

モアレ縞の原理を利用した水中物体の座標の決定法

荻原国宏*・江森担也**

1. はじめに

われわれは以前より水中にプレテンションアンカーされたブイまたは海中構造物の運動を実験および理論による解析を行って来た。1点または2点アンカー（波の進入方向に平行におかれた場合）の場合のブイの運動は主として波の進行方向になっていることがわかっている。しかしアンカーの数が多くなり3点または2点でも、アンカーの方向が波の進入方向と異なる場合には、運動が3次元的になり前者のような2次元的扱いではまずいことがわかって来た。

通常3次元の情報を得るためには立体写真を使用するか、立面、平面の方向より同時シャッターによる2枚の写真を利用する方法が使用されている。しかしこれらは2枚の写真をやまなければいけないために作業が大変である。そこでわれわれは比較的簡単でしかも1枚の写真より3次元の情報を得る方法として、モアレ縞の原理を利用した新しい手段を開発した。この論文はその方法について解説したものである。実際にこの方法を使用した実験の解析は別の論文にまとめてある。

2. モアレ縞の原理を利用した3次元座標の取得

モアレ縞は同一のスリットを通した影とカメラを通して印画紙上に写るスリットの干渉を利用したものであるが、この影を生じさせるスリットと、カメラに写るスリットを別個のものを利用して干渉縞を生ずることは同じである。しかし、その場合に3次元座標のカメラ軸（光軸）方向の座標が簡単に決定できなくなる。それを解決するには、前もってスリット、影の作る空間座標系を決定する方法をみいだせば良いわけである。そのために校正板を利用することにした。

(1) スリット、スリットの影の作る空間座標

スリット、または網を鉛直の直線によって構成することにすれば、その直線によって空間に作られる影または透視線は平面を構成することは自明である。

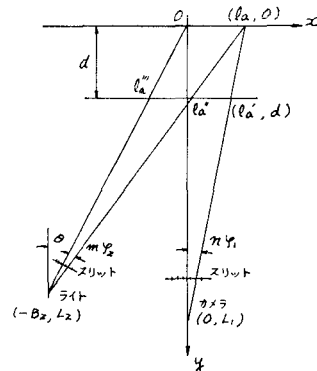


図-1

以下最も簡単な場合として、このスリット、または網目が鉛直におかれたものとする。この平面図は図-1のようになる。影を生ずる平面上に原点をおき、影を生じさせる点光源の座標を $(-B_2, L_2)$ 、カメラの位置を $(0, L_1)$ とし、カメラは影を生ずる平面に垂直に向いているとする。点光源は、このカメラの軸と θ の角度でおかれているとし、また影を生じさせるスリットの間隔のなす角度を φ_2 、カメラの前におかれるスリットの間隔のなす角度を φ_1 とする。

$O'A, O''A$ の作る面の方程式は、

$$\left. \begin{aligned} O'A; \quad x+y \tan(n\varphi_1)-l_a=0 \\ O''A; \quad x+y \tan(m\varphi_2+\theta)-l_a=0 \\ O''O; \quad x+y \tan\theta=0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

となり、この式の中の \tan の項の値、および l_a が決まれば空間の平面が決定できる。その方法は図-1のごとく前後に間隔 d だけはなれた位置に水平に、カメラ軸に垂直になるように物指をおいて、その座標をよむことによって次のごとく求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \tan n\varphi_1 &= (l_a - l'_a)/d \\ \tan(\theta + m\varphi_2) &= (l_a - l''_a)/d \\ \tan\theta &= -l''_a/d \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

ただし、 l''_a は座標では $(-)$ の値としてよむとる。これを各スリットのそれぞれの作る平面について求めれば良いが、それは非常に大変な作業となるので、もっ

