

# 不規則波自身の拡散性に関する実験的研究

玉井 信行\*・西村 司\*\*

## 1. はじめに

ここで取り扱う問題の背景は、海洋表層における水平方向拡散予測である。水平スケールが鉛直スケールよりも大きいこと、成層の存在等の理由から、現在のところ水平方向拡散予測は工学上重要である。

流体の乱れが拡散、混合の働きを伴うことは昔より知られていた。“乱流”の種々の性質をもとにして拡散を定量的に論ずることは“乱流拡散理論”として発達してきた。海洋拡散理論もまた従来乱流拡散理論の面から取り扱われている。

一方海洋においては、一つの卓越した不規則運動として不規則波自身に伴う運動が挙げられる。不規則波自身に伴う水平方向の拡散性を、それより測定のはるかに容易な不規則波のエネルギースペクトルから求めることは、玉井<sup>1)</sup>により理論的に取り扱われた。ここでは不規則波として風洞水槽内の風波を用い、その拡散性およびエネルギースペクトルの測定を行い、吹送流を伴う風波の持つ拡散性から不規則波自身によるものを実験的に分離し理論の検証を試みた。

## 2. 拡散係数の定義

対象とする拡散は一粒子拡散である。一点  $D$  より出発した一個の水粒子が時間  $t$  の後に  $X(t)$  の位置にあるとすると、その平均位置は  $E[X]$ 、そのまわりの統計的分散は

$$\langle r^2 \rangle = E[(X - E[X])^2] \dots \dots \dots (1)$$

拡散係数  $D$  は

$$D = \frac{1}{2} \frac{d\langle r^2 \rangle}{dt} \dots \dots \dots (2)$$

で与えられる。ここに  $E[ ]$  は期待値であり、不規則運動の場の構造に依存する。

## 3. 理論の概略

一様波を想定し、ラグランジュ流の表面波方程式に波形勾配をパラメーターとして摂動展開を施す。相互干渉

を考慮して3次までの解が求められた。3次の波までは渦なしであり“乱流”とは性質が異なる。2次の項において質量輸送項が現れ、それと一次の項との相互干渉により三次の項にて波高が時間と共に増大する項が現れる。この項は Euler 的手法で相互干渉を論じた Phillips<sup>2)</sup> の解と特性は同一である。振幅の増大する解に対するエネルギーの面からの制約により相互干渉時間  $\bar{t}$  が存在し、時間スケールにより2種の拡散形態が考えられる。 $t \ll \bar{t}$  即ち振幅の増大する項を含む場合には、粒子位置の統計的分散の変化から直接に拡散係数を算定し、 $t \gg \bar{t}$  すなわち振幅の増大する項を含まない場合は、Taylor にならない速度の Lagrange 相関から拡散係数を算定した。いずれの場合も表面変位の高次のスペクトルを含むが、結果的には表面変位のエネルギースペクトル  $\Phi(\omega)$  に帰着できる。平衡領域にある不規則波として、Phillips<sup>3)</sup> が次元解析と実測結果とから与えた

$$\begin{cases} \Phi(\omega) = \beta g^2 \omega^{-5} & \text{for } \omega \geq \omega_p, \beta = 1.17 \times 10^{-2} \\ = 0 & \text{その他} \end{cases} \dots \dots \dots (3)$$

をとれば、 $\bar{t} \ll 2/\beta = 1.71 \times 10^2$  (sec) である。ここに  $\omega_p$  はピーク角周波数を示す。得られる縦方向の拡散係数は、

$$D = 10^{-1} \omega_p^{-2} t \text{ (m}^2/\text{sec)} \quad t \ll \bar{t} \dots \dots \dots (4)$$

$$D = 3 \times 10^{-3} \omega_p^{-3} \text{ (m}^2/\text{sec)} \quad t \gg \bar{t} \dots \dots \dots (5)$$

である。

## 4. 実験結果

実験はA, Bの2系列行われた。実験条件および測定により得られた主なパラメーターを表-1に示す。ここで着目したのは水表面での吹送流平均流速  $U_s$  および有義波高  $H_{1/3}$  である。Aは不規則波と吹送流とが合成されたいわゆる風波の場合における拡散実験であり、Bは吹送流に近似したせん断流の場合である。不規則波のスペクトルの周波数域と吹送流乱れのスペクトルの周波数域とが分離していると仮定すれば、両者の不規則性の拡散係数への寄与は線型となるので2つの実験A, Bの差を求めれば不規則波自身による拡散性を知り得る。

