

水中温水噴流の数値シミュレーション

日野 幹雄*・大西 外明**・羽生 正範***

1. 序 論

静止した流体中にそれと同じ流体をノズルやオリフィスから噴出する場合の流れを噴流 (jet) という。噴流は粘性のために周囲の流体を引きずって内部にひきこむ。重力場において、噴出流体と周囲の流体の温度、密度、種類等が異なる噴流は重力噴流または浮上噴流 (Buoyant jet) とよばれ、噴出口で運動量と浮力の作用を受ける。噴出口での運動量が小さい場合には、特にプルームとよばれる。また、浮力が無視しうるくらいに小さい場合は、momentum jet とよばれる。

噴流の理論的研究は Tollmien (1926) により始まるが、成層流体中における浮上噴流の問題は、Morton (1959) らによって初めて取り扱われている。

Morton らは噴流軸上の流速および密度分布をガウス分布に従うものと仮定して、実験から求めた混合係数を用いて、二次元領域の広がり幅と軸上流速・密度の分布を関数の形で表わした。

高速大容量の電子計算機の登場により、特に 1963 年に Fromm と Harlow により流体運動の数値実験が飛躍的に発展した。最近では、簡単に模型実験のできない気象学、海洋学、土木工学の分野においても多くの流体シミュレーション手法が開発されて問題解決に利用されている。しかし、これらのシミュレーションの多くは、乱流場である流れの場の乱流拡散係数を与えて扱うものである。

2. レイノルズ応力と渦動粘性係数

温水噴流のような流体の運動は Navier-Stokes の方程式と連続の方程式により記述される。しかしながら、この方程式の厳密解が得られるのはごく限られた場合にすぎず、またたとえ単純な条件のものとの流れ (たとえば、Poiseuille 流れや Couette 流れ) でも実際上問題となるレイノルズ数の高い乱流状態では Navier-Stokes 方程式の厳密解は求められない。乱流は N-S 方程式の非線型

慣性項の作用が粘性項の作用に比べて大きい状態であり、流れの場合は微小な外乱の非線型的増幅の結果、空間的にも時間的にも不規則偶然的に変化し、きわめて広域の周期・波長の変動が存在する。それゆえに、対象領域を格子網でおおい、微小時間間隔で基礎方程式を差分して解くという通常の数値解析の方法を適用することはできない。

乱流の問題はつまるところ、乱れによって生じる乱れ速度の二次モーメント (レイノルズ応力) をいかに表現するかという事である。レイノルズ応力の表現を運動方程式と連続の方程式より理論的に求めようとすれば、二次モーメントに関する方程式の中に乱れの三次モーメントが含まれ、さらに三次モーメントに関する方程式を導くとこの中に乱れの四次モーメントが含まれるというように、次々に乱れの高次モーメントが現れ際限がない。このような自縛的状态をどこで打ち切るかが問題で、これを完結問題 (Closure Problem) と呼んでいる。

(1) Smagorinsky-Deardorff モデル^{1),2)}

これまでの方法では乱れの統計的平均は時間に関して採られてきた。これは解析的に流れを解く場合に適しているが、格子網を組んで数値解析を行おうとする場合には適当ではない。というのは、格子網以下の微細な変化は取扱い得ないのであり、各格子点での値は格子網の大きさの範囲を代表する値であると考えなければならない。したがって、N-S 方程式の平均化は時間に関しではなく、空間の小領域について行われる。この操作の結果導入されるレイノルズ方程式のレイノルズ応力は通常の場合のレイノルズ応力と異なり、格子網スケールのそれであり、例え流れの場が統計的に定常であっても、常に時間の関数である。乱れの作用をスケールによって切断して考えるというのは Weizsäcker-Heisenberg 以来の乱流理論の成果である。

さて、 $\bar{u}(t) \cdot \bar{w}(t)$ を格子網スケールでの空間的平均流速、 $\overline{u'w'}(t)$ を格子網スケールでの平均操作により生じるレイノルズ応力とすれば、Boussinesq の渦動粘性係数の考え方を拡張して

$$\overline{u'w'}(t) = -K(x, y, t) \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \dots \dots \dots (1)$$

* 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部

** 正会員 工博 電源開発(株)原子力調査室

*** 正会員 三菱総合研究所

となる。これを一般化すれば、

$$\overline{u_i' u_j'} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \overline{u_i' u_i'} = -K \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \dots (2)$$