* 正会員 工博 東洋大学助教授 工学部土木工学科
 ** 学生会員 東洋大学大学院学生

と簡単な方法を考えることにする。

(2) 平面上に作られるかげの間隔, カメラに写るスリットの間隔について

図-2 のような一般的な場合を考えてみよう。

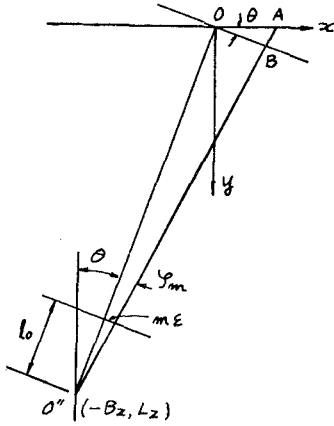


図-2

$$\left. \begin{aligned} \angle OBO'' &= \pi/2 - \varphi_m, \\ \angle OAO'' &= \angle OBO'' - \theta = \pi/2 - \varphi_m - \theta \\ O''O &= L_2 / \cos \theta \\ \overline{OB} &= \overline{OO''} \tan \varphi_m, \tan \varphi_m = m(\epsilon/l_0) \\ \overline{OA} \sin \angle OAO'' &= \overline{OB} \sin \angle OBO'' \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

のような関係があることがわかる。ε はスリット間隔で、l₀ は光源とそれまでの間隔である。

$$\left. \begin{aligned} \sin \angle OAO'' &= \sin (\pi/2 - \varphi_m - \theta) \\ &= \cos (\varphi_m + \theta) \\ \sin \angle OBO'' &= \sin (\pi/2 - \varphi_m) = \cos \varphi_m \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

したがって

$$\begin{aligned} \overline{OA} &= \overline{OB} \frac{\cos \varphi_m}{\cos (\varphi_m + \theta)} = \overline{OO''} \tan \varphi_m \frac{\cos \varphi_m}{\cos (\varphi_m + \theta)} \\ &= \frac{L_2}{\cos \theta} \cdot \tan \varphi_m \frac{\cos \varphi_m}{\cos (\varphi_m + \theta)} \dots (5) \end{aligned}$$

また $\tan \varphi_m = m(\epsilon/l_0)$ であることを考えると

$$\overline{OA} = m \left(\frac{\epsilon}{l_0} \right) \cdot \frac{L_2}{\cos \theta} \cdot \frac{\cos \varphi_m}{\cos (\varphi_m + \theta)} \dots (6)$$

を得る。次に個々の場合について検討しよう。

a) $\theta = 0$ の場合 (カメラの前のスリットの場合)

$$\overline{OA} = m(\epsilon_1/l_0) \cdot L_2 \dots (7)$$

となり等間隔になっていることがわかる。

b) $\theta \gg \varphi_m$ の場合 (ライトの場合)

プイの大きさを考えると、プイ上に生ずる縞の大きさはかなり小さく、次の近似ができる。

$$\begin{aligned} \cos (\varphi_m + \theta) &= \cos \theta, \cos \varphi_m \doteq 1.0 \\ \overline{OA} &= m(\epsilon_2/l_0) \cdot L_2 / \cos^2 \theta \dots (8) \end{aligned}$$

この場合も等間隔になっている。

c) φ_m が大きいとき

$\tan \varphi_m = m(\epsilon_0/l)$ を考えると

$$\cos \varphi_m = \frac{1}{\sqrt{1+m^2(\epsilon_0/l)^2}} \dots (9)$$

として式(6)によって計算すれば良いが、通常の場合には式(8)で十分と考えられる。

したがって式(7), (8)の両式を考えると、それぞれ次のような関係になっていることがわかる。

$$\overline{OA} = mC \text{ または } C = \overline{OA}/m \dots (10)$$

このCは、平板上に生じている。スリットの間隔である。

(3) スリットの影の本数 m, カメラの前のスリットの本数 n 番目の空間にしめる平面

前記のごとく、スリット間は等間隔になっているので、1つのスリット間隔のなす角より、空間の平面を決める方程式に式(1)をなおした方が都合が良い。

a) カメラ側

式(1)のO'Aの式で $\tan(n\varphi_1) = \tan \varphi_n$ であり、 $\tan \varphi_m = m(\epsilon/l_0)$ である。また式(2)より $\tan(n\varphi_1) = (l_a - l'_a)/d$ であることを考えると

