

# 数値波動解析法による港内波高分布の計算

谷本勝利\*・小舟浩治\*

## 1. まえがき

合理的な港湾施設の配置を検討するためには、港内における侵入波の伝播、変形を十分に把握しておくことが必要である。これに関連して、従来主として防波堤の適切な配置決定の観点から、遮蔽実験による検討が行われてきたが、最近ではこうした水理模型実験に相当するものとして、電子計算機を用いた数値モデルによる港内波高分布の算定法が研究開発され、一部実用に供するようになってきた。フランス SOGREAH 社の Barailler と Gaillard による方法<sup>1)</sup>等がその例である。

一方筆者らは、これとは別に差分化した線型波動方程式を、与えられた境界条件のもとに初期条件から逐次計算を行って解いていく「数値波動解析法」と称した方法を開発し、既に防波堤等による波の回折の問題(第1報)<sup>2)</sup>、水深変化による波の屈折、特に幾何光学的波向き線が交差する領域における波高分布の問題(第2報)<sup>3)</sup>に応用してきた。今回の報告は、これに続き実際の港湾施設の配置条件のもとで波高分布を算定できるようにするため、任意反射率境界の計算法を新しく導入し、若干の検討および計算例を示したものである。

## 2. 基礎方程式と入射波

計算の基礎となる波動方程式は、流速を積分した線流量のかたちで表わし<sup>4)</sup>、次式のとおりである。<sup>\*\*</sup>

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q_x}{\partial t} &= -c^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial Q_y}{\partial t} &= -c^2 \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= -\frac{\partial Q_x}{\partial x} - \frac{\partial Q_y}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、

$$Q_x = \int_{-h}^0 u dz, \quad Q_y = \int_{-h}^0 v dz \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$c^2 = \frac{g}{k} \tanh kh \quad \dots\dots\dots (3)$$

$x, y$  は静水面における直角座標、 $z$  はそれと直角上向きにとった座標であり、 $\eta$  は水位、 $u, v$  はそれぞれ  $x, y$  方向の水粒子速度成分である。また、 $h$  は水深、 $k$  は波数で、角振動数  $\sigma$  との間に周知の次の関係がある。

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \quad \dots\dots\dots (4)$$

実際の数値計算は、矩形状格子網に対し式(1)を差分方程式に変換し、次式で与えられる  $x$  の負の方向に進行する入射波に対し、逐次計算を行うことによって進める。

$$\eta_I = a_I \sin(kx + \sigma t + \varepsilon) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$Q_{xI} = -a_I c \sin(kx + \sigma t + \varepsilon) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし、任意水深領域に対しては、第2報<sup>3)</sup>で述べたように、浅水度に対する補正が必要である。

## 3. 任意反射率境界に対する計算法の原理

実際の港湾における境界は様々な反射特性を有しており、港内の波高分布を計算するためには、これを考慮することが不可欠である。第1報<sup>2)</sup>では、こうした任意反射率境界の計算法として「造波板方式」と名づけた方法を示したが、複雑な形状の境界に対しては適用困難であった。そのため、本報告では直線状境界の前面に形成された斜め部分重複波の場を考慮することにより、任意反射率境界の計算法を導びくことにする。

簡単のため、図-1に示すように反射率  $r$  の直線状境界が  $x=0$  ( $y$  軸) 上にあり、これに図中に示した角

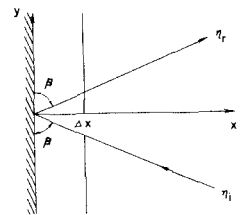


図-1 部分反射境界への波の入・反射

度  $\beta$  で波が入射、反射されて、次式で表わされる斜め部分重複波が形成されている状態を考える。

$$\eta = \eta_I + \eta_R \quad \dots\dots\dots (6)$$

\* 正会員 運輸省港湾技術研究所 水工部  
 \*\* 第1報において静水面での速度成分を用いた一定水深領域に対する表面基礎方程式を導びき、第2報においてそのまま任意水深領域に対する基礎方程式として示したが、そのときの実際の計算はすべて本報告に示す線流量表現の式(1)に基づいて行ったものである。任意水深領域に対しては線流量表現のものを用いるべきであることが判明したので、本報告においてはこれを一般的な基礎方程式とすることにした。第2報においては表現だけの相違と思われたため、この点明記していなかったことをお詫びしたい。

