

重複波による染料の拡散に関する研究

岩 垣 雄 一*・平 山 秀 夫**・岡 幸 夫***

1. 緒 論

波や流れによって海浜の底質が浮遊し、あるいは輸送されるいわゆる漂砂現象を定量的に把握するためには、波動の場における底質の浮遊機構が解明されなければならない。われわれは、ここ数年来、重複波動中における1個の個体粒子の運動特性を主として実験的に調べた結果、底面が滑面の場合でも、波動中における個体粒子の運動が乱れの中の粒子の運動に類似していることから、波と浮遊粒子との間に乱れに似た分散効果のようなものが存在することを指摘し、実際の波動の場には、乱れに類似する効果が存在することを示唆した¹⁾³⁾。

本研究では、このような推論を実証するため、前回と全く同じ条件の下に重複波動中における染料の拡散実験を行い、その鉛直面内の拡散過程を flow-visualization 法で明確にするとともに、その拡散域の変化から拡散係数を求め、そのオーダーや場所的分布特性を調べて、静水中ならびに従来得られた単一粒子による結果と比較検討する。ついで、重複波動中における染料の拡散特性、特に拡散係数と拡散スケールの関係やその場所的変化特性を調べて、波動の場での底質の浮遊の要因を明確にしようとするものである。

2. 実験装置および実験方法

実験装置は 図-1 に示すように、京都大学工学部土木系教室地下実験室に設置されている長さ 5 m, 幅 50 cm, 高さ 60 cm の前報と全く同じ鋼製片面ガラス張り水槽を用いて行った。今回は波動中における染料の鉛直面内

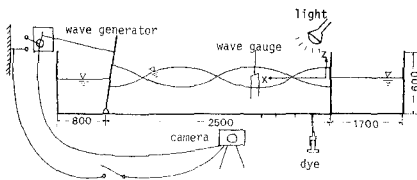


図-1 実験装置および座標系 (単位: mm)

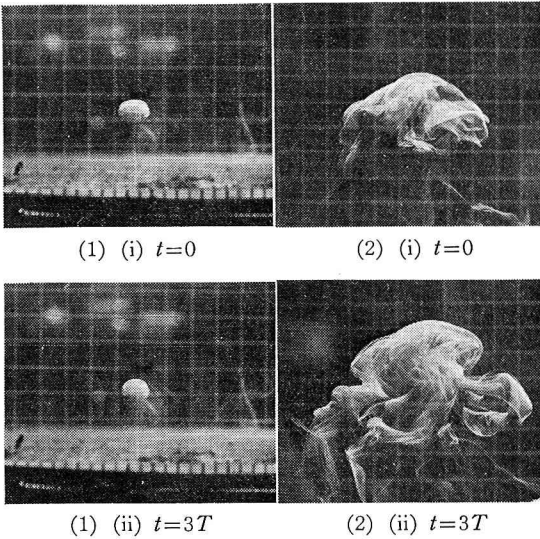
拡散の実験であるので、水槽の底面に、重複波の1波長間における節の位置、腹の位置ならびに節と腹の中間位置(左右2か所)の合計4か所に、染料の注入口(内径5mm)を設けた。また、波の1周期ごとの染料の拡散過程を調べるために、モータードライブ付きカメラを使用し、造波源であるACモーターの部分に接触部を設けて、モーターが1回転するたびに、瞬間的にカメラのシャッターが降りるような機構にした。造波の方法、カメラの撮影位置ならびにレンズの種類は前報と全く同様であるので、ここでは省略する。

実験の方法は、重複波がほぼ定常状態になったと思われる時点で、底面の注入口から比重がほぼ1の螢光染料(エオシン: 約5000ppm)を鉛直噴流にならないように静かに注入し、その鉛直面内の拡散状況を、モータードライブ付きカメラで1周期ごとに連続撮影した。実験に用いた重複波の波長は常に一定($L=166.7\text{ cm}$)で、前報と全く同様に、節の数が3つとなるように水深30cmで周期1.15secとし、波高だけを4cm~15cmの範囲