$$\tan(n\varphi_1) = (l_a - l'_a)/d = n(\epsilon_1/l_0)_1 = n a_{01}$$

したがって

$$(\epsilon/l_0)_1 = a_{01} = (l_a - l'_a)/nd \dots (11)$$

また式(7)より

$$\begin{aligned} \overline{OA} &= l_a = n(\epsilon/l_0)_1 \cdot L_1 = n a_{01} L_1 = n a_{02}, \\ a_{02} &= l_a/n \dots (12) \end{aligned}$$

となる。したがって式(1)のOA'の式は

$$x + y \cdot n a_{01} - n a_{02} = 0 \dots (13)$$

となる。n は中心よりのスリットの本数であり、 a_{01}, a_{02} とは式(11), (12)を使って求めることができる。

b) ライト側

$\theta < 45^\circ, m\varphi_2 < \theta$ の場合を考えると

$$\begin{aligned} \tan(m\varphi_2 + \theta) &= \frac{\tan \theta + \tan m\varphi_2}{1 - \tan \theta \tan m\varphi_2} \\ &= \tan \theta + \tan m\varphi_2 \dots (14) \end{aligned}$$

であり、式(2), 式(3)の関係を使うと

$$\tan(m\varphi_2) = (l_a - l'_a + l''_a)/d = m(\epsilon/l_0)_2 \dots (15)$$

よって

$$(\epsilon/l_0)_2 = (l_a - l'_a + l''_a)/md = a_{11} \dots (16)$$

となる。また式(8)より

$$l_a = m(\epsilon/l_0)_2 \cdot (L_2/\cos^2 \theta) = m a_{11} \cdot (L_2/\cos^2 \theta) = m a_{12} \dots (17)$$

を得る。したがって式 (1) の O'A の式は

$$x + (\tan \theta + m a_{11})y - m a_{12} = 0 \quad \dots\dots\dots(18)$$

となる。

(13), (18) 両式の各係数が求まれば、影およびカメラの前のスリットの空間にしめる平面が決まる。

c) $a_{01}, a_{02}, a_{11}, a_{12}, \tan \theta$ の決定方法

図-3 のような傾斜板を用意して、その上に写っている影より l_a, l_a'', l_a', l_a をよみとる。これは写真にとった上でよみとれば良い。そのときのスリットは任意に決定した中心線より、任意の数だけずれた m, n 本目のものをよめば良い。

$$\left. \begin{aligned} \tan \theta &= -l_a''/d \\ a_{01} &= (l_a - l_a')/nd, \quad a_{02} = l_a/n \\ a_{11} &= (l_a - l_a' + l_a'')/md, \quad a_{12} = l_a/m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

で求めることができる。

このとき L_1, L_2, B_2 の値は

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= a_{02}/a_{01}, \quad L_2 = a_{12}/a_{11} \cos^2 \theta, \quad B_2 = L_2 \tan \theta \\ &\dots\dots\dots(20) \end{aligned} \right\}$$

として求めることができる。

(4) 鉛直方向の座標を求める式

図-4 のごとく座標をとると

$$\tan i \varphi_3 = (h-z)/(y+d) = \tan \varphi_i \quad \dots\dots\dots(21)$$

$$\text{より, } z + y \tan i \varphi_3 + d \tan i \varphi_3 - h = 0 \quad \dots\dots\dots(22)$$