$$\eta_I = a \sin(kx \sin \beta - ky \cos \beta + \sigma t) \dots\dots\dots(7)$$

$$\eta_R = -ra \sin(kx \sin \beta + ky \cos \beta - \sigma t) \dots\dots\dots(7')$$

ここに、 $a$  は境界への入射波の振幅、添字  $I, R$  はそれぞれ入射波、反射波を意味する。

このとき、境界 ( $x=0$ ) および  $x=\Delta x$  の線上における  $x$  方向の線流量成分  $Q_0, Q_1$  は、次のようになる。

$$Q_0 = -(1-r)ac \sin \beta \sin(\sigma t - ky \cos \beta) \dots\dots\dots(8)$$

$$Q_1 = -\{(1+r)^2 \sin^2(k\Delta x \sin \beta) + (1-r)^2 \cos^2(k\Delta x \sin \beta)\}^{1/2} ac \sin \beta \times \sin\{\sigma(t+\tau) - ky \cos \beta\} \dots\dots\dots(9)$$

ここに、

$$\tan \tau = \frac{1+r}{1-r} \tan(k\Delta x \sin \beta) \dots\dots\dots(10)$$

いま、式(8)と(9)を比較すれば、 $Q_0$  は次式のように  $Q_1$  と関係づけられることがわかる。

$$Q_0 = A Q_1^{t-\tau} \dots\dots\dots(11)$$

ここに、

$$A = \frac{1-r}{\{(1+r)^2 \sin^2(k\Delta x \sin \beta) + (1-r)^2 \cos^2(k\Delta x \sin \beta)\}^{1/2}} \dots\dots\dots(12)$$

すなわち、式(11)は時刻  $t$  における任意反射率境界上の線流量成分  $Q_0^t$  が、 $\Delta x$  だけ離れた線上における時刻  $(t-\tau)$  での線流量成分  $Q_1^{t-\tau}$  に係数  $A$  を乗じたものに等しく、境界上の値を直接計算しなくても、その手前の値の時間的変化から求められることを表わしている。ここに、 $\tau$  および  $A$  は、式(10)、(12)のように、 $r$  と  $\beta$  の関数として与えられる。

本方式における任意反射率境界の計算法は以上の原理を導入したものであるが、反射率  $r$  は計算上一定の値を与えることとしても、境界への到達波の波向き  $\beta$  は波の伝播・変形の結果であり、また複雑な境界形状にあっては1方向のみとは限らず、原理的には予め与えることができない。しかしながら、小メッシュ分割の格子網上の境界では、適切な値を与えることによって、実用的には十分誤差を小さくすることができる。

4. 仮想境界における計算法

従来、計算の遂行上必要とした広大な仮想外海領域は、無反射性の仮想境界を導入することによって省くことが可能となる。

今回の計算では、側壁に相当する仮想境界に対しては、3. で述べた方法において反射率  $r=0$  とすることにより無反射性とした。沖側境界に対しては、入射波が既知であることを利用して、次のような別の方法によることにした。

すなわち、沖側境界を無反射性とするためには、境界

線流量を入射波と反射波によるものの和で与えてやればよい。このうち入射波の線流量は与件として既知であるが、反射波によるものは港湾の境界条件に応じた計算結果による。しかしながら反射波の線流量は沖側計算点とたとえば  $\Delta x$  だけ離れた地点での線流量から、そこでの入射波による線流量を差し引いたものの伝播として求めることができる。