表-1 実験条件

写真番号 Run. No.	水深 h (cm)	周期 T (sec)	波高 H (cm)	測定点 z (cm)	反射板からの距離 kx	拡散過程
6-3~6-6	30	1.15	4.1	25	$\pi/2$	重複波内 での拡散
7-16~7-18	30	1.15	10.1	25	$\pi/2$	
8-12~8-14	30	1.15	9.8	25	$\pi/2$	
14-20~14-24	30	1.15	7.8	25	$\pi/2$	
15-25~15-28	30	1.15	11.2	25	$\pi/2$	
19-21~19-26	30	1.15	8.1	25	$3\pi/4$	
20-17~20-19	30	1.15	7.1	25	$3\pi/4$	
21-12~21-14	30	1.15	11.4	25	$3\pi/4$	
23-29~23-31	30	1.15	9.2	25	$3\pi/4$	
27-19~27-22	30	1.15	13.4	25	$3\pi/4$	
43-2~43-4	30	1.15	5.1	25	$3\pi/4$	
49-26~49-29	30	1.15	6.5	25	$9\pi/10$	
51-1~51-3	30	1.15	6.3	25	$9\pi/10$	
54-6~54-8	30	1.15	7.4	25	$9\pi/10$	
55-32~55-34	30	1.15	9.0	25	$9\pi/10$	
62-2~62-4	30	1.15	11.1	25	$9\pi/10$	
69-16~69-18	30	1.15	11.5	25	$9\pi/10$	
77-17~77-23	30	1.15	8.2	25	$\pi/4$	
83-5~83-7	30	1.15	6.0	25	$\pi/4$	
84-27~84-29	30	1.15	6.1	25	$\pi/4$	
86-4~86-7	30	1.15	11.0	25	$\pi/4$	
87-17~87-20	30	1.15	11.9	25	$\pi/4$	
88-21~88-25	30	1.15	11.4	25	$\pi/4$	
47-12~47-15	30			25		静水中での拡散

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室
 ** 正会員 工修 大阪府立工業高等専門学校助教授
 *** 学生会員 京都大学大学院 工学研究科



写真—1 拡散過程の実例

(1) 静水中 (Run. 47)

(2) 波動中 (Run. 8)

で適当に変えた。また、波高の測定位置ならびに座標軸の取り方も、前報の場合と全く同様である(図—1 参照)。なお、実験は、滑面の場合のみとし、その測定位置は、 $kx \approx \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, 9\pi/10$ の計4か所で、しかも底質の浮遊に最も重要であると考えられる底面付近 ($z \approx -25 \text{ cm}$) を重点的に選び、それぞれの位置で約25ケースずつ行った。得られたデータのうち、特に注入の影響がなく、しかも染料域がほぼ円形と思われる場合のみを解析の対象とした。実験条件として代表的なものを表—1に示す。なお、実験で得られた拡散過程の実例を写真—1に示す。

3. 解析方法

(1) 重複波動中における拡散係数の推定式

ここでは、重複波動中における物質の拡散方程式から拡散係数を推算する方法を簡単に述べる。いま、 $x-z$ 平面での2次元の拡散問題とすれば、拡散方程式は次式のように表わされる。

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + D_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right) \dots (1)$$

ここで、 \bar{c} は平均濃度で、時間と場所の関数、 D_x および D_z はそれぞれ水平および鉛直方向の拡散係数、 t は時間である。いま、式(1)を重複波動中に適用する場合に問題になるのは、式(1)中の $\bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}$ および $\bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z}$ のいわゆる移流項の取扱い方と拡散係数 D_x, D_z をいかに評価するかということである。われわれは、これを次のように考えた。