と書ける。ここに、 K は網渦動粘性係数であり、 x, y, t の関数である。また、エネルギー逸散率 ε は、

$$\varepsilon = \tau_{ij} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = K \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \dots (3)$$

と表わされる。式 (2), (3) には Einstein Sum 記号が用いられている。

一方、格子網は Kolmogorov の $-5/3$ 乗則に従う慣性領域にあると考えると

$$S(k) = \alpha \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}, \quad (\alpha = 0.5) \dots (4)$$

となる。上式を k に関して $k = k_d \sim \infty$ すなわち、 $(2\pi/\Delta \sim \infty)$ の範囲で積分すれば

$$\begin{aligned} \overline{u'^2} &= \frac{3}{2} \alpha \varepsilon^{2/3} k_d^{-2/3} \\ &= \frac{3}{2} \alpha \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{2/3} \varepsilon^{2/3} \Delta^{2/3} \dots (5) \end{aligned}$$

である。したがって、渦動粘性係数は Taylor-Prandtl-Kolmogorov 仮説および式 (3), (5) により

$$\begin{aligned} K(x, y, t) &= (\sqrt{\overline{u'^2}} D) \\ &= C^{1/3} \varepsilon^{1/3} \Delta^{1/3} \\ &= (C \Delta)^2 \left[\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \right]^{1/2} \dots (6) \end{aligned}$$

と表わされる ($C: 0(0.1)$ の普遍定数)。式 (6) の表現が一次モデルと基本的に異なるのは、 $\overline{u_i}$ が格子網スケールの空間的平均値で、例え流れが統計的に定常であっても、 $\overline{u_i}$ したがって K はつねに時間的に変動するという点である。

(2) 高次モデル

完結問題をより高次の乱れモーメントの所で打ち切ろうとする試みも行われているが、式の数が多くなるのみにとどまらず、経験的定数なども多く持ち込まれるのが

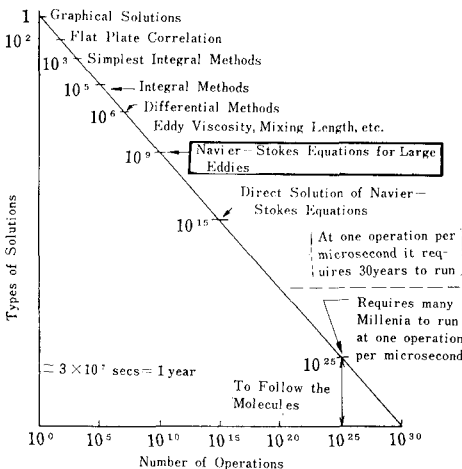


図-1 Kline S.J., Morkovin, M.V., Sovran, G. & Cockrell, D.J. による。

普通である。乱流の数値計算における以上の諸方法を比較した結果、適応性の広さと理論性の点で Smagorinsky-Deardorff の方法が最も良いと判断された (図-1 参照)。

3. 温水噴流の数値シミュレーションモデル (Deardorff モデル)

(1) 網平均運動量方程式

N-S 方程式を格子網平均流に関する運動方程式に書き直すことを考える。まず、関数 $r(x, z, t)$ の格子網スケールの平均を $\bar{r}(x, z, t)$ と表わし、平均操作を次のように定義する。

$$\begin{aligned} \bar{r}(x, z, t) &= (\Delta x \Delta z)^{-1} \\ &\times \int_{x-(\Delta x/2)}^{x+(\Delta x/2)} \int_{z-(\Delta z/2)}^{z+(\Delta z/2)} r(\xi, \zeta, t) d\xi d\zeta \dots (7) \end{aligned}$$

ここに、 $\Delta x, \Delta z$ はそれぞれ x 方向、 z 方向の格子間隔。

各流速成分を平均値 \bar{u}, \bar{w} とそれからの変動分 u', w' との和

$$u(x, z, t) = \bar{u}(x, z, t) + u' \dots (8)$$

$$w(x, z, t) = \bar{w}(x, z, t) + w' \dots (9)$$

と表わし、圧力を x 方向の平均値 $\langle P \rangle$ とそれからの変動分 P' との和

$$P(x, z, t) = \langle P \rangle + P' \dots (10)$$

で表わす。さらに、温度 T のときの密度を初期温度 T_0 のときの密度 ρ_0 とそれからの変動分 ρ' との和

$$\rho(x, z, t) = \rho_0(x, z) + \rho'$$

で表わす。ここで、温度変化が小さいとして、すなわち、 $T = T_0 + T'$ で、 $T' \ll T_0$ として、 $\rho(x, z, t)$ を T_0 でテーラー展開する。

$$\begin{aligned} \rho(x, z, t, T) &= \rho(x, z, t, T_0 + T') \\ &= \rho_0(x, z) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_0 T' \\ &\quad + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial T^2} \right)_0 (T')^2 + \dots \end{aligned}$$

