

温排水の拡がりの予測モデルと実測結果との比較

林 泰 造*・有 田 正 光**

1. 緒 言

火力または原子力発電所より放出される温排水が水域環境問題上大きな問題となっている。われわれは過去温排水の拡がり範囲予測モデルについての検討を行ってきた¹⁾。

従来のモデルの問題点の一つに鉛直方向の拡散を考えていなかったことがあり、そのために躍層厚は水平方向の拡がりやその他の変数に従属的なものとなっていた。このことはとりもなおさず場に非常に強い密度成層を仮定することに相当していたことになる。したがってモデルの示す解は near-field においては躍層下面からの連行による希釈によって温度降下が起こるが far-field においては、わずかに水表面からの放熱によるのみであり、したがって場の鉛直乱れによる拡散の影響を考慮しなければならないような場合は far-field においては精度のおちるものと考えられた。その意味では筆者らの従来のモデルは near-field モデルであるとの批判は避けられないものであった。

本報においては、場の乱れによる鉛直方向の拡散をモデルの中に組み入れ、また種々の修正を行い予測した結果と Argonne National Laboratory の行った Michigan 湖沿岸に位置する Point Beach 原子力発電所についての実測結果^{2),3)} との比較検討を行った。

2. 基本式

図-1 のような半無限海域の表面に温排水が矩形水路から定常的に放出される場合を考える。海域の水深は温

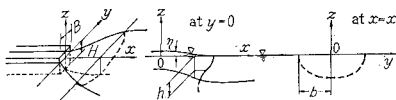


図-1 温排水の拡がりの模式図

排水によって作られる躍層の厚さより十分大きいものとする。座標軸を図示のようにとるとき現象の基本式は次の式のように表わせる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\beta g \int_{-\infty}^z \frac{\partial \Delta T}{\partial x} dz + K_q \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + K_q' \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (2.a)$$

$$\frac{\partial vu}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} = -\beta g \int_{-\infty}^z \frac{\partial \Delta T}{\partial y} dz + K_q \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + K_q' \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (2.b)$$

$$\frac{\partial u \Delta T}{\partial x} + \frac{\partial v \Delta T}{\partial y} + \frac{\partial w \Delta T}{\partial z} = K_T \left(\frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial y^2} \right) + K_T' \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに u, v, w はそれぞれ x, y, z 方向への流速の 3 成分; ρ は水の密度; K_q, K_q' はそれぞれ水平および鉛直方向への渦動拡散係数; η は水面変位; ΔT は温排水による上昇水温 (周囲水水温よりの); K_T, K_T' は水平および鉛直方向における熱の拡散係数; β は水の体積膨張係数で $\beta = -(1/\rho)\partial\rho/\partial\Delta T$ 。

3. 解のために設定する条件

(1) $u, \Delta T$ の分布形状について

分布形状の相似性を仮定して、次のようにおく

$$\left. \begin{aligned} u &= u_c \cdot f\left(\frac{y}{b}\right) \cdot f\left(\frac{z}{h_c}\right) = u_c f(\xi_y) f(\xi_z) \\ \Delta T &= \Delta T_c t\left(\frac{y}{b}\right) \cdot t\left(\frac{z}{h_c}\right) = \Delta T_c t(\xi_y) t(\xi_z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 u_c は温噴流軸上表面流速で $u_c = u_c(x)$; ΔT_c は同軸上表面水温で $\Delta T_c = \Delta T_c(x)$; h_c は軸上水表面から u/u_c の一定値 ($e^{-1} = 0.3679$) の点までの深さで $h_c = h_c(x)$; b は軸線から u/u_c の一定値 (0.3679) の点までの距離で $b = b(x)$; $\xi_y = y/b, \xi_z = z/h_c$; f および t はそれぞれ流速分布および上昇水温分布を与える関数で、この形を次のような Gaussian に仮定する。

$$f(\xi) = \exp(-\xi^2), \quad t(\xi) = \exp(-\xi^2/2) \quad \dots\dots\dots (5)$$