### (1) 風波による拡散性の測定 (実験A)

風洞内に風を送り、平均風速鉛直分布、波のエネルギー

\* 正会員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科

\*\* 学生会員 工修 東京大学研究生 工学部土木工学科

表-1 実験条件および代表パラメーター

	RUN A1	RUN A2	RUN B1	RUN B2
平均風速 (m/sec)	6.1	7.4	4.0	6.1
一様流 (cm/sec)	0	0	5.0	5.0
②	15.0	19.5	13.3	17.7
③	14.5	19.5	13.9	18.4
表面流速 $U_s$ (cm/sec)	14.0	19.5		
④	14.7	19.5		
⑤	14.0	19.5		
⑥	14.4	19.5		
⑦	14.5	19.5		
⑧				
②	0.84	1.3	0.11	0.33
③	1.2	1.8	0.20	0.72
有義波高 $H_{1/3}$ (cm)	1.2	2.2		
④	1.7	2.6		
⑤	2.2	3.1		
⑥	2.5	3.3		
⑦	2.9	3.6		
⑧				

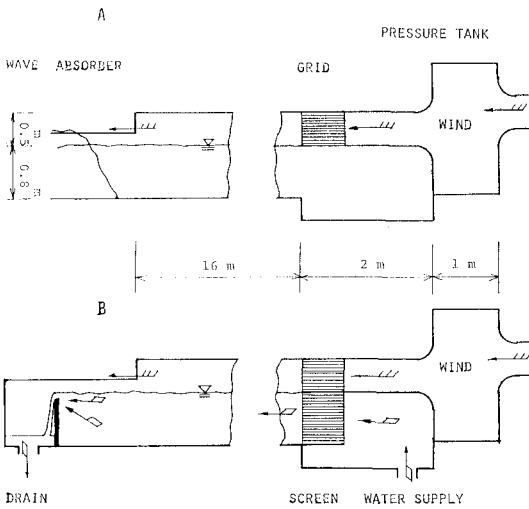


図-1 風洞水槽

ースペクトル, 吹送流平均流速鉛直分布, および一粒子の拡散性を測定した。

風洞水槽の概要を図-1(A)に示す。風, 波, 吹送流の測定点は, Gridより下流1.5mに窓①があり, 以下2mおきに窓②~⑧の8点である。平均風速の鉛直分布測定にはホットワイヤ流速計を波の測定には微流速用ピトー管を用いたが, これは日では読み取り不可能な1mm以下の水頭差をマノメータに入れたフロートに作用する浮力の差としてUゲージにより取り出そうとするものである。

一粒子の拡散性は固定点(窓②~⑧)よりプラスチック製球状浮子(径0.9cm, 比重0.6)を漂わせ, 2秒ごとにその絶対位置を記録しその統計的分散の時間変化として求めた。絶対位置の記録は日視によったが, 後にカメラによる撮影により検証し, 実験精度は良いことを確

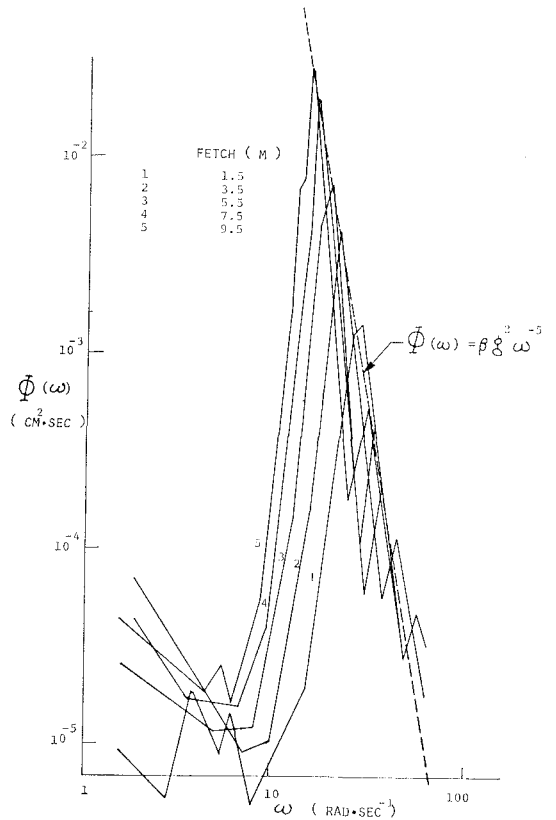


図-2 不規則波のエネルギースペクトル

認した。風洞の幅が60cmであるという制約から, 拡散時間は20秒~30秒, 拡散スケールは約3mである。1個のデータは50試行よりなる。

風波のエネルギースペクトルの一例を図-2に示す。図中点線はPhillipsの経験式(3)を表わすもので充分良く一致している。平均風速鉛直分布から風の摩擦速度  $U_*$  を求め, 光易<sup>4)</sup>の経験式

$$\omega_p = 4.07 \frac{g}{U_*} \left( \frac{gF_e}{U_*^2} \right)^{-0.288} \dots\dots\dots (6)$$