これを、1 次のオーダーで打ち切って、

$$\rho = \rho_0 + \alpha T' \quad (\alpha \text{ は熱膨張係数}) \dots (11)$$

以上、式 (8)~(11) を N-S 方程式に代入し、さらに両辺に式 (7) の平均操作を行えば、

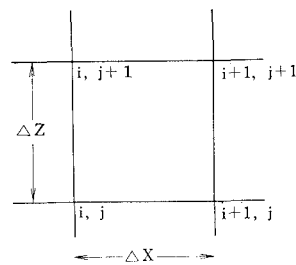


図-2 格子網

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}^2)}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{u}\bar{w})}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{P}'}{\partial x} + \nu \bar{P}^2 \bar{u} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\overline{(u')^2} \right) - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u'w'})$$

.....(12)

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{w}\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{w}^2)}{\partial z} = \alpha \bar{T}' g - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{P}'}{\partial z} + \nu \bar{P}^2 \bar{w} - \frac{\partial}{\partial x} (\overline{w'u'}) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{(w')^2} \right) + \left\langle \frac{\partial}{\partial z} (\bar{w}^2) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{(w')^2} \right) - \nu \bar{P}^2 \bar{w} - \alpha \bar{T}' g \right\rangle$$

.....(13)

ここに、 ν は動粘性係数、 g は重力加速度。
ここで、ブシネスクの渦動粘性係数と乱れの二次モーメントの考え方を用いて、式 (12)、式 (13) に

$$\overline{u'w'} = \overline{w'u'} = -k_{12} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)$$

$$\overline{(u')^2} = k_{11} \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right|$$

$$\overline{(w')^2} = k_{22} \left| \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right|$$

を代入して整理すると、次の格子網平均流に関する運動方程式が得られる。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \bar{R}_u - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{P}'}{\partial x} \quad \text{.....(14)}$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} = \bar{R}_w - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{P}'}{\partial z} \quad \text{.....(15)}$$

ここに、

$$\begin{aligned} \bar{R}_u = & -\frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}^2) - \frac{\partial}{\partial z} (\bar{u}\bar{w}) \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{11} \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right| \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{12} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + k_{12} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \\ & + \nu \bar{P}^2 \bar{u} \quad \text{.....(16)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{R}_w = & -\frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}\bar{w}) - \frac{\partial}{\partial z} (\bar{w}^2 - \langle \bar{w}^2 \rangle) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{12} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + k_{12} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{22} \left| \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right| - \left\langle k_{22} \left| \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right| \right\rangle \right) \\ & + (g\alpha \bar{T}' - g\langle \alpha \bar{T}' \rangle) + (\nu \bar{P}^2 \bar{w} - \langle \nu \bar{P}^2 \bar{w} \rangle) \quad \text{(17)} \end{aligned}$$

また、格子網平均温度の拡散も平均流の運動方程式と同様にして、フィックの拡散方程式より、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = & -\frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}\bar{T}) - \frac{\partial}{\partial z} (\bar{w}\bar{T}) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_1 \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_2 \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right) + \kappa \bar{P}^2 \bar{T} \quad \text{.....(18)} \end{aligned}$$

ここに、 κ は温度伝導率と表わされる。

以上、式 (16)~(18) 中の渦動粘性係数は 2. で紹介した考え方を拡張して、次の式より求められる²⁾。

$$\left. \begin{aligned} k_{ii} &= 2(C_L \Delta x_i)^2 \left[D^2 \left(D^2 - \gamma g \alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right) \right]^{1/4} \quad (i=1 \text{ or } 2) \\ k_{ij} &= C_L^2 (\Delta x_i \Delta z) \left[D^2 \left(D^2 - \gamma g \alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right) \right]^{1/4} \quad (i \neq j) \\ k_i &= 2(C_L \Delta x_i)^2 \left[D^2 - \gamma g \alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right]^{1/2} \quad (i=1 \text{ or } 2) \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(19)}$$

