

## 6. 結 語

以上単円柱に作用する規則波による揚力の特性について検討し, i) 波動場における円柱後流の渦パターンは  $K-C$  数と密接な関係があること(図-1 参照), ii) 揚力の大きさは渦の非対称性に左右されること, iii) 極大揚力の出現する位相は極大直方向力の出現する位相とほぼ一致し, 円柱に作用する総合波力としては従来の直方向力のみで設計するときわめて危険側の設計になること, iv) 揚力のスペクトル密度は, その波の基本周波数と2倍周波数とでは全く逆の傾向を示すことなどが明らかになった。

なお本研究に当っては実験およびとりまとめに協力をいただいた三木秀樹君(現大学院生)に謝意を表するとともに, 本研究は文部省科学研究費(試験研究(2))の一部によって行われたことを付記しておく。

## 参 考 文 献

- 1) Dividas D. Bidde: Wave forces on a circular pile due to eddy shedding., Univ. of Calif., Berkeley, Calif., Hyd. Eng. Lab., Tech. Rept. HEL 9-16, June 1970.
- 2) 榎木: 中村: 喜田: 円柱に作用する波力—特に抗力と揚力の特性について—, 土木学会第29回年次学術講演会講演集, 1974, pp. 36-37.
- 3) Turgut Sarpkaya: Wave forces and periodic flow about cylinder, Summaries Coastal Engineering, 1974, pp. 271-274.
- 4) Keulegan, G.H. and Carpenter, L.H.: Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid, Jour. of Nat. Bur. Stand. Vol. 60, No. 5, 1958, pp. 423-440.
- 5) Turgut Sarpkaya and C. J. Garrison: Vortex formation and resistance in unsteady flow, Transaction of the ASME, Jour. Applied Mechanics, Vol. 30, March 1963, pp. 16-24.
- 6) Anatol Roshko: Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds Numbers, Jour. Fluid Mechanics, Vol. 10, Part 3, May 1961, pp. 345-356.