この場合も先の場合と同じく $i \varphi_3$ が小さいとすれば

$$\left. \begin{aligned} \tan i \varphi_3 &= i(\varepsilon/l_0)_3 = \frac{(h-d \tan i \varphi_3)}{L_1} \\ &= \frac{h}{L_1 + d} = i a_{13} \\ a_{23} &= a_{13} \cdot L_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

とおくと式 (22) は

$$z + i a_{13} y - i a_{23} = 0 \quad \dots\dots\dots(24)$$

を得る。この場合 a_{13} を求めるのに L_1 の値が必要になるが、これは式 (20) の計算値を使う。

(5) キャリブレーションの式を使ってパイにつけられたマーカの空間座標の決定

マーカの位置が、スリットの本数をかぞえて (n, m, i) にあったとする。この n, m, i の値は必ずしも整数でなくても良く、実数値でよめればそれの方がより精度を上げられる。すでに式 (13), (18), (24) のごとく平面は決定できているので、これを連立にとけば良い。したがって

$$\left. \begin{aligned} x + y n a_{01} - n a_{02} &= 0 \\ x + y (\tan \theta + m a_{11}) - m a_{12} &= 0 \\ z + y i a_{13} - i a_{23} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

より

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{n a_{02} - m a_{12}}{n a_{01} - \tan \theta - m a_{11}} \\ x &= n a_{02} - n a_{01} y \\ z &= i a_{23} - i y a_{13} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

のごとく空間座標が決定できる。

3. 実験例について

実験で水中パイの運動をとらえるのは 8mm フィルムを使用しているが、ここでは 35mm の写真にとった例によって説明しておこう。最初は白黒のスリットをスライド撮影したものを使用した。物体の運動が大きい場合には、その移動を把握するのが困難であることがわかった。そこで、カラーの縞のスライドを利用することにした。

