

海中落体の着底衝撃に関する研究

—人工魚礁の設計外力の算定—

中 村 充*・上 北 征 男**・飯 野 達 夫***

1. はしがき

今春行われた国際海洋法会議の結果は、日本の水産にとって重大な内容をもち、国民の動物蛋白源の 52% を占める水産資源の確保、すなわち従来のとる漁業からつくる漁業への転換が急がれています。このような状況の中で日本沿岸における水産の生産性を向上させる方策がいろいろ考えられています。本報告でとり上げた人工魚礁の設置もその一つであるが、その設置に際しては、工学的な未解決な問題点が多い。

人工魚礁は、海底または海中に地形的に変化を与えて、集魚を図る漁具として、あるいは増殖、培養を図る漁場造成として重要である。材料としては、投石、コンクリート魚礁、鋼製魚礁をはじめ古タイヤ、廃船、古自動車、電車などの廃物利用もある。

魚礁に集まる生物は、まず魚礁部に、貝、ゴカイ、エビなどのペントス（底棲生物）が生息し、これを摂餌するイシガレイ、マコガレイなどが底面に棲み、次にここを棲家とするメバル、カサゴ、クロダイなどが魚礁間隙に生息する。魚礁の表面付近には、カワハギなどが遊泳し、魚礁表面の付着物を索餌する。中層部には、アジ、カンパチ、ボラ、スズキなどが泳ぎ、さらに表層は食肉性の大型魚（ブリ）等が一時的に滞在する。

魚礁の集魚機構は、いろいろな立場から検討されているが、魚の立場からは食害生物からのカクレ場、餌場、産卵の場などの生活上の必要性および遊び場、強流に流されないための休み場、回遊経路中の立ち寄り場など遊泳生活上の必要性を満足しているために魚礁に集るとされている。これを物理環境的に考えると、魚礁の下流に発生する渦流、流影、上流側の加速流・曲流など流れ環境の変化と魚礁周辺、間隙の明暗など幾何学的陰影となる。これらは底棲生物の着生を促し藻類の発生、流れ藻の漂着など生物環境改善となり、またプランクトンなど飼料生物を流影に滞留させて餌場としての環境を作り、他方渦流や魚礁は索餌と休養の調和した場を魚類に与えるものである。

現在では、集魚効果のみでなく、魚礁を積極的に稚仔育成・培養の場として増殖の重要な手段としての活用が生物・工学両面から研究が行われている。

魚礁は、施工に際し海上投入される場合が多い。この時の問題点として、落下過程での散らばり、着底衝撃による破壊がある。

本報告は、魚礁の海上投入による着底衝撃について検討したもので、魚礁の構造計算における設計外力の考え方を示したものである。

2. 理 論

(1) 魚礁の水中落下速度 v

水中落下物体の落下時の運動方程式は、式(1)で示される。

$$\sigma V \dot{v} = g(\sigma - \rho) V - C_D A \rho v^2 / 2 - C_M \rho V \dot{v} \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 σ, ρ : 魚礁材料・海水の密度

V, A : 魚礁の実容積、流れに対する遮蔽面積

C_D, C_M : 抗力係数、付加質量係数

終端速度 v_e は、 $\dot{v}=0$ から

$$v_e = \sqrt{\frac{2gV}{C_D A} \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right)} \quad \dots \dots \dots (2)$$

となる。式(2)を(1)に代入して

$$\frac{dv}{v_e^2 - v^2} = -\frac{g(\sigma/\rho - 1)}{(\sigma/\rho + C_M)v_e^2} dt$$

初期条件 $t=0$ で $z=0, v=0$ とおくと

$$v = v_e \tanh \left\{ \frac{g(\sigma/\rho - 1)t}{(\sigma/\rho + C_M)v_e} \right\} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$z = \frac{(\sigma/\rho + C_M)v_e^2}{g(\sigma/\rho - 1)} \ln \cosh \left\{ \frac{g(\sigma/\rho - 1)t}{(\sigma/\rho + C_M)v_e} \right\} \quad \dots \dots \dots (4)$$