による結果と  $\omega_p$  の実測値とを比較し表-2に示す。ここに  $F_e$  はフェッチ,  $g$  は重力加速度を示す。両者は充分良く一致していることがわかる。したがって当風洞内で得られた風波は, エネルギースペクトルの形状およびそのエネルギーレベルの発達という点からみて不規則波

表-2 不規則波エネルギーレベルの発達 (平均風速 7.5 m/sec)

	$F_e$ (m)	$U_*$ (m/sec)	$\omega_p$ (rad·sec <sup>-1</sup> )	
			計算値	実測値
①	1.5	0.42	27.2	26.4
②	3.5	0.38	22.3	20.7
③	5.5	0.45	18.3	17.0
④	7.5	0.45	16.7	15.1
⑤	9.5	0.45	15.6	15.1

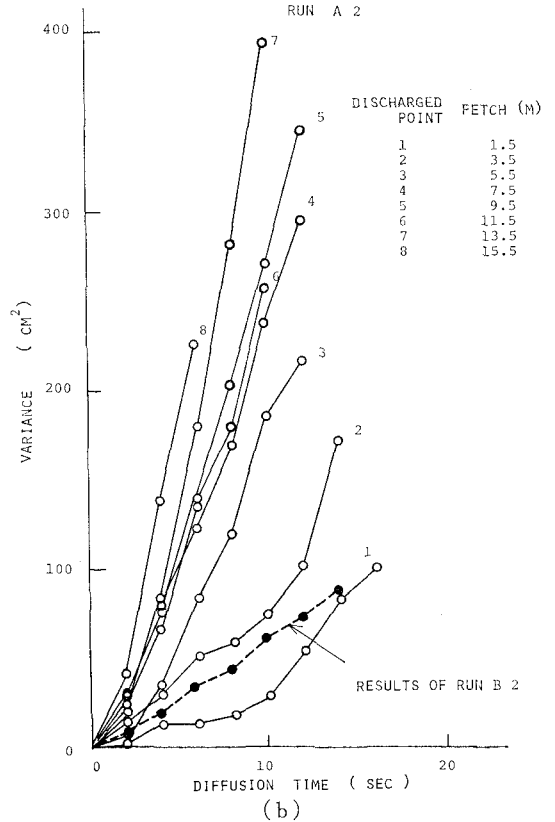
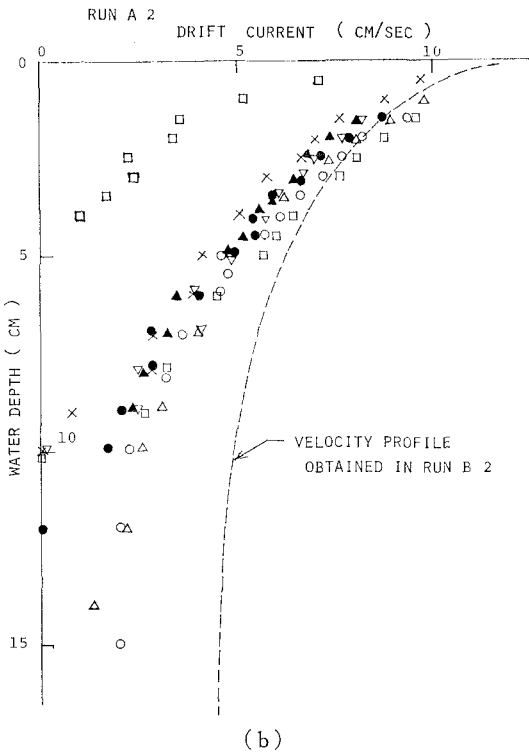
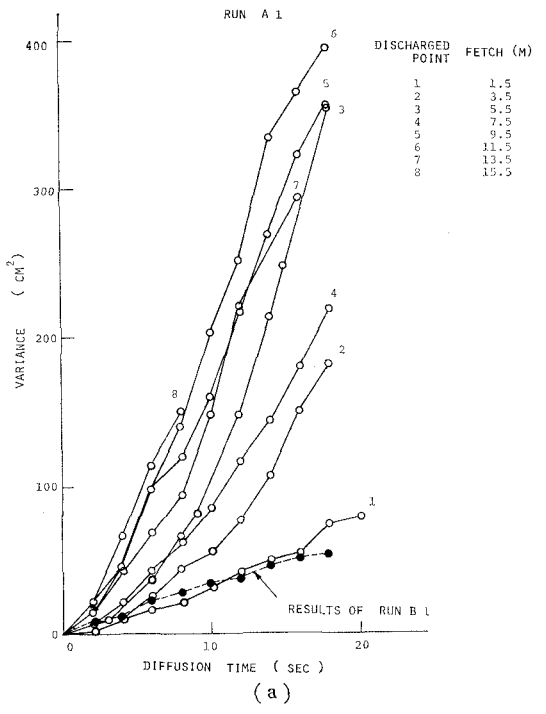
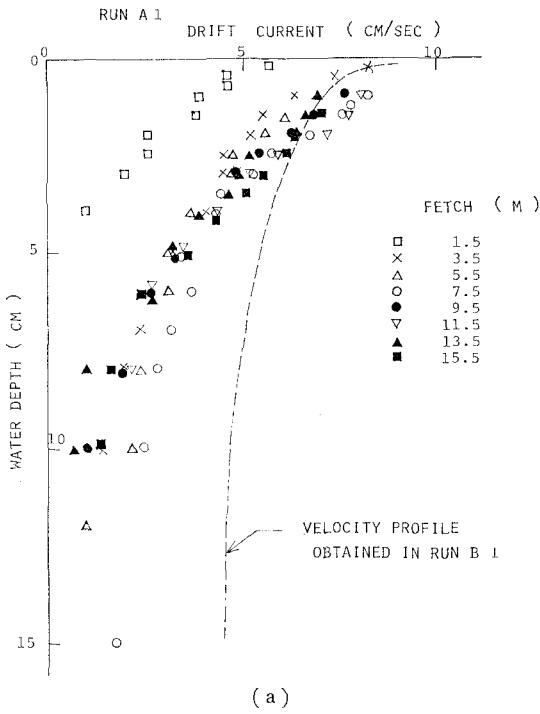