浅海重複波の非回転波動理論によれば、水平および鉛

直方向の各速度成分の時間平均 \bar{u} および \bar{w} は0とおけるので、重複波動中に質量輸送速度が存在しないものとすれば、式(1)中の $\bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}$ および $\bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z}$ の非線形項は消去できると考えられる。一方、拡散係数 D_x, D_z は、単一粒子の運動の特性に関する前報の結果^{3),4)}によれば、重複波動中における水平および鉛直方向の拡散係数の値はほぼ同程度の大きさであることから、 $D_x \approx D_z = D$ と仮定できよう。したがって、結局、式(1)は次式のように、いわゆる2次元の熱伝導型方程式に簡単化される。

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = D(\frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial z^2}) \dots (2)$$

この解は、 $r^2 = x^2 + z^2$ とおき、初期条件を $t=0$ で $\bar{c} = c_0 \exp\{-r/a^2\}$ とすれば、次式のように求められる。

$$\bar{c} = c_0 / (1 + 4Dt/a^2) \exp\{-r^2/a^2(1 + 4Dt/a^2)\} \dots (3)$$

平野・杉浦⁵⁾にしたがって、次のような方法で式(3)より拡散係数を求めた。すなわち観測される染料域は可視限界と考えられるので、染料域縁辺の濃度は常に等しいと仮定し、さらに、ある時刻 t_{i-1}, t_i に測定した染料域の面積を等面積の円に換算して、その半径をそれぞれ r_{i-1}, r_i (以下これを相当半径と呼ぶ) とすれば、次式の関係が成立する。

$$\begin{aligned} c_0 / (1 + 4Dt_i/a^2) \exp\{-r_i^2/a^2(1 + 4Dt_i/a^2)\} \\ = c_0 / (1 + 4Dt_{i-1}/a^2) \exp\{-r_{i-1}^2/a^2(1 + 4Dt_{i-1}/a^2)\} \end{aligned} \dots (4)$$

いま簡単のために、

$$\begin{aligned} 1/(1 + 4Dt_i/a^2) \approx 1/(1 + 4Dt_{i-1}/a^2) \text{ および} \\ \exp\{-r^2/a^2(1 + 4Dt/a^2)\} \approx 1 - r^2/a^2(1 + 4Dt/a^2) \end{aligned} \dots (5)$$

の近似をすれば、結局、拡散係数 D は次式のように求まる。

$$D \approx (r_i^2 - r_{i-1}^2) / 4\pi(t_i - t_{i-1}) \approx (S_i - S_{i-1}) / 4\pi T \dots (6)$$

ここで、 S_i, S_{i-1} は時刻 t_i, t_{i-1} での拡散域の面積、 T は波の周期である。以下、この式(6)を用いて、実験結果の拡散係数を求めた。

(2) 実験結果の解析法

染料の拡散域の変化を連続的に撮影したネガフィルムをB5版のミニコピーリーダ用紙に焼付け、digital coordinator と接続しているデスクトップコンピュータを用いて、1周期ごとの染料域の面積 S_{i-1}, S_i とそれぞれの中心位置 (x_i, z_i) を測定し、式(6)に写真の倍率 A を考慮した次式から拡散係数を求めた。

$$D = (S_i - S_{i-1}) / 4A^2\pi T \dots (7)$$

一方、染料域の面積の中心位置 (x_i, z_i) は染料域縁辺のすべての写真上での座標を (X, Z) とすると、それぞれの座標の最大値 X_{\max}, Z_{\max} および最小値 X_{\min}, Z_{\min}

の値を用いて、次式から近似的に求めた。

$$x_i = (X_{max} + X_{min})/2A, z_i = (Z_{max} + Z_{min})/2A \dots\dots\dots (8)$$

なお、面積測定は、求める染料域の縁辺の閉曲線を、有限個の線分で近似し、その多角形の面積で算定される仕組になっているので、測定結果の読み取り誤差は、測定する面積の大小によって若干異なる。いま、半径7.2mmで面積 162.78mm² の円について10回測定して検定した結果によれば、測定誤差はほぼ1.3%程度であった。したがって、面積の小さいものほど細かく分割して測定すれば、その測定誤差はあまり問題にならないと考えられる。なお、測定器は0.005mm²のオーダーまで正確に測定可能である。