式(3), (4)から h だけ落下した時の速度 v_0 は

$$v_0 = v_e \left[1 - \exp \left\{ -\frac{2gh(\sigma/\rho - 1)}{(\sigma/\rho + C_M)v_e^2} \right\} \right]^{1/2} \quad \dots \dots \dots (5)$$

となる。

(2) 魚礁の水中落下着底時の着床衝撃力

着底衝撃力は、魚礁の重さ、衝突時の速度、着底基盤の反力係数および衝突面の形態によって定まる。衝突面の基盤反力を R 、着床時の付加質量を C_{MA} とすると、式(1)は、

* 正会員 農博 農林省農業土木試験場水産土木部第二研究室
** 正会員 農林省農業土木試験場水産土木部第一研究室
*** 東海大学海洋土木科学生

$$\sigma Vv = g(\sigma - \rho)V - C_D A \rho v^2 / 2 - C_{MA} \rho Vv - R \quad \dots \dots \dots (6)$$

となる。

また、 R は、基盤反力係数 K 、着底による基盤変位を ϵ とすると、

$$R = K \cdot \epsilon^n \quad \dots \dots \dots (7)$$

で示され、 n は基盤が先投魚礁のビームのようなとき、 $n=1$ 、海底面形状のとき $n=2$ に近くなる。このとき式(6)は、

$$\left(\frac{\sigma}{\rho} + C_{MA} \right) \ddot{\epsilon} + \frac{C_D A}{2V} \dot{\epsilon}^2 + \frac{K}{\rho V} \epsilon^n = g \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) \quad \dots \dots \dots (8)$$

式(8)を ϵ で 0 から最大変位 ϵ_{max} まで積分する。

ここで、 $d\epsilon = v \cdot dt$ であるから、衝突直前の速度を v_0 とすれば、式(8)は

$$-\left(\frac{\sigma}{\rho} + C_{MA} \right) \frac{v_0^2}{2} + \frac{C_D A}{2V} \int_0^t v^3 \cdot dt + \frac{K \epsilon_{max}^{n+1}}{(n+1)\rho V} = g \epsilon_{max} \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) \quad \dots \dots \dots (9)$$

となる。式(9)の左辺 2 項は、衝突の時間 At に関するもので他の項に比較して微小であるので

$$v = v_0 \left(1 - \frac{t}{At} \right)$$

で近似すると

$$\int_0^t v^3 dt = \frac{1}{4} v_0^3 At = \frac{1}{2} v_0^2 \epsilon_{max}$$

となり、式(9)は式(10)となる。

$$\begin{aligned} & \frac{K \epsilon_{max}^{n+1}}{(n+1)\rho V} - \left[g \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) - \frac{C_D A}{4V} v_0^2 \right] \epsilon_{max} \\ & - \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_{MA} \right) \frac{v_0^2}{2} = 0 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (10)$$

式(10)は代数方程式であるので容易に解けて ϵ_{max} が求まる。多くの場合 ϵ_{max} は非常に小で式(10)第 2 項は、第 1 第 3 項に比し省略される。

このとき

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{max} &= \left\{ \frac{\rho V v_0^2}{2K} (n+1) \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_{MA} \right) \right\}^{1/(n+1)} \\ n=1 \text{ のとき} \\ \epsilon_{max} &= \sqrt{\left(\frac{\sigma}{\rho} + C_{MA} \right) \frac{v_0^2 \rho V}{K}} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (10')$$

式(10), (10')による ϵ_{max} を式(7)に代入して、

$$R_{max} = K \epsilon_{max}^n$$

着底衝突時の部材応力を計算するには、部材に加わる慣性力として外力を考えるために

$$R_{max} = \bar{\sigma}_G V = \bar{\sigma}_G V$$

として等価単位重量 $\bar{\sigma}_G$ で与えた方が便利である。よって

$$\bar{\sigma}_G = \frac{K}{V} \left\{ \frac{w_0 V v_0^2}{2Kg} (n+1) \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_{MA} \right) \right\}^{n/(n+1)} \quad \dots \dots \dots (11)$$