ここに、

$$D^2 = 2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right)^2$$

$$C_L = 0.23$$

$$\gamma = \begin{cases} 0 & \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} > 0 \right) \\ 56 & \text{(その他)} \end{cases}$$

以上、式 (14)~(19) は差分法を用いて解かれるが、その解が連続の方程式を満たすことが必要である。積極的に連続の方程式を満足させるために、次の Hirt & Cook の反復法により各時間ごとに \bar{P}' を求め、平均流をも修正する。

(2) Hirt & Cook の反復法³⁾

簡単のため、 $\bar{u}, \bar{w}, \bar{p}'$ をそれぞれ u, w, p と書くことにする。

$$\begin{aligned} D_{ij}^{(k)} &= \frac{1}{\Delta x} (u_{i+1/2, j}^{(k)} - u_{i-1/2, j}^{(k)}) \\ & \quad + \frac{1}{\Delta z} (w_{i, j+1/2}^{(k)} - w_{i, j-1/2}^{(k)}) \end{aligned}$$

$$\Delta P_{ij}^{(k)} = -\beta D_{ij}^{(k)}$$

ここに、

$$\beta = \frac{\beta_0}{2\Delta t} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)^{-1}$$

($\beta_0 < 2$: 加速パラメーター)

$\Delta P_{ij}^{(k)}$ により、 $P_{ij}^{(k+1)}$ を次の式より求める。

$$P_{ij}^{(k+1)} = P_{ij}^{(k)} + \Delta P_{ij}^{(k)}$$

このとき、平均流を次のように修正する。

$$\begin{aligned} u_{i+1/2, j}^{(k+1)} &= u_{i+1/2, j}^{(k)} + (\Delta t / \Delta x) \Delta P_{ij}^{(k)} \\ u_{i-1/2, j}^{(k+1)} &= u_{i-1/2, j}^{(k)} - (\Delta t / \Delta x) \Delta P_{ij}^{(k)} \\ w_{i, j+1/2}^{(k+1)} &= w_{i, j+1/2}^{(k)} + (\Delta t / \Delta z) \Delta P_{ij}^{(k)} \\ w_{i, j-1/2}^{(k+1)} &= w_{i, j-1/2}^{(k)} - (\Delta t / \Delta z) \Delta P_{ij}^{(k)} \end{aligned}$$

以上の手順を、 $\max_{i, j} D_{ij}^{(k)} \ll \varepsilon$ まで反復する。

(3) 安定条件

以上の式 (14)~(19) を差分表示し計算を行う。差分方法は層流の場合の流体計算の標準的方法によっている。

方程式 (14), (15), (18) は熱伝型の偏微分方程式であるので良く知られている、次の計算安定条件を課する。

$$2\lambda K/h^2 < 1$$

ここに、 λ は渦動粘性係数または温度伝導率

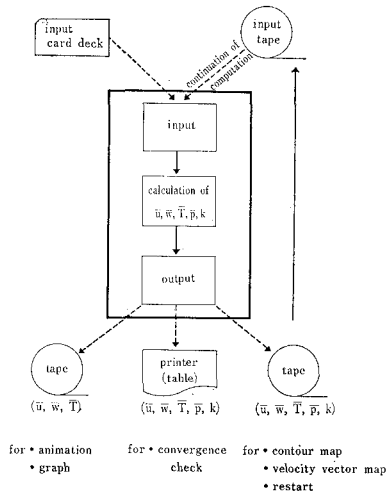


図-3 system (1)—calculation system

K は時間メッシュ間隔
 h は空間メッシュ間隔

方程式が非線形であるため、

$$\lambda K/h < 1/8$$

ここに、 $\lambda = \max \{ |\bar{u}|, |\bar{w}| \}$

も同時に用いる。

(4) 計算システム

本解析コードはこの種の解析コードに不慣れな者にも容易に利用できるように配慮されている。さらにまた、計算結果を目でみて理解できるように、いくつかのディスプレイ方式を使うこととした。すなわち、本解析コードは計算システムと図示システムから構成されている。

- (i) 計算システム: 上でのべた方法により導いた運動方程式, 連続方程式, 熱拡散方程式, および渦動係数を用いて流速と水温の場を計算する。図-3は計算システムのフローチャートを示す。
- (ii) 図示システム: 計算システムにより求められた計算結果は磁気テープに一旦たくわえておき、必要に応じて、COM によってアニメーションフィルムにしたり、CACOMP プロッターやライン・プリンターにより等温線図, 速度ベクトル図, 流線図を作成したりすることができる。図-4はそのフローチャートを示す。