4. 実験結果および考察

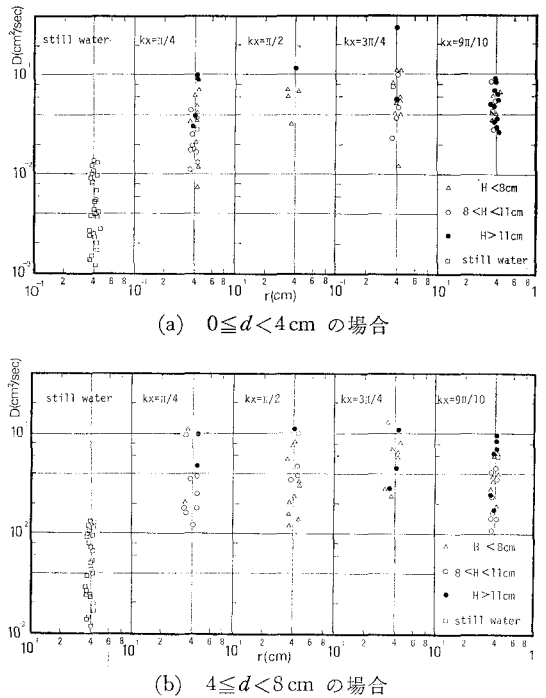
(1) 拡散過程

緒論で述べたように、これまで、重複波動中における単一粒子の運動軌跡を実験的に調べ、有限振幅波理論による理論曲線と比較した結果、底面が滑面の場合でも単一粒子の挙動はかなり複雑で、必ずしも理論通りには運動していないことから、重複波動中に乱れに類似した効果が存在していることを示唆した^{1)~3)}。

今回の実験は、重複波動中のみならず静水中における染料の拡散過程をも詳細に調べ、このような推論を実証しようとするもので、ここではそれを写真によって示す。写真—1(1),(2)はそれぞれ静水中ならびに重複波動中($kx \approx \pi/2$: 節の位置)における染料の拡散過程の実例を示したものである。これらの写真から、両者による拡散速度の相違が明らかであろう。すなわち、重複波動中の染料は、静水中のそれと比較してかなり早く拡散し、しかもその拡散状況も複雑であることから、波動中では、その非定常な流体運動のために、静水中に比較して物質をより早く拡散させる要因が存在していることが推測できる。また、写真では示していないが、波動中における拡散状況は水平方向の位置によっても若干の差異が見られる。このことは恐らく、波動中における拡散過程が水の運動に起因し、それが場所的に変動していることによるのではないかと考えられるが、はっきりしたことは不明である。

(2) 静水中と波動中における拡散係数の比較

(1)で、重複波動中における拡散が静水中の場合に比して著しいことを写真によって示したが、ここでは、それを定量的に示すことにする。図—2(a),(b)は拡散スケールがほぼ一定($r \approx 0.4$ cm)の場合の、静水中ならびに波動中における拡散係数の値とその場所的変化特性を示したもので、(a)および(b)はそれぞれ底面からの距離 d (cm)によって、(i) $0 \leq d < 4$ cm、ならびに(ii) $4 \leq d < 8$ cm のように実験データを整理した場合の、 kx



図—2 静水中と波動中における拡散係数の比較

$= \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, 9\pi/10$ の位置における結果である。これらの図から、波動中における拡散係数は場所的に若干の変動はあるが、静水中のそれと比較してオーダーが1桁大きいことが明らかである。このことより、滑面の場合でも、重複波動中には静水中に比較して染料をより早く拡散させる要因、すなわち乱れに類似した効果の存在が定量的にも明確になったと考えられる。次に、このように算定された拡散係数の水平分布ならびに鉛直方向の場所的分布特性や波高特性などの関係を調べることにする。