とし、魚礁材料の単位重量が $\bar{\sigma}_G$ であるとして静力学的構造設計を行う。ここに w_0 は水の単位重量である。

3. 実験の方法

(1) 実験の方針

水中落下物体の着底時の運動に関する式(10)の実証および同式中の抗力係数 C_D 、付加質量係数 C_{MA} を解析する。

まず、抗力、付加質量力の省略可能な空気中実験によって計器の反力係数 K を求め、この計器を水中に使用して付加質量係数を解析する。

式(10)に示すように衝撃現象の場合、付加質量に対し省略可能であり、式(5)の水中落下速度計算における C_D は理論値と良く一致する。

(2) 水中落下物体模型

落下物体に用いた模型は、球体を用い、その形状および材質特性を表-1に示す。

表-1 落下物体模型

形 状	球 体			
	材 質		鉄	プラスチック
弾性係数	$E_I = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$		$E_P = (3.33 \sim 3.49) \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$	
直径 $d \text{ cm}$	5.0 cm	2.0 cm	5.0 cm	2.0 cm
質量 gr	534.70	32.67	94.02	6.32

(3) 空中落下実験

空中落下による着底衝撃力および落下物体速度の測定を行い、計器の反力係数 K を求める。

測定装置は、図-1に示す。この場合、衝撃力の測定には、最大測定可能荷重 100 kg および 50 kg の荷重計を一辺 10 cm の正三角形にコンクリートで固定し、その上に厚さ $t = 9.0 \text{ mm}$ 、大きさ $300 \times 300 \text{ mm}$ の正方形の鉄板を載荷して、その板に落下物体が着底する時の衝撃力を、動ひずみ計で增幅した後シンクロスコープの記録を写真撮影した。また、落下物体の着底する際の速度 $v_0 \text{ cm/sec}$ および落下中の速度 $v \text{ cm/sec}$ の測定は、毎分 6 000 回転のシンクロ撮影し、落下 2 物体間の距離をカーブリーダーで読み取りその平均落下速度によった。なお、着底速度を検証するため、落下高さをポイ

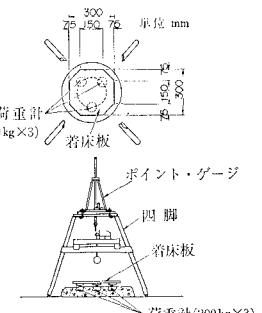


図-1 実験装置
(空中実験の場合)

ントゲージを用い、 $1/10\text{ mm}$ まで読み取った。

(4) 水中落下実験

水中落下実験による着底衝撃力および着底速度を測定し付加質量係数を求める。

水中実験に用いた測定装置は空中実験の場合の反力係数 K と同一にするため同じ測定装置を用いた。なお水中落下物体について、図-2 に示すように、重さが無視できる糸で摩擦が非常に小さいペアリングを介して門型に吊し、一端に落下模型を他端には、重量のわかっている重錘を吊した。落下速度は、吊糸に取りつけた指標が、後側に固定してあるメジャーの前面を通り過ぎる速度を、空中実験と同様に毎分 6 000 回転のストロボ撮影し、その平均速度および着底直前の速度をもって、落下速度 $v \text{ cm/sec}$ 、着底速度 $v_0 \text{ cm/sec}$ とした。

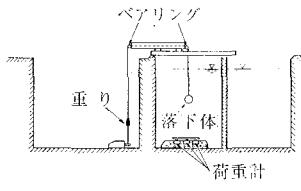


図-2 実験装置
(水中実験の場合)

た指標が、後側に固定してあるメジャーの前面を通り過ぎる速度を、空中実験と同様に毎分 6 000 回転のストロボ撮影し、その平均速度および着底直前の速度をもって、落下速度 $v \text{ cm/sec}$ 、着底速度 $v_0 \text{ cm/sec}$ とした。