(2) 下層水の連行について

Ellison-Turner による 2 次元的成層流の場合の下層水

* 正 会 員 工 博 中央大学教授 理工学部土木工学科
** 学生会員 中央大学大学院修士課程

の連行を表わす式を準用して、下層水の連行速度(図-2), w_e を下式で表わすこととする。

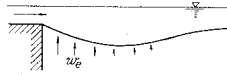


図-2 下層水連行のモデル

$$w_e = w_e(x, y) = \alpha [\exp(-C R_i)] \cdot \sqrt{u_s^2 + v_s^2} \dots\dots\dots (6)$$

ただし, u_s, v_s はそれぞれ表面流速の x, y 方向成分で $u_s = u_s(x, y)$; α は連行係数; R_i は局所 Richardson 数で $R_i = \beta g(\Delta T_s) h_c / (u_s^2 + v_s^2)$; ΔT_s は表面水温で $\Delta T_s = \Delta T_s(x, y)$; C は Ellison-Turner の実験値によると 8.17¹⁾。

式(6)の u_s, v_s に式(5)の分布形を代入して若干の計算の後, 同式は次のように書き直される。

$$w_e = \alpha \cdot \exp \left[-C R_i \left(1 + \frac{3}{2} \xi \bar{v}^2 \right) \right] u_0 f(\xi y) \dots (7)$$

(3) 大気中への放熱について

海面より単位面積当り $k \cdot \Delta T_s$ の放熱が定常的になされていると考える。ただし k は空気中への放熱係数。

(4) 拡散係数について

a) 水平拡散係数

$K_q = K_T = K$ とし場の乱れによる水平拡散に Richardson の 4/3 乗則を適用して次のようにおく。

$$K = k_H (2b(x))^{4/3}, \quad k_H: \text{定数} \dots\dots\dots (8)$$

b) 鉛直拡散係数

乱流における乱れエネルギーの収支は, 乱れの強さが x 方向および y 方向には一様で, z 方向にのみ変化していると仮定すると, 粘性によるエネルギー輸送は乱れによる輸送に比べて無視することにより次式で記述される⁵⁾。

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial E_t}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} (E_t w') - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}' w'}{\partial z} - u' w' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - v' w' \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{g}{T} \bar{T}' w' - \bar{\epsilon}_t$$

ただし,

$$E_t = \frac{1}{2} (\bar{u}'^2 + \bar{v}'^2 + \bar{w}'^2), \quad u', v', w'$$

は乱れ速度の3成分, $\bar{\epsilon}_t$ は乱れエネルギー逸散率である。

もし平均流がほぼ一方向(x 方向)と近似的にみなし, また乱れが定常状態にある場合を考えると, 上式から

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left(E_t + \frac{\bar{p}'}{\rho} \right) w' - u' w' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{g}{T} \bar{T}' w' - \bar{\epsilon}_t = 0$$

をうるが, この式は次のように書き直される。

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left(E_t + \frac{\bar{p}'}{\rho} \right) w' - u' w' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} (1 - Rf) - \bar{\epsilon}_t = 0 \dots\dots\dots (9)$$

ただし, Rf は flux form Richardson 数で

$$Rf = \frac{g}{T} \frac{\bar{T}' w'}{u' w' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}} = \frac{K_T'}{K_q'} R_i$$

である。式(9)において, 乱れエネルギーの圧力変動による輸送の項を速度変動による輸送の項に比べて無視し, さらに

$$-\frac{\partial}{\partial z} (E_t w') \propto \frac{g}{T} \bar{T}' w'$$

と仮定すると, (9)式から次式をうる。

$$-u' w' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} (1 - \sigma Rf) = \bar{\epsilon}_t$$

あるいはこの式はつぎのように記される。

$$-u' w' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \left(1 - \frac{Rf}{Rf_c} \right) = \bar{\epsilon}_t \dots\dots\dots (9 \cdot a)$$

ただし, Rf_c は限界 flux form Richardson 数で, Ellison 等の実験^{6),7)}によれば $Rf_c \approx 0.15$ とされている。