4. シミュレーションの結果

(1) 静止した均質な水域内での噴流

本解析コードの妥当性を検証するために、水槽内に均質の水を貯え、底部から水槽内の水と同質の水を噴出させる場合をシミュレートして、既往の理論解析結果と比較した。数値計算の条件として、水槽の大きさを深さ 0.4m, 長さ 0.4m とし、二次元噴出孔よりの

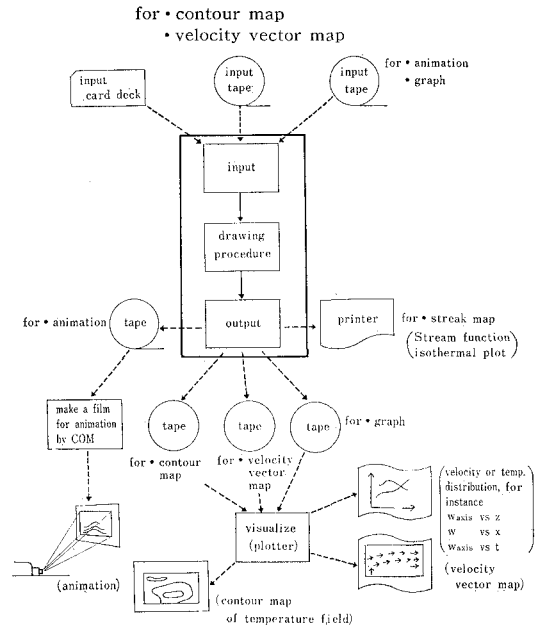


図-4 System (2)—visualization system

噴流の噴出流速は、水槽底部 ($z=0$) における噴流軸上の流速が 4 cm/sec になるように選んだ。図-5(a)は、噴出しはじめてから 1 秒, 5 秒, 20 秒後における流速ベクトルの分布状態を示す。

次に、噴流軸上の z 方向の流速 w_{axis} を時間 $t=1$ 秒, 5 秒, 20 秒のおのおのについて図示すると 図-5(b) のとおりである。 $t=1$ 秒または 5 秒 の時には、定常噴流の理論で明らかにされている、

$$w_{axis} \sim z^{-1/2}$$

の関係がなりたっていることがみとめられる。しかし、 $t=20$ 秒の時には、理論解では考慮していない水面の影響が現れ、上の関係がみとめられない。

図-5(c)は、 $z=0$ m, 0.1 m, 0.2 m, 0.3 m の位置で噴流軸に直交する平面での z 軸方向の流速 (w) の分布状態を図示したものである。 w は x 方向に滑らかに減少していくが、その状態は、次式により表わされる

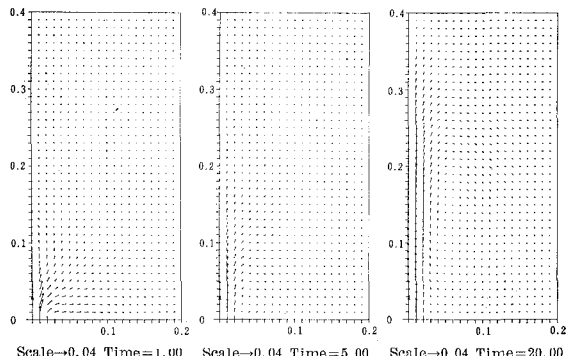


図-5 (a) 噴流場の流速分布 (simple jet の場合)

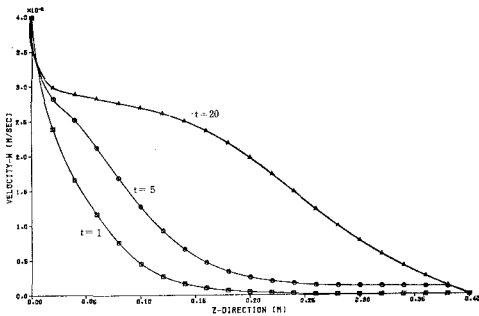


図-5 (b) 噴流軸上の w の分布 (simple jet の場合)