4. 実験結果の解析

(1) 空中実験による着底衝撃力と反力係数

a) 実験解析に用いた理論式

着底衝撃力の測定装置を図-3 に示すように模式化した。落下物体 m が着底速度 v_0 で着底板 M に衝突したとき、 m は M に運動量を与え同じ速度 v_s でひずみ計を圧縮し、最大ひずみに達した後反発するものと考える。

衝突時の運動量から

$$(m+M)v_s = mv_0$$

$$v_s = \frac{m}{m+M}v_0 \quad \dots \dots \dots (12)$$

v_s を初期速度としての運動方程式は空気の抗力、付加質量を無視して、

$$(m+M)\ddot{v} = (m+M)g - R \quad \dots \dots \dots (13)$$

荷重計の反力はひずみ量 ε に比例するから

$$R = K \cdot \varepsilon \quad \dots \dots \dots (14)$$

とおいて

$$(m+M)\ddot{\varepsilon} = (m+M)g - K\varepsilon \quad \dots \dots \dots (15)$$

これより

$$\ddot{\varepsilon} + \frac{K}{(m+M)}\varepsilon = g \quad \dots \dots \dots (16)$$

となり、式(16)を時間 t で積分し

$$\begin{aligned} \varepsilon &= A \exp\left(i\sqrt{\frac{K}{m+M}}t\right) + B \exp\left(-i\sqrt{\frac{K}{m+M}}t\right) \\ &\quad + \frac{(m+M)g}{K} \\ \varepsilon &= C_1 \sin\sqrt{\frac{K}{m+M}}t + C_2 \cos\sqrt{\frac{K}{m+M}}t \\ &\quad + \frac{(m+M)g}{K} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (17)$$

初期条件 $t=0$ で $\varepsilon=0$

$$\therefore C_2 = -\frac{(m+M)g}{K}$$

式(17)は

$$\begin{aligned} \varepsilon &= C_1 \sin\sqrt{\frac{K}{m+M}}t + \frac{(m+M)g}{K} \\ &\quad \times \left(1 - \cos\sqrt{\frac{K}{m+M}}t\right) \end{aligned}$$

$v = \dot{\varepsilon}$ より

$$\begin{aligned} v &= \dot{\varepsilon} = C_1 \sqrt{\frac{K}{m+M}} \cos\sqrt{\frac{K}{m+M}}t \\ &\quad + \frac{(m+M)g}{K} \sqrt{\frac{K}{m+M}} \sin\sqrt{\frac{K}{m+M}}t \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (18)$$

式(18)に初期条件 $t=0$ で $v=v_2=mv_0/(m+M)$ を代入すると

$$C_1 = \frac{mv_0}{\sqrt{K(m+M)}}$$

よって式(17)、式(18)は

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \frac{mv_0}{\sqrt{K(m+M)}} \sin\sqrt{\frac{K}{m+M}}t \\ &\quad + \frac{(m+M)g}{K} \left(1 - \cos\sqrt{\frac{K}{m+M}}t\right) \\ v &= \dot{\varepsilon} = \frac{mv_0}{m+M} \cos\sqrt{\frac{K}{m+M}}t \\ &\quad + g\sqrt{\frac{m+M}{K}} \sin\sqrt{\frac{K}{m+M}}t \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (19)$$

式(14)から

$$\begin{aligned} R &= mv_0\sqrt{\frac{K}{m+M}} \sin\sqrt{\frac{K}{m+M}}t \\ &\quad + (m+M)g \left(1 - \cos\sqrt{\frac{K}{m+M}}t\right) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (20)$$

落下物体が着底後 $v=0$ となるに要する時間を T とすれば、式(19)より

$$\tan\sqrt{\frac{K}{m+M}}T = -\frac{mv_0}{g(m+M)}\sqrt{\frac{K}{m+M}} \quad \dots \dots \dots (21)$$