このカラーズライドを校正板(角度 60° の斜面)に写した写真の例が写真-1, 4 である。このときの状態をそのままにして、模型について写真をとった

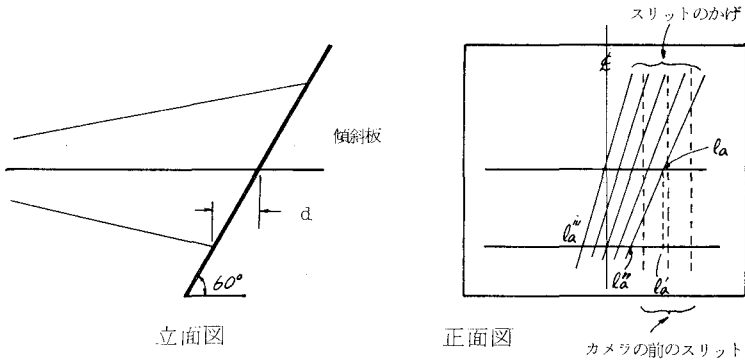


図-3

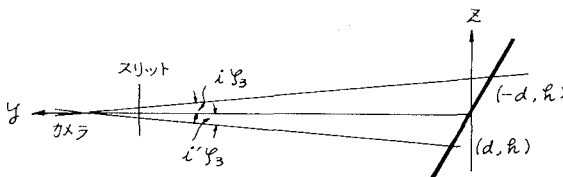


図-4

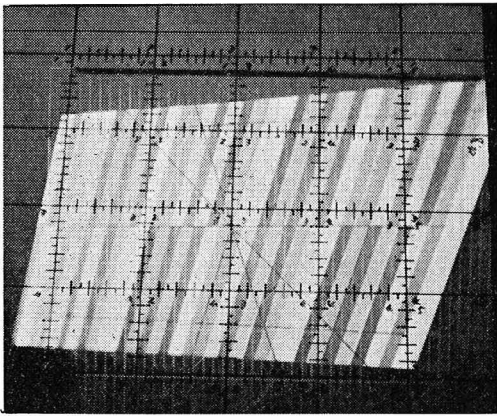


写真-1

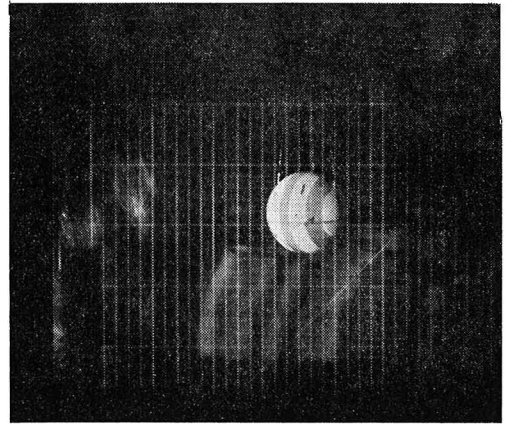


写真-2

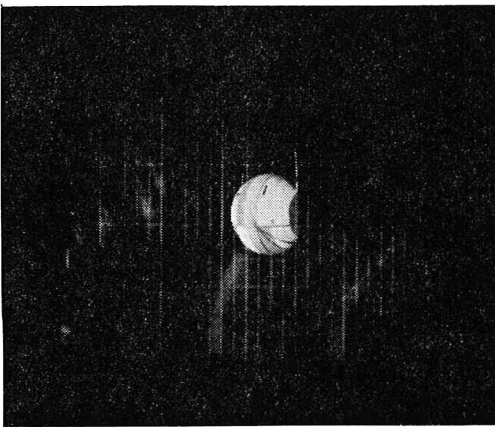


写真-3

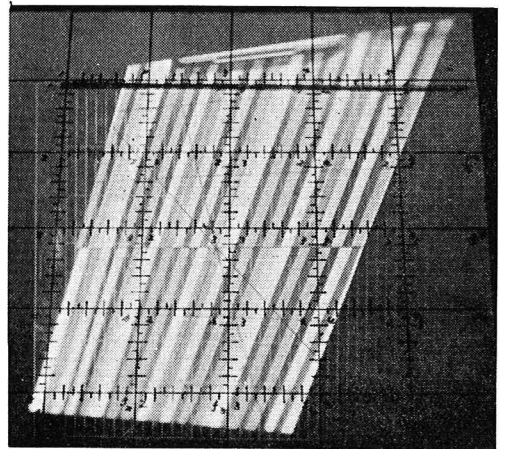


写真-4

のが 写真-2, 3 である。露出の点で若干の失敗があつて色の発色の具合が悪いが、スライドのどの部分が写っているかは判明できる。またこのときカメラの前面にあるスリット(格子)はアクリル板に線を引いたものを使用している。ちょうど照明の具合が良いと白い線に浮かんで良くみえる。この点も苦労した点である。

なおカラースライドの色の配列の順序は 図-5 に示してある。主に隣接した色の相互の見分けが簡単にできるように配列した。

次に 写真-1 と 写真-3 の場合について、座標値を求めてみよう。較正板上につけられた目盛およびカメラ前の格子の關係を使ってそれぞれの値をよみとる。斜面上での 10 cm の鉛直方向の斜面長をとると

$$d = 10 \cos 60^\circ = 5 \text{ cm}$$

である。 $m=10$ とすれば

$$l_a = 8.0 \text{ cm}, l'_a = -2.4 \text{ cm}, l''_a = 4.9 \text{ cm}$$

となり、このときのスリットの關係は $n=13.8$ となり

$$l''_a = 7.6 \text{ cm}$$

の關係が得られる。

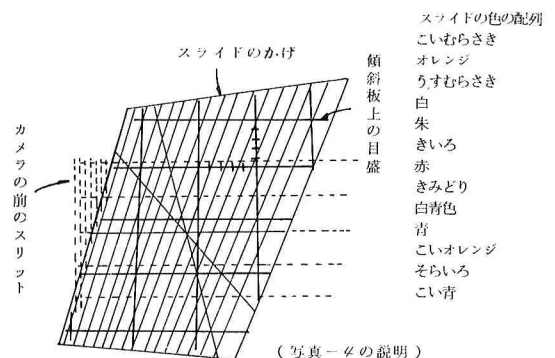
また鉛直方向のスリットは $h = 10 \sin 60^\circ = 5\sqrt{3} = 8.66 \text{ cm}$ で $i=16$ となっている。