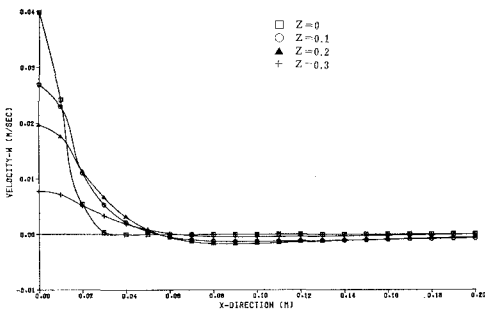


図-5 (c) 噴流軸と直交する面内での w の分布 (simple jet の場合)

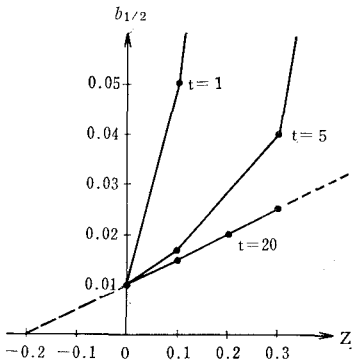


図-5 (d) 噴流中の時間的変化 (simple jet の場合)

(1) と同じ水槽内の水温分布が水面水温 ($z=40$ cm) が 14°C 、底部 ($z=0$) で 10°C でその間は直線的に変化するような水域の底から $T=12^{\circ}\text{C}$ の温水を上向きに噴出させる場合を考える。ただし、噴出速度は (1) の場合と同じとする。図-6 (a)、図-6 (b) はそれぞれ $t=1$ 秒、5 秒、20 秒後における流速ベクトルの分布と水温分布を示す。噴出口からでた浮上噴流は、運動量と浮力の作用をうけて上昇するが、次第に運動量が失われて零となり、一方、浮力は下向きに働くために噴流が若干降下して横方向に拡がっていく様子が 図-6 よりよく分る。

日野 (1963)⁵⁾ は、この数値シミュレーションの条件と同じ場合について水理模型実験を行っているが、その結果は著者らのシミュレーション結果とよい一致を示している。(1) でのべた simple jet の場合と比較すると、噴流周辺には大きな渦が発生していることが認められる。なお、図-6 (d) は COM による 16 mm アニメーションからの streak line である。

(3) 温排水の表層放出

x, z 軸を水平面上にとり、流速 u, w を水深方向の平均流速と採り、圧力 P を水面上昇量に換算すれば、これまでしばしば行われて来た温排水の表層放出の計算となる。図-7 はその一例である。

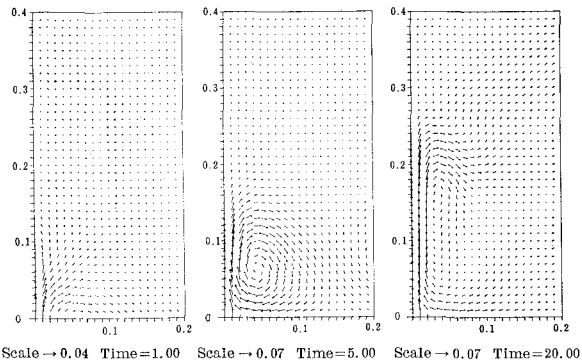


図-6 (a) 噴流場の流速分布 (密度成層流体内での温水噴流の場合)

定常噴流の理論解とほぼ一致を示していることを知ることができる。

$$\left. \begin{aligned} w &\sim (1 - \tanh^2 \eta) \\ \eta &= \left(\frac{1}{\sigma} \right) \frac{x}{z} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 σ は定数である。

また、噴流の幅を、噴流軸上の流速 (w_{axis}) の半分になる位置 ($b_{1/2}$) で定義すると、図-5 (c) の結果から、 $b_{1/2}$ と z の関係は 図-5 (d) のようになる。

(2) 水温が水深方向に直線的に変化する水域での浮上噴流

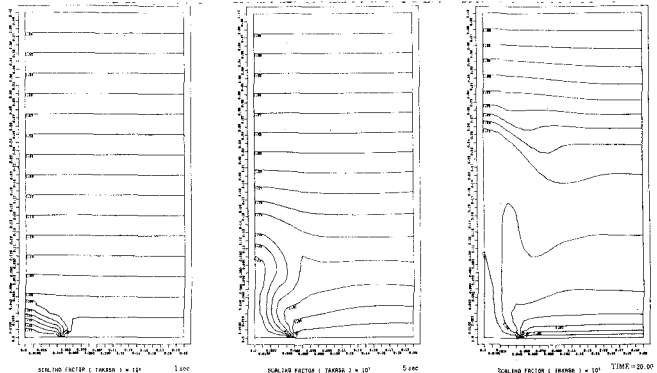


図-6 (b) 密度成層流体内における温水噴流の水温分布

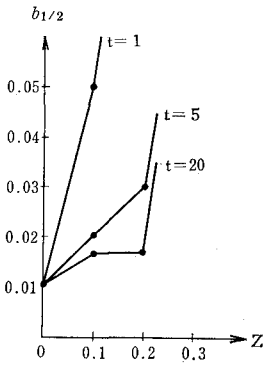


図-6(c) 噴流中の時間的変化
(密度成層流体内噴流の場合)