その時 ε_{\max} は

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\max} &= \frac{m^2v_0^2}{\sqrt{m+M} \sqrt{m^2v_0^2K + g^2(m+M)^3}} \\ &\quad + \frac{(m+M)g}{K} \left[1 + \frac{g(m+M)^{3/2}}{\sqrt{m^2v_0^2K + g^2(m+M)^3}}\right] \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (22)$$

$$\begin{aligned}
 R_{\max} &= K \cdot \epsilon_{\max} \\
 &= \frac{K m^2 v_0^2}{\sqrt{m+M} \sqrt{m^2 v_0^2 K + g^2 (m+M)^3}} \\
 &+ (m+M)g \left[1 + \frac{g(m+M)^{3/2}}{\sqrt{m^2 v_0^2 K + g^2 (m+M)^3}} \right]
 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (23)$$

測定装置にひずみゲージ式荷重変換器を用いているため $\epsilon \ll 0$, $K \gg 0$ となる。このとき式(21), (23) は式(24) のように近似できる。

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m+M}{K}} \\
 R_{\max} &= \frac{mv_0 \sqrt{K}}{\sqrt{m+M}} + (m+M)g \div \frac{v_0 \sqrt{mK}}{\sqrt{1+m/M}}
 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (24)$$

空中落下実験より求めた着底板反力 R_{\max} および作用時間 T より式(24)を用いて反力係数 K を求める。

b) 実験結果と考察

空中落下の場合の着底衝撃力 R の時間的変化曲線の実測結果の代表的なものを写真-1に示す。

空中落下の場合の着底衝撃力の実験値より横軸に反力 R/g (gr), 縦軸に着底直前の落下速度 v_0 (cm/sec) をとりプロットしたのが図-4である。図中の線は45°の傾きを持ち, R と v_0 が比例関係にあることを示し, 式(24)

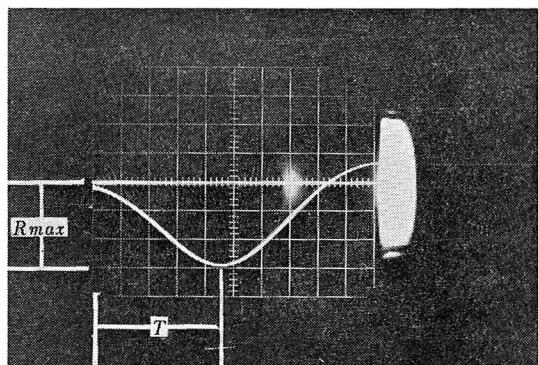


写真-1 空中実験における反力-時間曲線
横軸 1×10^{-4} sec/目盛
縦軸 100.3 kg 重/目盛

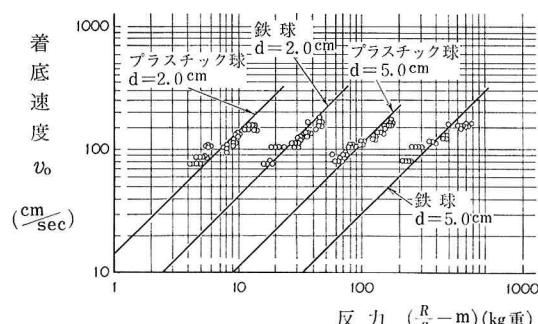


図-4 落下物体の着底速度と反力 (空中の場合)

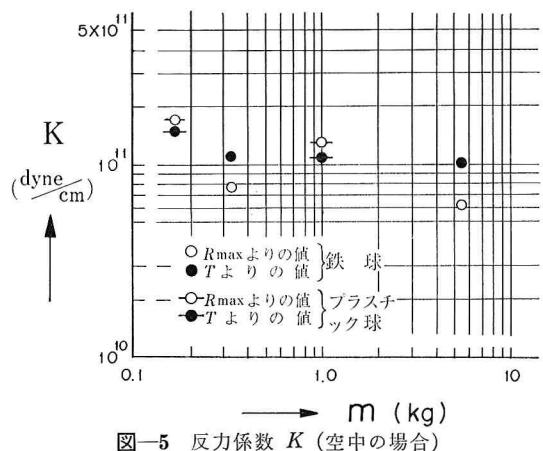


図-5 反力係数 K (空中の場合)