ところで $-u' w' (\partial \bar{u} / \partial z) = K_q' (\partial \bar{u} / \partial z)^2$ であるから, これを式(9・a)に代入し, かつ式(4), (5)の両式より $(\partial \bar{u} / \partial z)^2$ の値の $-2b < y < 2b, -2h < z < 0$ の間での平均値を近似的に $(1/10)(u_0/h_c)^2$ として, これを代入して書き直すとして式(10)をうる。

$$K_q' = \frac{\bar{\epsilon}_t}{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 \left(1 - \frac{Rf}{Rf_c} \right)} \approx \frac{1}{10} \frac{\left(\frac{u_0}{h_c} \right)^2 \bar{\epsilon}_t}{\left(1 - \frac{Rf}{Rf_c} \right)} \dots\dots\dots (10)$$

この式により K_q' を計算することができる。なお, 乱れエネルギー逸散率 $\bar{\epsilon}_t$ は場の1次元乱れスペクトル $E_t(k_1)$ が判れば次式で計算することができる。

$$\bar{\epsilon}_t = 30\nu \int_0^\infty k_1^2 E_t(k_1) dk_1$$

一方, 鉛直方向の運動量の拡散係数 K_q' と熱の拡散係数 K_T' の比は式(11)で与えられるとされている。

$$\frac{K_T'}{K_q'} = \frac{a \left(1 - \frac{Rf}{Rf_c} \right)}{(1 - Rf)^2}; \quad a \approx 1.4 \dots\dots\dots (11)$$

したがって熱の拡散方程式は, 式(10)と(11)とから式(12)で与えられる。

$$K_T' = \frac{a \bar{\epsilon}_t}{\frac{1}{10} \left(\frac{u_0}{h_c} \right)^2 (1 - Rf)^2} \dots\dots\dots (12)$$

(5) 境界条件

$$\left. \begin{aligned} y = \pm \infty: & \quad u = v = \Delta T = 0 \\ z = 0: & \quad w = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \\ z = -\infty: & \quad u = v = \Delta T = 0, \quad w = w_e \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

(6) 初期条件

従来の手法と同様に放出口において Gauss 分布で近似することとし、実際の (i) 流量, (ii) 運動量, (iii) 移流熱量と等価となるように初期条件を定めた。その結果は式 (14) のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= 2.0000 \cdot u_0, & \Delta T_0 &= 1.5000 \cdot \Delta T_0 \\ b &= (0.3989 / \sqrt{\lambda}) \cdot \sqrt{A}, \\ h_0 &= 0.7979 \sqrt{\lambda} \cdot \sqrt{A} \end{aligned} \right\} \dots (14)$$

ただし、 u_0 は放出口における流速; ΔT_0 は放出口における上昇水温; A は放出口における流水断面積; λ は放出口流水断面積の縦横比 $\lambda = H/B$; H は放出口の深さ; B は放出口の幅である。

4. 方程式の解

基本式の無次元化のために式 (15) の無次元諸量を導入する。

$$\left. \begin{aligned} u_c/u_0 &= u_r; & v_s/u_0 &= v_r; & \Delta T_c/\Delta T_0 &= \Delta T_r; \\ k/u_0 &= k_r; \\ x/\sqrt{A} &= x_r, & b/\sqrt{A} &= b_r; & h_c/\sqrt{A} &= h_r \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