これらの關係を使って平面の關係式を求める。まず式(19)より

$$\tan \theta = -l''_a / d = 2.4 / 5 = 0.48, \theta = 25.6^\circ = 0.447 \text{ rad}$$

$$a_{01} = (l_a - l'_a) / nd = (8 - 7.6) / 13.8 \times 5 = 0.00579$$

$$a_{02} = l_a / n = 8 / 13.8 = 0.579 \text{ cm}$$



(写真-4の説明)

図-5

$$a_{11}=(l_a-l'_a+l''_a)/md=(8.0-4.9-2.4)/10 \times 5 \\ =0.014$$

$$a_{12}=l_a/m=8/10=0.8 \text{ cm}$$

式 (20) より

$$L_1=a_{02}/a_{01}=0.579/0.00579=100 \text{ cm}$$

$$L_2=a_{12}/a_{11} \cos^2 \theta=0.8/0.014 \cdot \cos^2 25.6^\circ \\ =57.1/0.813=70.2 \text{ cm}$$

$$B_2=L_2 \tan \theta=70.2 \times 0.48=33.7 \text{ cm}$$

となり、これと式 (23) より

$$a_{13}=h/(L_1+d) i=8.66/(100+5) \times 16=0.00515$$

$$a_{23}=a_{13} \cdot L_1=0.00515 \times 100=0.515 \text{ cm}$$

となる。したがってマーカーの座標を求める式 (25) にこれらの値を代入すれば良い。

次に写真-2の球上につけられたマーカーの座標を求める方法を行ってみよう。各マーカーの (m, n, i) の値を読みとれば良い、 m はスライドのスリット、 n, i はカメラ前のスリットである。球上にある三角形のマーカーの左より No. 1, 2, 3 とすれば、それぞれの値は

$$(-2.4, -4.8, 2.6), (1, 2, -1.9, 0.3),$$

$$(2.8, 0.6, 1.9)$$

となっている。したがって式 (25) より

$$y = \frac{0.579 n - 0.7 m}{0.00579 n - 0.48 - 0.014 m}$$

$$x = 0.579 n - 0.00579 n \cdot y = n (0.579 - 0.00579 y)$$

$$z = 0.515 i - 0.00515 i y = i (0.515 - 0.00515 y)$$

の関係があるのでこの式によって座標を求める。

(単位 cm)

$$x = -2.73 \quad y = 1.81 \quad z = 1.31 \quad \text{No. 1}$$

$$x = -0.934 \quad y = 4.06 \quad z = 0.148 \quad \text{No. 2}$$

$$x = 0.334 \quad y = 3.67 \quad z = 0.973 \quad \text{No. 3}$$

となる。

4. おわりに

このように1枚の写真によって水中物体の位置が求められることができる。実際の測定データについては別の論文で発表してあるが、データの量が多いのでコンピューターによって処理する方法をとっている。

他の立体写真、または2枚の写真をつかう場合に比して実験中の作業も簡単である上にデータの読みとりも1枚の画面で良いので、この点でも簡単である。何よりも実験費用が安上がりで、かなりの精度が上げられる点が良いと考えている。

なおこの研究には昭和49年度の建設省土木研究所、「波浪観測ステーションに関する研究」の援助をいただきました。記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 堀川清司・渡辺 晃・朝倉堅五：モアレ写真による水面波形の解析，土木学会第27回年次学術講演会講演概要集（1972年）
- 2) 松本栄次：モアレ写真による海底砂れんの観察，東京教育大学地理学研究報告 XV（1971年）