の関係が正しいことを示している。図-4 および式(24)より反力係数 K を各実験ケースごとに求めた値を図-5 に示す。

図-5 中には衝撃時間および反力の実測値から式(24)を用いて K を求めた結果を示している。両観測値による値はほぼ一致し, また材質による違いも少ない。材質や球の大きさによる若干のばらつきは, 材料の弾性係数, 球面の曲率半径の相違による衝撃面の変形によるものであろうが, 全体としてはひずみ計の特性値は, ほぼ $K = 1.1 \times 10^{11}$ dyne/cm である。

(2) 水中落下実験による付加質量係数

水中落下実験には, 空中実験で用いた同一球体, 同一測定装置を用いた。

a) 解析に用いた理論式と実験結果

水中実験の場合の運動方程式(6)を実験の場合について示すと式(25)となる。

$$\begin{aligned}
 (\sigma_1 V_1 + \sigma_2 V_2) \dot{v} &= (\sigma_1 - \rho) V_1 g + (\sigma_2 - \rho) V_2 g \\
 - \frac{C_D A \rho v^2}{2} - C_{MA} (V_1 + V_2) \rho \dot{v} &- R \dots \dots \dots (25)
 \end{aligned}$$

ここに, σ_1 , σ_2 , V_1 , V_2 : 落下物体および着底板の密度
と容積積

g : 重力の加速度, ρ : 水の密度

v , v_0 : 落下物体および着底後の速度と落下物体
の着底直前の速度

C_D , C_{MA} : 抗力係数および付加質量係数

R : 反力 (dyne)

式(25)に, 空中実験で求めた $R = K \cdot \epsilon$ を代入すると

$$\begin{aligned}
 &(\sigma_1 V_1 + \sigma_2 V_2) + C_{MA} (V_1 + V_2) \rho \dot{v} \\
 &= (\sigma_1 - \rho) V_1 g + (\sigma_2 - \rho) V_2 g - \frac{C_D A \rho v_0^2}{2} - K \cdot \epsilon
 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (26)$$

式(26)を式(10)の誘導に準じて積分し, 空中実験から K が非常に大, ϵ が非常に小であるので, これに関する項

を省略し、式(27)を得る。

$$(\sigma_1^3 V_1)^2 v_0^2 \left\{ \frac{1}{(\sigma_1 V_1 + \sigma_2 V_2)} + C_{MA} \frac{(V_1 + V_2)\rho}{(\sigma_1 V_1 + \sigma_2 V_2)^2} \right\} = K\varepsilon^2 \quad \dots\dots\dots(27)$$

いま、 $\sigma_1 V_1 = m$, $\sigma_2 V_2 = M$ とおくと

$$m^2 v_0^2 \left\{ \frac{1}{(m+M)} + C_{MA} \frac{(V_1 + V_2)\rho}{(m+M)^2} \right\} = K\varepsilon^2$$

ゆえに

$$C_{MA} = \left\{ \frac{R^2}{m^2 K v_0^2} - \frac{1}{m+M} \right\} \times \frac{(m+M)^2}{\rho(V_1 + V_2)} \dots\dots\dots(28)$$

式(28)を用いて、実測値 R (dyne), v_0 (cm/sec) を用いて C_{MA} を求め、表-2 に示した。また、着底衝撃力の代表的な波形を示したのが写真-2 である。