u の分布形と w_0 の分布形が与えられているから式 (1) を $0 < y < \infty, -\infty < z < 0$ まで積分すると v_r を求めることができる。次に $u_r, \Delta T_r, b_r, h_r$ を求めることを考える。現象の基本式 (1), (2-a), (2-b), (3) の各両辺を $0 < y < \infty, -\infty < z < 0$ の間で積分し x についての常微分方程式群とし、それらをそれぞれの変数について項別微分を実施しその結果を整理するとそれぞれの変数の x についての一階微分について式 (16) を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{du_r}{dx_r} &= -\frac{1}{2} \frac{u_r}{h_r} (2Y_4 + Y_5 R_{ic}) \\ \frac{d\Delta T_r}{dx_r} &= -\frac{\Delta T_r}{h_r} \left(Y_4 + \frac{I_5}{I_3^2} K_r \right) \\ \frac{db_r}{dx_r} &= p_r \\ \frac{dh_r}{dx_r} &= -\frac{1}{2} \left(\frac{h_r}{b_r} p_r - Y_4 - \frac{I_5}{I_3^2} \frac{K_r}{u_r} \right) + \frac{1}{2} Y_5 \cdot R_{ic} \\ \frac{dp_r}{dx_r} &= \frac{R_{ic}}{2I_1 I_2 I_6 h_r} \cdot \left\{ I_1 I_2 I_6 p_r + \frac{b_r}{h_r} Y_3 + (Y_6 - Y_7) \right. \\ &\quad \times \left. \frac{b_r \Delta T_r}{u_r^2} \right\} \cdot Y_5 + \frac{1}{2I_1 I_2 I_6 b_r} \\ &\quad \times \left\{ I_1 I_2 I_6 p_r^2 - 3I_1 I_2 I_6 Y_4 \frac{b_r}{h_r} p_r \right. \\ &\quad + \frac{I_1 I_2 I_5 I_6}{I_3^2} \cdot \frac{b_r p_r}{u_r h_r} K_r + Y_3 \left(\frac{I_{11}}{I_{10}^3} \frac{b_r^2}{h_r^2} \frac{K_r}{u_r} \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{b_r}{h_r} p_r - Y_4 \frac{b_r^2}{h_r^2} \right) + (Y_6 + Y_7) \right. \\ &\quad \times \left. \left(\frac{b_r \Delta T_r}{u_r^2} p_r + \frac{I_5 \Delta T_r b_r^2}{I_3^2 h_r u_r^3} K_r \right) \right\} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} &-Y_4(Y_6 - Y_7) \cdot \frac{\Delta T_r b_r^2}{h_r u_r^2} - \frac{2Y_1}{b_r u_r} \\ &+ \frac{2Y_2}{u_r h_r} + 2I_1 I_2 I_6 R_{ic} \left\{ \right. \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \right\} (16)$$

ここに

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{CR_{ic0}}{\sqrt{\lambda}}, & P_1 &= \exp \left(-P_0 \frac{h_r \Delta T_r}{u_r^2} \right), \\ P_2 &= \frac{3}{2} P_0 \frac{h_r \Delta T_r}{u_r^2} + 1, \\ N_1 &= \frac{\sqrt{A} u_0}{K_{q0}}, & N_2 &= \frac{u_0^3}{10\alpha \varepsilon_0 \sqrt{A}}, & R_{ic} &= \frac{I_3^2}{2I_4 I_{11}}, \\ K_r &= k_r + \frac{0.48}{N_2} \cdot \frac{1}{h_r \left(\frac{u_r}{h_r} \right)^2 (1-Rf)^2}, \\ Y_1 &= \frac{I_1^2}{N_1} \left(2 \frac{I_2^2}{I_3^2} \sqrt{\lambda} b_r \right)^{4/3}, \\ Y_2 &= \frac{\alpha P_1}{I_1} \left(\frac{1}{\sqrt{P_2}} - 1 \right) \cdot Y_1, \\ Y_3 &= \alpha I_2 \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} (\tan^{-1} \sqrt{P_2} - 2I_7), \\ Y_4 &= \frac{\alpha}{I_1} \frac{P_1}{\sqrt{P_2}}, \\ Y_5 &= \left(\frac{h_r}{b_r} p_r - 3Y_4 + \frac{I_{11}}{I_{10}^3} \frac{K_r}{u_r} \right) / (R_{ic} - R_{ic0}) \\ Y_6 &= P_0 Y_3 - \frac{3}{2} \alpha I_2 I_7 P_0 \frac{P_1}{P_2^{3/2}} \\ &\quad - \frac{3}{4} \alpha I_2 P_0 \frac{P_1}{P_2} \left(\frac{1}{1+P_2} - \frac{\tan^{-1} \sqrt{P_2}}{\sqrt{P_2}} \right) \\ Y_7 &= \alpha I_2 P_0 \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} \left(I_7 + \frac{3}{4} \frac{I_1}{P_2} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \sqrt{P_2} \right) \\ &\quad + \frac{3}{8} \alpha I_2 P_0 \frac{P_1}{P_2} \left(\frac{1}{1+P_2} - \frac{\tan^{-1} \sqrt{P_2}}{\sqrt{P_2}} \right) \\ I_1 &= \int_0^\infty f(\xi) d\xi = 0.886, & I_2 &= \int_0^\infty f^2 d\xi = 0.627, \\ I_3 &= \int_0^\infty f \cdot t d\xi = 0.724, \\ I_4 &= \int_0^\infty \int_0^\infty t d\xi d\xi = 1.0, \\ I_5 &= \int_0^\infty t d\xi = 1.253, & I_6 &= \int_0^\infty \xi \cdot f^2 d\xi = 0.25, \\ I_7 &= \int_0^\infty \int_0^{\xi y} f(\xi') f(\xi) d\xi' d\xi = 0.3927, \\ I_8 &= -\int_0^\infty f \frac{df}{d\xi} d\xi = 0.2 \end{aligned}$$