図-3 吹送流の平均流速分布 (実験A)

図-4 一粒子の拡散性

の特性を備えていると判断される。

吹送流平均流速鉛直分布を 図-3 に示す。これより流速分布は表面流速  $U_s$  に代表されるその強さおよび形状

ともに、平均風速には依存してもフェッチにはよらないという特徴を持つことがわかる。

一粒子の拡散性を統計的分散  $\langle r^2 \rangle$  の形で 図-4 に示す。実験から得られた拡散性は縦方向および横方向の両方であるが、縦方向分散には移流の影響が強く現われ、波の強さによる明白な差異が表面に出ないのでここでは横方向のみを示した。実験の範囲(拡散時間 20 秒)においては  $\langle r^2 \rangle \propto t^{3/2-2}$ 、したがって  $D \propto t^{1/2-1}$  であり未だ初期の分散の段階であることがわかる。

図-4 に示される拡散性には  $\omega_p$  で代表される不規則波からの寄与と  $U_s$  に代表される吹送流中の乱れからの寄与との両方があわせ含まれる。図-2, 3 および 表-2 より波は平均風速およびフェッチに依存するが吹送流流速分布は平均風速に依存し、フェッチによらないという結果を得る。したがって不規則波自身からの寄与を求めるためには 図-3 のようなせん断流れでしかも不規則波のエネルギーを伴わないものを RUN A1, A2 に対応しておのおの1個ずつ実現し、せん断流れのもつ拡散性を測定すれば良い。

## (2) 吹送流自身の持つ拡散性の測定(実験B)

上述のようなせん断流れの実現の方法として、風洞水槽に水面勾配に基づく流れを作り間隔を変化させた格子により速度勾配を生成させる方法では 図-3 にみるような急勾配は得られない。このような勾配が水面におけるふんだんせん断力の供給を必要とすることは明らかであり、水面勾配のみによってできる流速分布に上に凸状の形を求めることは無理であろう。したがって 図-3 のようなせん断流れには風がつきものであるという事実を認め、むしろそれを積極的に利用した方が良い。その際に生ずる不規則波のエネルギーはなるべく小さい方が望ましい。これらのことを考慮に入れて実験Bでは水面勾配による一様流れに低風速の風による吹送流を重ね合わせて 図-3 のせん断流れを近似的に再現した。