(3) 重複波動中における拡散係数の場所的分布

後述するように、算定された拡散係数は拡散スケールによって著しい差異があるので、拡散係数の真の場所的分布特性を調べる場合には、一定の拡散スケールの下で検討する必要がある。しかしながら、ここでは、まず最初に、拡散スケールを考慮しない場合の拡散係数の水平方向の場所的分布特性を調べ、拡散スケールが一定の場合の結果と比較して両者の相違を概観するとともに、この結果の差異から拡散スケールの効果を明確にする。次に、拡散スケールが一定の場合の拡散係数の場所的分布と、従来得られた単一粒子の運動の分散から算定された水平および鉛直方向の拡散係数の結果をも比較検討する。

図—3(a),(b)および図—4(a),(b)はそれぞれ拡散スケールを考慮しない場合ならびに拡散スケールがほぼ一定($0.5 \leq r < 0.7$ cm)の場合の拡散係数の水平分布を

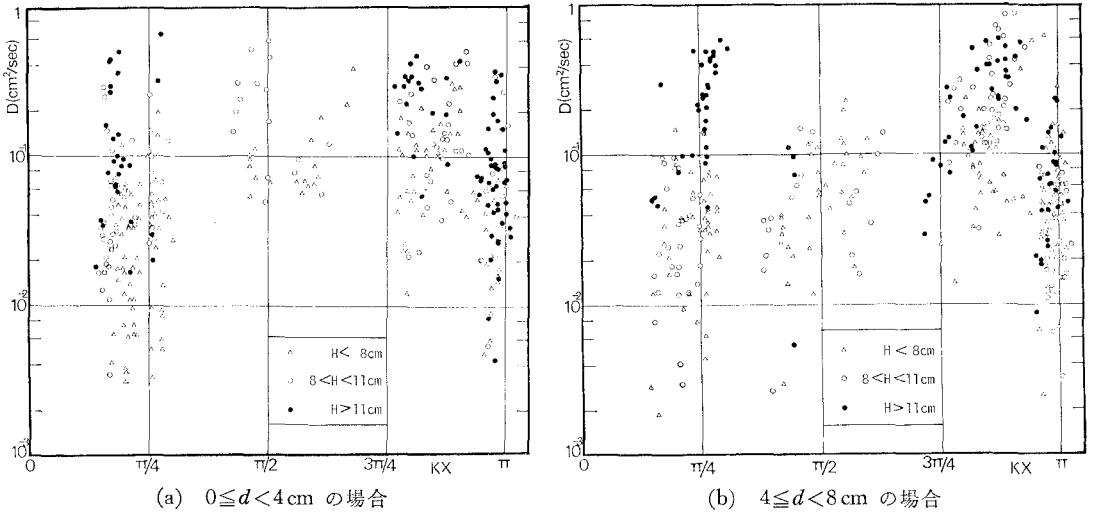


図-3 拡散係数の場所的分布 (拡散スケールを考慮しない場合)