式 (16) を式 (14) の初期条件とその他に $p_r = 0$ を付加し $x_r = 0$ から x_r について数値積分することによって $u_r, \Delta T_r, b_r, h_r$ を求めてゆくことができる。

表一 Point Beach 原子力発電所における実測値 (Paddock, Policastro, Dunn, Kyser)^{2),3)}.

実測日時: 1972年5月18日 16:45-17:51			
放出条件および場の気象・気象条件:			
プラント負荷	495 MW,	波高	0.0 m
放出口幅	10.7 m,	周囲水流速	0.0 m/s
放出口高	4.2 m,	風速	0.0 m/s
周囲水の温度	9.5°C,	放出初期 Froude 数	2.53
放出水の温度	18.5°C,	放熱係数	1.2×10^{-6} m/s
放出平均流速	0.55 m/s,	Lake Condition	Calm
放出流量	24.7 m ³ /s,		
我々のモデルにおいて付加的な仮定した場の条件:			
水平拡散係数		$0.05 \times (2 \text{ by})^{4/3}$ cm ² /s	
乱れエネルギー逸散率		10^{-5} cm ² /s ³	
数値計算のための無次元入力データ:			
放出 Richardson 数	0.156,	進行係数	0.03
放熱係数	2.182×10^{-6} ,	N ₁	67.356
放出口縦横比	0.392,	N ₂	0.177×10^7

5. 理論と実測データとの比較

Argonne National Laboratory によってなされた Point Beach 原子力発電所より Michigan 湖中に放出する温排水の実測はきわめていいに行われたものであって、多くのデータが完備されているので^{2),3)}, その実測の中の1つをとりあげてそれと理論との比較を行った。

表一は放出条件, 放出場の条件, 我々のモデルに必要な仮定された場の条件, 数値計算のための入力データについて表示したものである^{2),3)}. 図一3は軸上上昇温度図, 図一4は軸上流速図, 図一5は水表面拡がり面積図, 図一6は水表面上の等温線図, であるが破線は理論, 実線は実測値である。

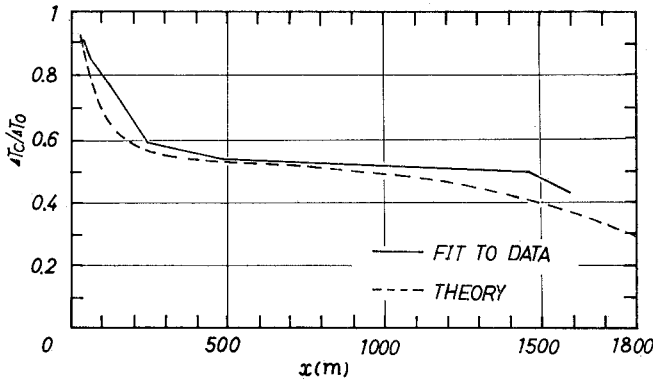
理論と実測値は比較的良い一致を示していると考えられる。実測値を見ると中心軸が徐々に南側へ寄せられているが、これは Current Meter に記録されない程度の低流速 (2 cm/sec 以下) の流れが存在していたと考えられる。また中心軸の左右の拡がり幅および拡がり面積を比較すると明らかに湖に向かって右側 (岸側) が大きい、このことは岸側拡散による希釈が小さいことを示している。