基本となる一様流は高水槽を用い風洞水槽内に水面勾配を作って得た。水槽の状態を 図-1 (B) に示す。水路の上流側にメッシュ 5 cm, 長さ 30 cm の honeycomb を設けて一様流を整流する。一様流はきわめて安定でありそれ自身ほとんど拡散性を持たない。下流ゲートにおける越流水深は波長と同じ程度であり波の反射は無い。実験条件は 表-1 に示した。測定は波のエネルギーが小さい位置を選び短いフェッチ窓 ②~③ の間で行った。波およびせん断流流速鉛直分布の測定方法はAと同様である。結果を 表-1, 図-5 に示した。表-1 より実験Bにおける波のエネルギーはAのそれに比べて充分小さい。流速分布 図-5 を曲線で近似し 図-3 に書き込む。Bで得られた流速分布はAのそれを水面近傍 3 cm 程度では良く近似している。

一粒子拡散の測定方法はAと同様であり、窓 ② より粒子を放出した。得られた拡散性を  $\langle r^2 \rangle$  の形で 図-4 に破線で示した。実験の範囲においては  $\langle r^2 \rangle \propto t$  したが

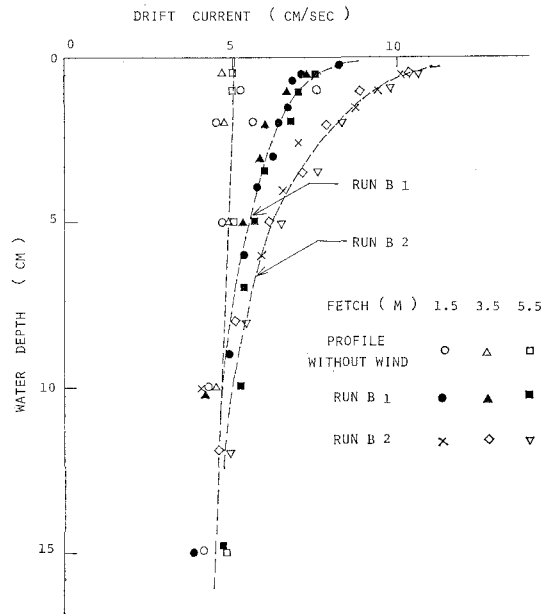


図-5 吹送流の平均流速分布(実験B)

って  $D = \text{const.}$  である。

## (3) 不規則波自身の持つ拡散性の分離

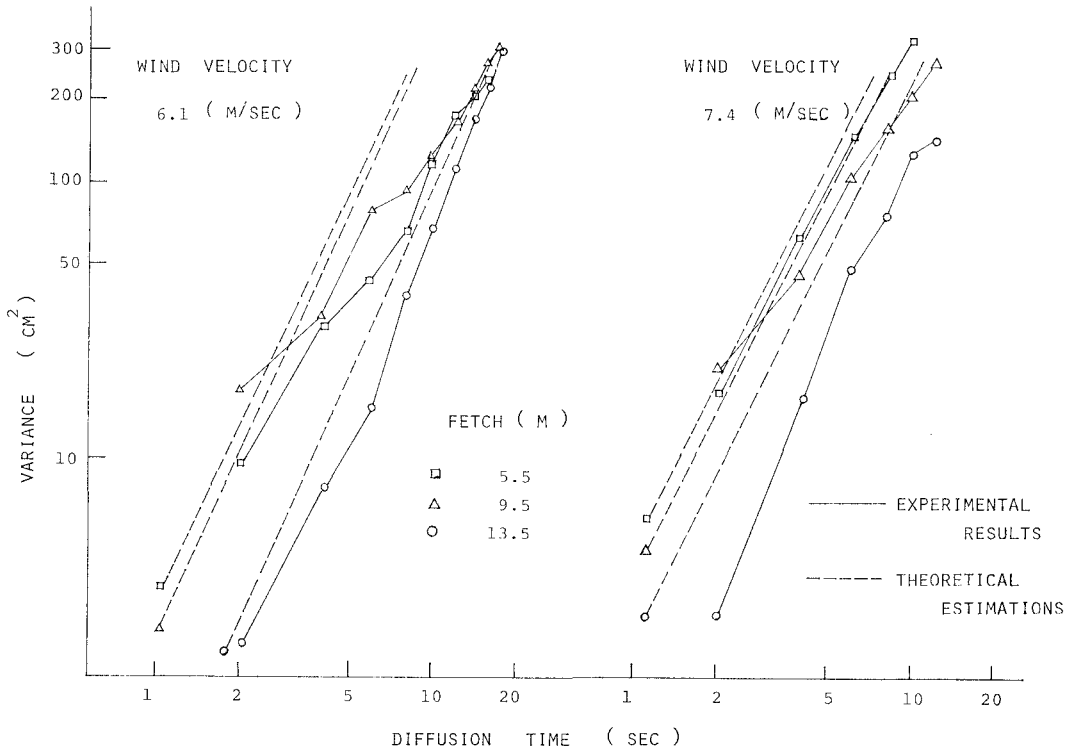
系列Aの拡散性より系列Bの拡散性を差し引くことにより不規則波自身の拡散性を求める。