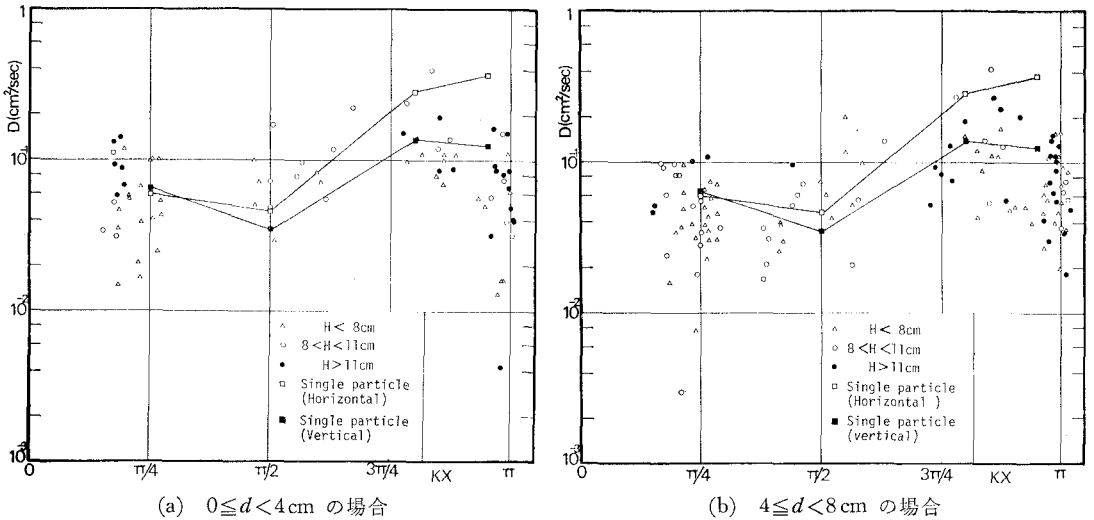


図-4 拡散係数の場所的分布 ($0.5 \leq r < 0.7$ cm の場合)

示したものである。各図の (a) と (b) はそれぞれ底面からの距離 d が異なる。これらの図から明らかなことは、まず第1に、拡散係数の底面からの距離による差異は、特に拡散スケールを考慮しない場合の節付近を除けば、ほとんどないことである。このことは、節近傍では水粒子の水平運動による底面摩擦の効果などにより、拡散におよぼす拡散スケールの影響が、底面からの距離によって異なっていることを示唆しているものと考えられる。これは後述の 図-5 (a)(2) と (b)(2) で裏付けられる。第2に、水平方向の同位置における拡散係数の散乱の程度が、図-3 と 4 では著しく異なり、しかも波高による分布特性もほとんど見られないことである。このことから、拡散スケールの拡散係数に及ぼす影響がいかに顕著であるかが推察できよう。

次に、染料による拡散域から算定された拡散係数と、単一粒子の運動の分散から見積られた拡散係数の、水平方向の分布特性を比較検討する。この場合、後述するように、拡散スケールによって拡散係数の大きさが異なるので、単一粒子の運動によって得られた拡散係数が、どの程度の拡散スケールの拡散係数に相当するのか不明であるが、 $5 \text{ mm} \leq r < 7 \text{ mm}$ のものを選んだ。さらに、本研究における拡散係数の算定式を誘導する過程で、水平と鉛直方向の拡散係数は近似的に等しいと仮定しているため、水平と鉛直方向のそれを異なるとして、別々に計算した単一粒子の場合の結果とを比較することは、厳密な意味では問題である。しかしながら、一定の拡散スケールの下で、そのオーダーや場所的分布特性を比較することは、両者のおおまかな傾向や相違を検討する上で、

あながち意味のないことではないと考える。そこで、単一粒子による拡散係数の結果が、図-4 (a), (b) 中に示されている。この図から、染料による拡散係数の値に若干のバラつきが見られるが、両者のオーダーや全般的な傾向は、ほぼ一致していることが明らかであろう。このことは、単一粒子の運動の分散から定義した拡散係数の妥当性を実証しているものと考えられる。

(4) 拡散係数と拡散スケールの関係

局所等方性乱流場における拡散係数は、拡散のスケール(粒子群の広がり)が拡散場の渦のスケールより十分小さく、かつ慣性領域にある場合には、拡散スケールの4/3乗則が成立することが知られている。これは、1926年に、Richardson⁶⁾が種々の現象のスケールに対して見かけの渦動粘性係数の値を整理した結果、それが現象のスケールの4/3乗に比例することを実証した有名な法則である。その後、海洋における潮流の水平拡散に関する

現地観測や模型実験でも確かめられた^{7),8)}。ここでは、このような拡散係数と拡散スケールの関係が、波動の場合における鉛直面内の拡散において成立するかどうか、拡散スケールとして染料域の相当半径をとって調べる。