本方式ではこうした原理をとり入れることとし、なお伝播の関係を単純にするため、図-2に示すように一般の格子網領域に長さ3メッシュからなる幅1メッシュごとの1次元水路状の沖側境界計算用の領域を設けることにした。この領域は一定水深とし、差分方程式における切り捨て誤差を0とするため、格子間隔  $\Delta x$  は一般の格子間隔とは別に次の関係式を満たすように定めるものとする。

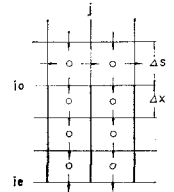


図-2 沖側境界

$$\Delta x = c_1 \Delta t \dots\dots\dots(13)$$

ここに、 $c_1$  は沖側境界計算領域における波速、 $\Delta t$  は計算時間間隔である。

この場合、無反射性沖側境界における線流量は、図-2に示した格子網上において、次のように計算すればよい。

$$Q_x(i_0, j)^{n\Delta t} = Q_x(i_0 - 1, j)^{(n-1)\Delta t} + a_{1C1} \sin\{k(i_0 - i_0 - 1)\Delta x + (n-1)\sigma\Delta t\} - a_{1C1} \sin\{k(i_0 - i_0) \times \Delta x + \sigma n\Delta t\} \dots\dots\dots(14)$$

ただし、初期条件 ( $n=0$ ) は  $i=i_0$  に丁度波の先端が到達した状態として与える。

また、 $i=i_0$  では  $x$  方向の格子間隔が変化するため、接合部での線流量の計算は次式による。

$$Q_x(i_0, j)^{(n+1)\Delta t} = Q_x(i_0, j)^{n\Delta t} - c_1^2 \frac{\Delta t}{\Delta s} \{\eta_0^{(n+1/2)\Delta t} - \eta_0^{(n+1/2)\Delta t}\} \dots\dots\dots(15)$$

ここに、

$$\eta_0^{(n+1/2)\Delta t} = \eta_0^{(n+1/2)\Delta t} + \frac{\Delta s - \Delta x}{2\Delta x} \{\eta_0^{(n+1/2)\Delta t} - \eta_0^{(n+1/2)\Delta t}\} - \eta_0^{(n+1/2)\Delta t} \dots\dots\dots(16)$$

5. 任意反射率境界に対する二、三の検討

(1) 1次元水路に対する計算

以上に述べた任意反射率境界と無反射性沖側境界の計算法を新しく導入して、まず1次元水路に対する検討を行った。この場合、側壁は勿論完全反射としている。図

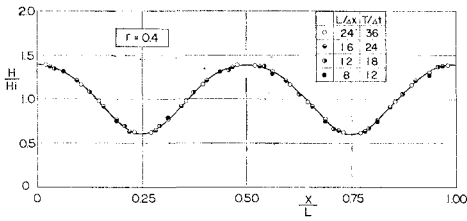


図-3 部分反射壁前面波高分布 ( $\beta=90^\circ$ )

一3にその結果の1例として水路長を2波長とし、境界壁の反射率を0.4とした場合の壁前面の計算波高分布を示した。ここに、実線は入射波の重ね合せによる波高分布を表わしているが、計算結果はそれとほぼ完全に一致することが確認される。

本計算は $\beta=90^\circ$ として行ったものであるが、一方同様な条件において、計算における波向き条件のみ $\beta=75^\circ, 60^\circ, 45^\circ$ と変化させた場合の波高分布は図-4に示したようになり、 $\beta$ の与え方によって計算結果が異なることが認められる。すなわち、 $\beta=75^\circ$ では $90^\circ$ の場合にほぼ一致し、 $\beta=60^\circ$ では反射率0.32、 $\beta=45^\circ$ では0.25に相当する結果となっている。

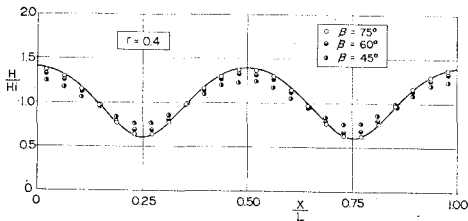


図-4 部分反射壁前面波高分布 ( $L/\Delta x=24, T/\Delta t=36$ )