実験A, Bおのおのに実現された不規則場のパラメータを比較すると 表-1 および 図-3 より次のことがいえる。

- i) 吹送流の強さを表わす指標である表面流速  $U_s$  は RUN B-1, 2 が、おのおの RUN A-1, 2 に対応する。
- ii) 上記の対応において吹送流の流速分布は水面下 3 cm, 粒子径の 3 倍程度までは一致している。
- iii) 実験 B と実験 A とにおける波のエネルギーの比は、有義波高  $H_{1/3}$  より判断するとフェッチの小さな領域で約  $1/5 \sim 1/30$ , フェッチの大きい領域では約  $1/20 \sim 1/100$  であり、実験Bの拡散はほぼ流れのみによってもたらされたものとみなすことができる。

以上を考慮して不規則波の拡散成分を分離する。RUN B-1 は RUN A-1 に比べて  $H_{1/3}$ ,  $\langle r^2 \rangle$  共に充分小であり、RUN B-1 が  $\langle r^2 \rangle$  においては RUN A-1 の下限をなすこと等から、RUN B-1 で得られる拡散性を RUN A-1 のすべての測定例に対する吹送流成分とみなす。同様にして RUN B-2 で得られる拡散性を RUN A-2 のすべての測定例に対する吹送流成分とみなす。これらの差を不規則波成分とみなし 図-6 に示した。

図-6 は不規則波の持つ拡散性を  $\langle r^2 \rangle$  と  $t$  との関係として実験結果の一部と  $\omega_p$  の実測値を用いて式(4)から評価したものを示したものである。実線は実測値、



図—6 不規則波自身の持つ拡散性

破線は理論値である。理論式(4)の精度はオーダーとしては良いものといえる。 $\langle r^2 \rangle$ の実測値の増加がフェッチが大きくなるにしたがって頭打ちになるのは水路幅が有限であるという実験の制約によるものである。

## 5. 結論および考察

結論として、図—6より理論式(4)は実験において実現されたオーダーの不規則波( $\omega_p$ にして  $15 \sim 30 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1}$ )および拡散時間(20秒程度)においては拡散性を良く表現し、定量的にはオーダーが一致しているといえる。室内実験という制約から  $\omega_p$  は1オーダーも被えなかった。また拡散幅が限られることから大きな拡散時間はとれなかった。理論のより一層の一般性を示すためにはより大きなスケールの観測が必要である。

不規則波の拡散成分の分離に際し、不規則波と吹送流中の乱れとが統計的に独立であるとの仮定を置いたが、これは妥当と考えられる。吹送流成分とみなした実験B

の拡散性が  $D = \text{const.}$  の形であることは、観測時間および拡散のスケールが吹送流乱れの平均スケールよりもはるかに大きいということを示している。それに対し不規則波成分とみなした拡散性は  $D \propto t$  の形であり、これは拡散スケールと乱れの平均スケールとが comparable であることを示す。したがって主たる乱れのエネルギーの存在する領域は両者において異なっていることがわかり両者の相互干渉は無いと考えられる。

## 参考文献

- 1) Tamai, N.: Diffusion due to random waves, Proc. of J.S.C.E. No. 203, July, pp. 79-91, 1972.
- 2) Phillips, O.M.: On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude, Part 1, J. Fluid Mech., Vol. 9, pp. 193-217, 1960.
- 3) Phillips, O.M.: The Dynamics of the Upper Ocean, Cambridge University Press, pp. 109-114, 1969.
- 4) 光易 恒・中山 竜三: 風波のスペクトルの発達, 第16回海岸工学講演会講演集, pp. 53-58, 1969.