図-5 (a), (b) は、式 (7) によって算定した拡散係数の実験値を縦軸に、染料域の相当半径 r (cm) を横軸にとって、場所的に整理して示したものである。これらの図から、本実験のように時間スケールの小さい非定常な波動の場合では、拡散係数は相当半径の4/3乗には比例せず、むしろほぼ2~3乗に比例し、しかもその値は、水平および鉛直方向の位置によって若干の差異があることがわかる。なお、静水中における同様な結果を図-6に示す。このように、滑面上における波動の場合では、その拡散形態が、普通のいわゆる乱流場や静水中の拡散特性と非常に異なることから、波動の場合には、その水粒子の非定常な流体運動のために、特殊な拡散機能が内蔵して

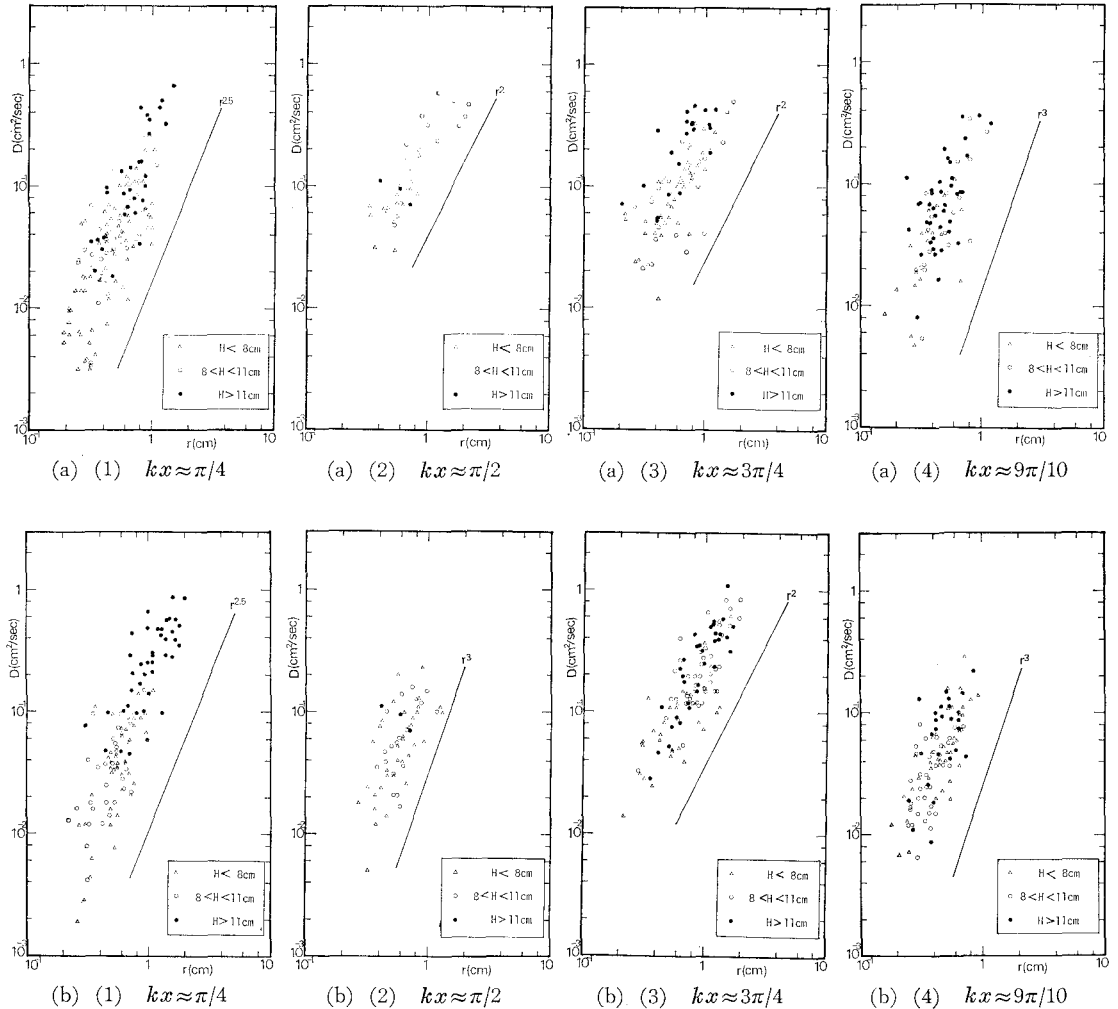


図-5 拡散係数と拡散スケールの関係 (波動中, (a) $0 \leq d < 4$ cm, (b) $4 \leq d < 8$ cm)