(2) 半無限堤に対する計算

半無限堤に直角に波が入射する場合、堤前面については $90^\circ$ に近い $\beta$ の値を与えることによって、反射率に応じた妥当な結果を得ることができる。一方、堤背面については、この場合堤端からの回折波が堤に沿う方向に進行することになり、直角成分を有した到達波がないことから、計算上反射率の影響はないと考えられる。しかしながら、図-5に結果の1例を示しているように、堤背後側では、背面の反射条件を $r=0$ とした場合の方

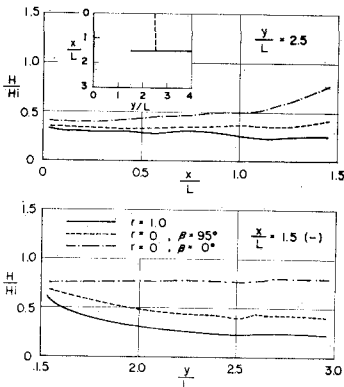


図-5 回折波領域における波高分布

が、 $r=1.0$ とした場合より波高が大きくなり、不自然な結果を与える。また、誤差の程度は $\beta$ を $90^\circ$ に近い値とした方が小さくなる。こうしたことにより、防波堤背面の境界条件としては他構造物からの反射波等が顕著に到達する場合以外は、実際の反射率いかんにかかわらず完全反射として計算を遂行することにした。

図-6は、堤前面の反射率 $r=0$ の半無限堤に波向き $45^\circ$ で斜めに入射した場合の堤外側 $x/L \div 1$ の線上における波高分布を種々の $\beta$ に対し計算して示したものである。この場合、防波堤が完全消波であるから、波高比分布はほぼ1.0となるべきであり、これに対し計算結果

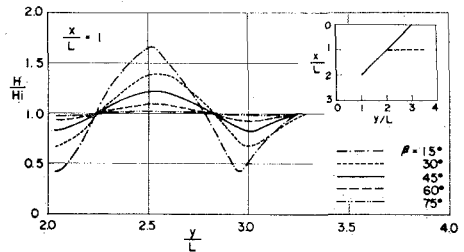


図-6 斜め入射堤外側計算波高分布 ( $r=0$ )

は $\beta$ が $90^\circ$ に近いほど妥当な結果を与えることが認められる。これらの結果から、任意反射率境界の計算における $\beta$ の値としては、常に直角に近い値を与えることにした。

図-7は周辺の仮想境界における無反射性の確認のために行った計算結果である。計算は防波堤を完全反射とし、 $x/L=6$ に波の先端があるときを初期状態として行い、図に示した波高比分布は10周期目の $y/L \div 0, y/L \div 7$ の線上における結果である。入射波領域にある $y/L \div 0$ においてはほぼ入射波の波高、回折波領域にある

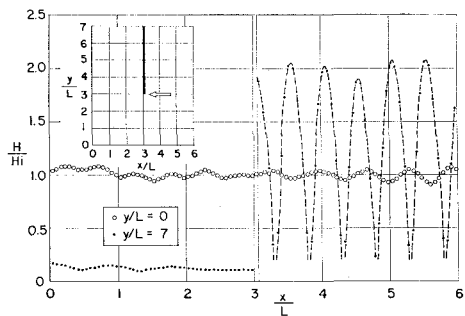


図-7 仮想境界側壁に沿う計算波高分布

$y/L \div 7$ の堤背後側においては減衰したほぼ一様分布、反射波領域にある堤前面側においてはほぼ完全重複波高分布となっており、周辺仮想境界の無反射性は実用的には満足できるものであることが確認される。