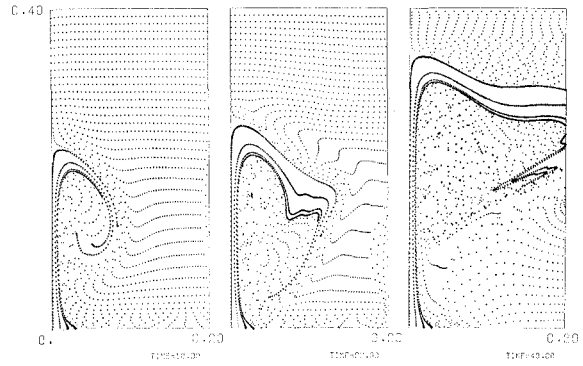


図-6(d)

5. 結 語

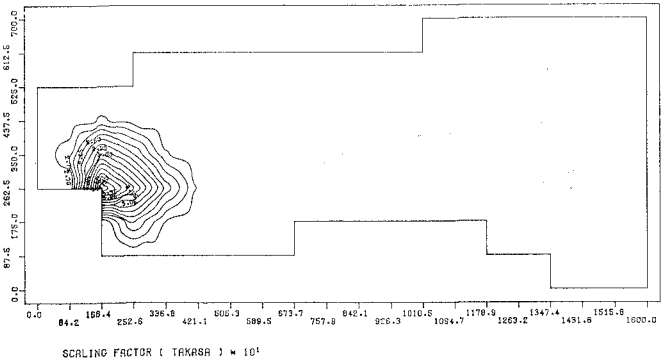
上でのべた Deardorff モデルは、乱流計算における完結問題を実的に解決する方法として最も進んだものであると共に、噴流計算にも最適であると考えられる。

海域での温水拡散のシミュレーションについて、そのモデルの解説とシミュレーション結果についてのべたが、このようなシミュレーションモデルは、温水放流海域における環境評価システムの一環として組み込まれることにより、一層有益になるものと思われる。

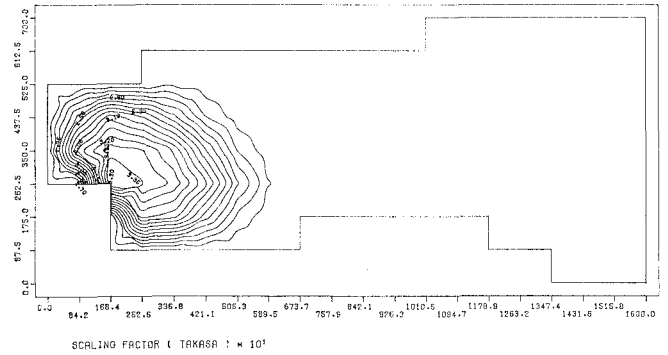
なお、本計算の解析コードは近くすべて公開の予定である。

参 考 文 献

- 1) Deardorff, J.W. (1969): Numerical study of heat transport by intergravity waves above a growing unstable layer, High-Speed Computing in Fluid Dynamics, Physics of Fluids, Supplement II.
- 2) Deardorff, J.W. (1970): A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers, J. Fluid Mech., Vol. 41.
- 3) Hirt, C.W. and Cook, J.L. (1972); Calculating three-dimensional flows around structures and over rough terrain, J. Computational Physics, Vol. 10, pp. 324-340.
- 4) 山口昌哉・野木達夫: 数値解析の基礎 (共立出版, 1970)



(a) 放流後 460 秒



(b) 放流後 120 秒

図-7 表層放流時の等温線平面図 ($\Delta T=7^\circ\text{C}$ の場合)

- 5) 日野幹雄 (1963): Limit of smoke ascent in a calm inversion layer of atmosphere, 電力中央研究所・技術研究所所報, Vol. 14, No. 1, pp. 9-44.