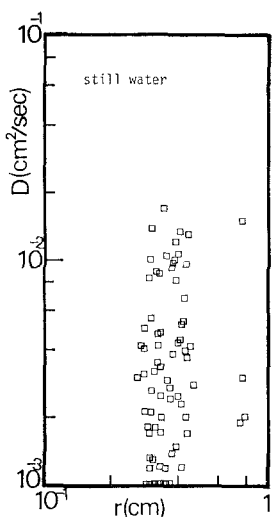


図-6 拡散係数と拡散スケールの関係 (静水中)

いることが推察されるが、その本質については、現在のところよくわからない。

5. 結 論

以上、底面が滑面の場合における重複波による染料の拡散過程を実験的に調べ、その拡散域から拡散係数を求め、その大きさや場所的分布特性、拡散係数と拡散スケールの関係などを詳しく検討し、静水中における結果や従来得られた単一粒子の場合の結果と比較検討した。その結果、次のようなことが明らかになった。

(1) 重複波動中の拡散係数として $10^{-2} \sim 2 \times 10^{-1}$ cm^2/sec という値が求められ、静水中の拡散係数である $10^{-2} \sim 10^{-3}$ cm^2/sec 程度の値と比較して明らかに1桁以上大きいことが明確となった。

(2) 重複波による染料の拡散から得られた拡散係数の水平分布は、拡散スケールによって著しい差異がある

が、ほぼ一定の拡散スケールの場合には、すでに1個の浮遊粒子の運動の分散から算定した分布と類似し、しかも拡散係数のオーダーもほぼ一致していることが明らかになった。

(3) 重複波動中における拡散係数と拡散スケールの関係は、拡散スケールとして拡散域の相当半径をとった場合には、 $4/3$ 乗則よりもむしろ $2 \sim 3$ 乗則が成立し、しかも水平方向の位置によっても若干の差異がある。

(4) 以上の結果より、重複波動中に乱れに類似する効果の存在が一層明確になった。

最後に本研究の実験にあたって、色々な御助言を賜わった愛媛大学工学部樋口明生教授ならびに、協力を頂いた京都大学工学部土木工学教室の海岸研究室の諸氏に深く感謝の意を表するとともに、本研究は文部省科学研究費による研究の一部であることを付記し、謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 岩垣雄一・平山秀夫: 重複波による浮遊粒子の挙動について, 第19回海岸工学講演会論文集, pp. 165~171, 1972.
- 2) 岩垣雄一・平山秀夫: 重複波による浮遊粒子の挙動の特性について, 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 319~326, 1973.
- 3) 岩垣雄一・平山秀夫: 重複波による浮遊粒子の挙動の特性について(続), 第21回海岸工学講演会論文集, pp. 207~213, 1974.
- 4) 岩垣雄一・平山秀夫: 重複波による浮遊粒子の水平残留速度について, 第29回年次学術講演会講演概要集第2部, 土木学会, pp. 1~3, 1974.
- 5) 平野敏行・杉浦健三: 河川流入のある小内湾の塩分分布について, 東海区水産研究所研究報告, 第22号, pp. 1~16, 1958.
- 6) Richardson, L.F.: Atmospheric diffusion shown on a distance-neighbour graph, Proc. Roy. Soc., A. 110, 1926.
- 7) 井上栄一: 海洋の乱流拡散係数, 科学, 1950.
- 8) 樋口明生・杉本隆成: 潮流による拡散の水理模型実験について, 京大防災研究所年報, 第10号B, pp. 343~363, 1967.