6. 矩形状港湾に対する計算と実験結果の比較

簡単な形状に対する計算と小規模な実験を実施して、

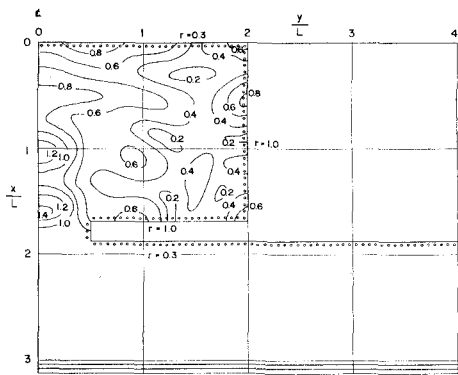


図-8 計算領域と等波高比 ( $H/H_i$ ) 分布

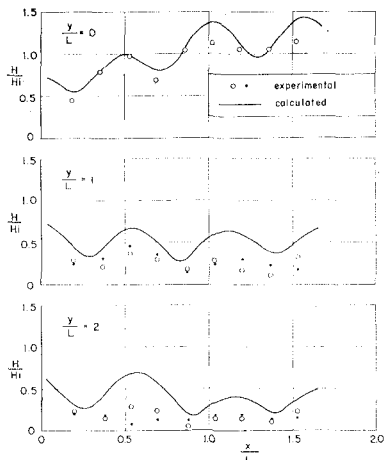


図-9 計算および実験結果の比較 (1)

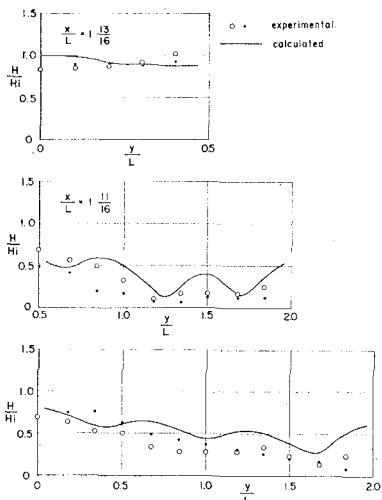


図-10 計算および実験結果の比較 (2)

両者の比較を行ってみた。対象とした形状は幅  $4L$ 、奥行き  $1.7L$  の矩形状のもので、開口部幅  $1.0L$ 、港奥および堤外面の反射条件が  $r=0.3$  のものである。計算は形状の対称性のため、図-8 に示したように半分の領域に対して行っており、等波高比線を同図に示しておいた。

一方、実験は全領域に対し実施し、部分反射境界は直立壁前面に碎石斜面を設けることによった。反射率  $0.3$  はこの碎石斜面に対し、実験入射波による前面波高分布を測定し、Healy の方法によって求めた値であり、計算における部分反射の境界は、そうした前面波高分布における静水面と斜面との交点に近い腹の位置としたものである。水深は  $15\text{ cm}$ 、波長は  $30\text{ cm}$ 、入射波高は  $1.8\text{ cm}$  とした。また、計算における格子および時間間隔はそれぞれ  $\Delta s/L=1/16$ 、 $\Delta t/T=1/24$  である。

図-9 および 10 に計算と実験による結果を対比して示した。計算結果は実験によるものより波状性が顕著になっており、特に堤内側壁に沿ってやや差が大きいのが認められるが、全体的にはかなりよく一致しているといえる。

7. 計算所要時間

本方式による波高計算は、通常港湾形状を波長の十数分の一の格子網に分割して行うため、波長に比較して広領域の港湾に対しては計算量が著しく多くなる。計算所

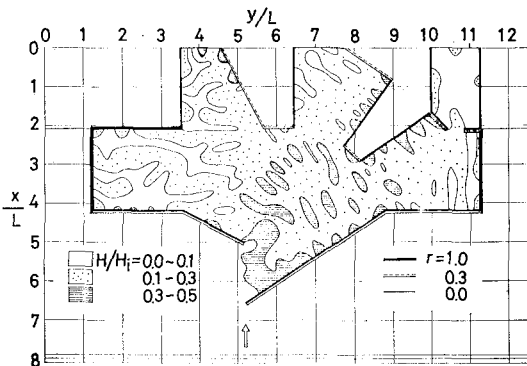


図-11 港内波高分布の計算例 (コア内処理)