6. むすび

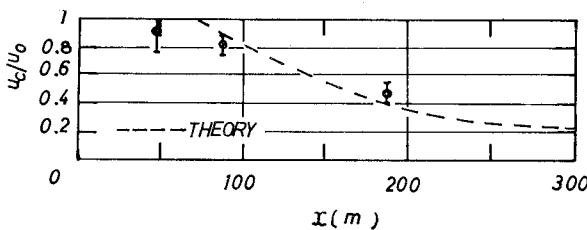
本研究は筆者らの前報までの理論に密度成層がある場合における鉛直方向の拡散の影響を新たに加え、また温排水による温度ならびに流速の影響範囲はジェット軸に垂直な面内において楕円形をなすとの仮定修正を行って解析を行ったので、この結果米国 Point Beach 原子力発電所における実測結果をある程度説明しうる結果を得た。

緒言の中で述べたように温排水の拡がりは near-field においては下層からの冷水の連行が、また far-field においては水平および下層への拡散と大気中への放熱が大きな影響を及ぼす。このうち far-field における下層への拡散については、単位水平面積当りの熱の鉛直拡散量は小さくとも温排水の拡がり面積が大きいためにその温度降下に与える影響は大きくなる。

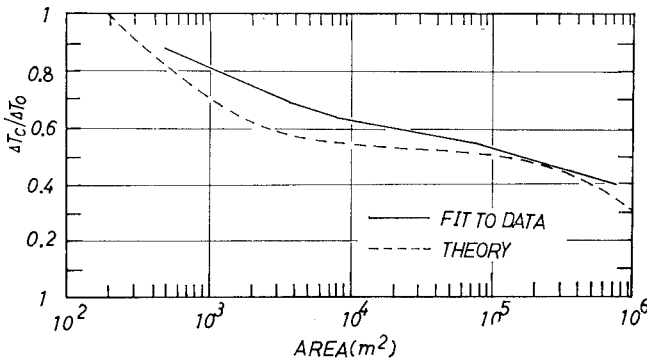
なお本解析にまだ取り入れてない因子に場の流れがある。また水平拡散としては、y 方向のみの拡散を考慮して x 方向の拡散は移流の影響に比較して無視してある、この点も今