これより、水中落下物体が固い床板の上に落下した場

表-2 付加質量係数

着底速度 v_0 cm/sec	反力 R_{max} dyne	C_{MA}
1 2 3 4 . 6 6	1 6 4 . 3 7	1.3 0
2 2 3 1 . 4 6	1 5 6 . 4 5	1.2 0
3 2 4 0 . 0 7	1 5 1 . 7 0	1.0 6
4 2 3 3 . 4 2	1 4 5 . 0 0	1.3 3
5 2 3 3 . 3 6	1 6 8 . 4 8	1.3 8
6 2 2 8 . 4 6	1 3 7 . 1 5	0.9 6
7 2 9 1 . 6 1	1 4 4 . 7 7	0.7 7
8 1 5 5 . 1 7	1 4 6 . 7 7	2.3 7
9 1 3 8 . 2 3	1 5 8 . 5 2	3.4 9
10 2 0 0 . 1 2	1 2 6 . 8 6	1.0 7
11 1 6 1 . 7 1	1 4 0 . 2 0	1.9 9
12 2 7 6 . 7 8	1 1 7 . 8 3	0.4 8
13 2 6 9 . 1 3	1 9 5 . 7 1	1.4 0
14 2 6 3 . 2 6	2 1 8 . 1 6	1.8 2
15 2 6 5 . 3 1	1 6 6 . 2 5	1.0 4
16 2 3 7 . 7 5	1 7 1 . 5 0	1.3 8
17 2 4 3 . 8 8	1 8 7 . 5 4	1.5 7
18 2 8 5 . 7 1	1 5 2 . 8 3	0.7 5
19 2 4 5 . 5 3	1 4 8 . 7 5	0.9 7
20 2 0 0 . 2 5	2 0 8 . 1 0	2.8 6
21 2 0 9 . 8 2	1 7 8 . 7 9	1.9 3
22 2 2 4 . 4 9	1 8 3 . 8 9	1.7 8
23 2 0 9 . 1 8	2 0 1 . 2 5	2.4 6
24 2 1 3 . 7 1	2 1 8 . 4 6	2.7 7
25 2 1 3 . 7 6	2 0 9 . 4 2	2.5 6
26 2 5 4 . 5 9	2 0 0 . 3 7	1.6 4
27 2 3 9 . 1 6	1 8 8 . 2 9	1.6 5
平均		1.6 2

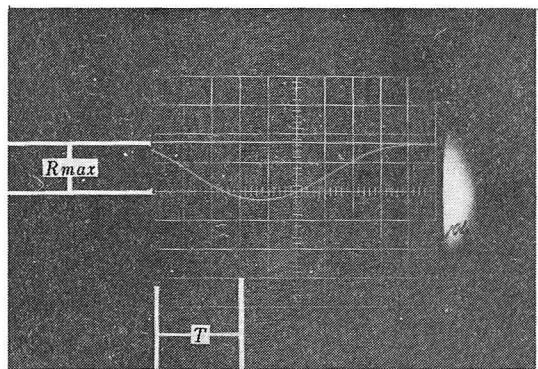


写真-2 水中実験における反力一時間曲線

横軸 1×10^4 sec/目盛

縦軸 130 kg 重/目盛

合空中落下の場合に比較して、付加質量係数はほぼ 1 ~ 3 程度となる。この値は受圧板の影響を受けた値であるが、実際の設計では安全側にとり $C_{MA}=3$ を用いることが望ましい。

5. 結 言

本研究は、人工魚礁の構造設計における外力計算に必要な式(5), (11)を示したものであるが、一般に水中落体の着底衝撃計算に使用できる。現実の適用に当って反力係数の与え方が重要となろう。

参 考 文 献

- 1) 佐藤 修他: 魚礁構造の物理的研究, 北海道水産部, 1964.
- 2) 佐藤 修: 人工魚礁研究に関する若干の問題点(批判討論), 水産増殖臨時号 7, 1967.
- 3) Lamb, H.: Hydrodynamics, Chap V, p. 110~156.
- 4) 魚礁総合研究会: 構造・材料・設計施工部会報告書(案), 昭和 49 年 2 月, 水産庁.
- 5) 中村 充: 沿岸漁場の開発の防災, 第 10 回水工学に関する夏期研修会講義集, 1974, 土木学会水理委員会.
- 6) 土木学会編: 水理公式集(昭和 46 年度改訂版).