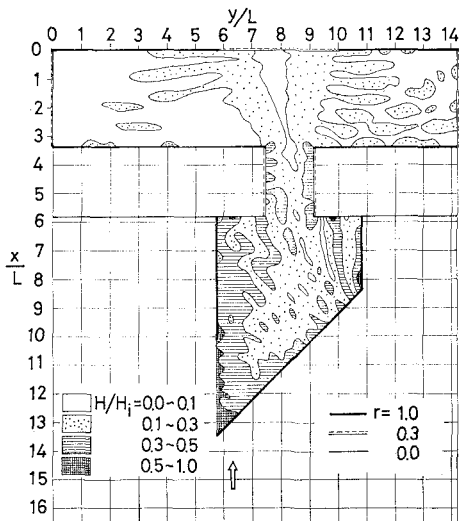


図-12 港内波高分布の計算例 (磁気ディスク使用)

要時間は、計算機の性能およびプログラムの組み方等によって異なるが、ここでは TOSBAC-5600 システムを用いて、演算の遂行をコア内処理だけおよび記憶装置として磁気ディスク (MKM0019C) を用いた場合の計算結果を示す。図-11 は  $12.5L$  ( $ds=L/12$ ) の領域に対する前者、図-12 は  $14.2L \times 16.5L \times 8L$  ( $ds=L/15$ ) の領域に対する後者による等波高比線図を示したものであるが、それぞれ 306 ステップ、600 ステップの計算に要する CPU 占有時間は 24 分、79 分であった。ただし、磁気ディスクを用いる計算では、初期状態から時間ステップとともに、計算領域を広げていく方式を採用している。

## 8. あとがき

以上、筆者らが開発を進めてきた数値波動解析法に対し、新しく任意反射率境界および無反射性仮想境界の計算法を導入し、若干の検討および計算例を示した。本方式は実際の港湾等の境界条件に応じ、到達波の特性を考慮して適切な反射率を与え、任意反射率境界の計算上の入射角としては  $90^\circ$  に近い値とすることによって、ほぼ妥当な結果を与えるものといえる。また、従来必要とした広大な仮想外海領域を、無反射性仮想境界をとり入れることによって省き、計算量の飛躍的な減少を計ったが、しかしながら、波長に比較して広領域の港湾に対しては、なお計算時間の面でその適用に限界が生ずることになる。

本報告では、規則波のみによる計算結果を示したが、特に港内の反射波が著しい場合には、周期、方向別の波

の不規則性を考慮することが必要となろう。本方式においてこれを考慮するためには、坂井・河合<sup>5)</sup>が指摘しているように、成分波ごとの計算を行って、その結果を合成しなければならない。ここには示すことができなかったが、成分波に対する結果のエネルギー合成による有義波高比の分布は、単一成分波のものよりかなりならされたものとなる。

なお、本報告のうち基礎的計算の実施ならびに模型実験の実施には、当時の実習生鈴木義晃君 (東海大学海洋学部海洋土木工学科学生) が一部担当したことを付記する。

## 参 考 文 献

- 1) Barailler, L. and P. Gaillard: Evolution recente des modeles mathematiques d'agitation due a la houle: Calcul de la diffraction en profondeur non uniforme, La Houille Blanche, Vol. 22, No. 8, 1967, pp. 861~869
- 2) 伊藤喜行・谷本勝利: 数値波動解析法とその応用——構造物周辺の波——, 第 18 回海岸工学講演会論文集, 1972, pp. 67~70
- 3) 伊藤喜行・谷本勝利: 波向線交差領域での波の屈折——数値波動解析法の応用(2)——, 第 19 回海岸工学講演会論文集, 1972, pp. 325~329
- 4) 高岡征二郎・平出友信: 港湾構造物への到達波高の算定——数値波動解析法の応用例——, 第 21 回海岸工学講演会論文集, 1974, pp. 103~107
- 5) 坂井藤一・河合三四郎: 波動解析への有限要素法の適用, 第 20 回海岸工学講演会論文集, 1973, pp. 393~396