図一3 軸上上昇温度^{2),3)}と理論値



図一4 軸上流速^{2),3)}と理論値



図一5 拡がり面積^{2),3)}と理論値

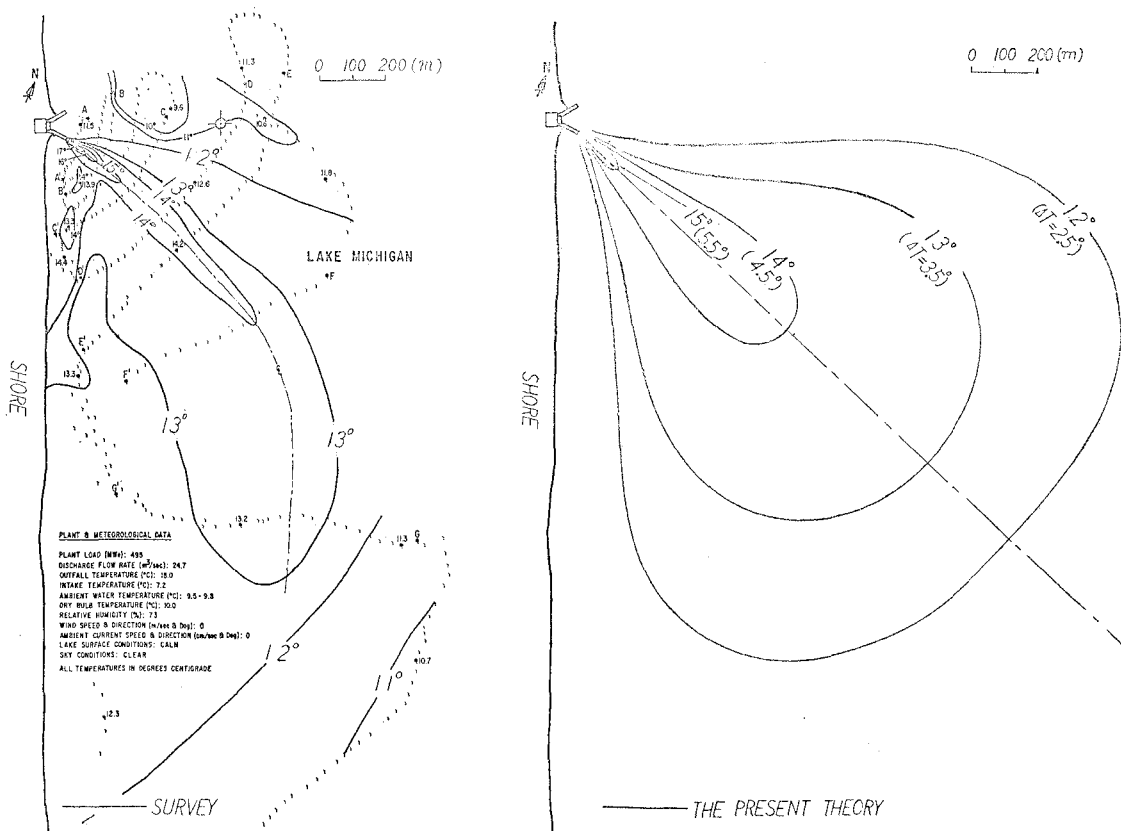


図-6 等温線 図^{2),3)}と理論値

後修正を要する点である。この中で場の流れについては放出方向に直角な流れ (cross flow) があると温排水はこれによる加速期間中希釈される, この結果温排水の拡がり範囲は本報におけるものより一般にその cross flow の大きさに応じて小さくなるはずである。したがって本報の理論は条件の一番悪い場合における計算を行ったことに相当することを特に明記しておく。

また x 方向の拡散の影響は放出口付近において特に大きく現われるはずであり, この点を考慮しない限り等温分布におおむね伏せたような形のものでてこない。これらの影響を取り入れた解析について現在考察を進めている。

付記: 本報における実測データはすべて参考文献 2), 3) よりの転載である。また数値計算は中央大学計算機センターの FACOM 230-25 および東京大学計算機センターの HITAC 8800/8700 を使用して行った。記して謝意を表する。

参考文献

1) 林 泰造・有田正光: 海面上に放出された温排水

の拡がりについての数値解析—第2報, 土木学会第19回水理学講演会講演集, pp. 173-183, 1975年2月。

2) R.A. Paddock・A.J. Policastro・W.E. Dunn and J.M. Kyser: Application of prominent near-field models for heated surface discharges to prototype field data on Lake Michigan, U.S.-Japan Seminar on Engineering and Environmental Aspects of Waste Heat Disposal, April 1974, pp. 1-49.
 3) A.A. Frigo・D.E. Frye and J.V. Tokar: Field investigations of heated discharges from nuclear power plants on Lake Michigan, 1972, ANL/ES-32.
 4) K.D. Stolzenbach and D.R.F. Harleman: An analytical and experimental investigation of surface discharge of heated water, MIT Ralph Parsons Lab Rep. No. 135, Feb. 1971.
 5) A.S. Monin and A.M. Yaglom: Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence, Vol. 1, MIT Press, 1971, P. 400.
 6) T.H. Ellison: Turbulent transport of heat and momentum from an infinite rough plane, Journ. of Fluid Mech., 1957, Vol. 2, pp. 456-466.
 7) 成層密度流の界面現象に関する水工学的研究: 土木学会水理委員会密度流研究小委員会報告書, 1974年5月, p. 28.