

# 潮汐による塩水くさびの応答(2)

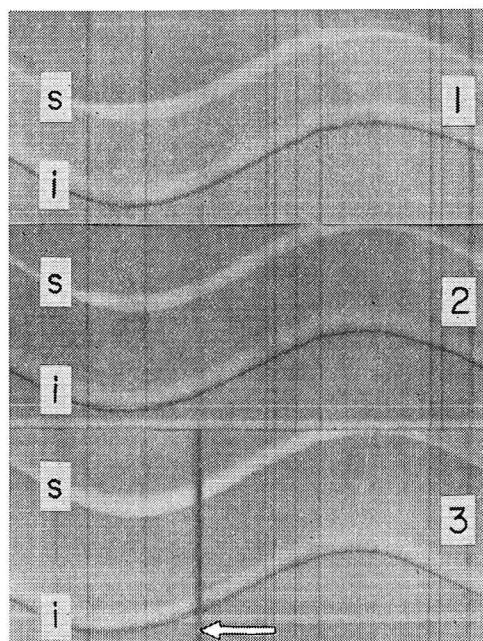
吉田 静男\*・柏村 正和\*\*

## はじめに

筆者らは、前回の報告において、潮汐の周期が短い場合で、しかも淡水流量の少ない場合についての実験を中心として報告したが<sup>1)</sup>、今回は、より長い周期についての塩水くさびの挙動を調べるとともに、昨年筆者らが実施した天塩川河口における塩水くさびの観測結果についてもあわせて報告したい。

## 1. 水理模型実験の結果および考察

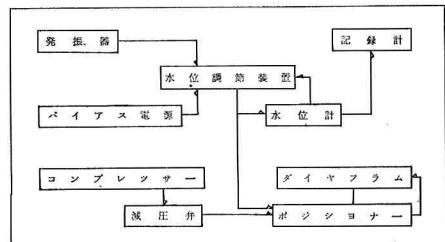
周期運動をする塩水くさびの挙動は表面および界面の水位変動からほぼ知ることが可能であるが、模型実験によってその水位を測定する場合、その観測部および起潮部に多少の工夫が必要である。今回の実験における水位記録にはくさび全体の挙動をとらえるため、二成層の見



写真一1 表面および界面の実測記録例

1, 2, 3 はそれぞれ  $x=83\text{ cm}, 183\text{ cm}, 323\text{ cm}$  における記録。 $s, i$  はそれぞれ表面、界面を表す。

える透明アクリル樹脂製の一次元水路の側方に細長い平面鏡を 10 cm 間隔に並べ、他方の側に設置した長い感光紙に平行光線を送って、各所における二層の表面および界面を焼き付ける方法を採用したが、この手法による実際の水位変動記録は写真一1 に見ることができる（なお写真中の矢印は時間の経過方向を示す）。一方、起潮装置は任意の周期および波高をもった周期運動を容易に実現させるため、自動制御の方法を採用したが、起潮の本質的な原理は前回と変わりない。なお、起潮部のブロック図を図一1 に示しておく。



図一1 起潮装置ブロック図

今回は可能な限り広範な周期に対する塩水くさびの応答性を調べるために、上層と下層の密度差  $\epsilon = 1 - \rho_1/\rho_2 = 0.0067$ 、平均水深  $h_1 + h_2 = 4\text{ cm}$  を固定し、30 秒 <  $T$  < 6 000 秒および  $0.05\text{ cm} < \eta_{10} < 3.0\text{ cm}$  の範囲について水位変動の観測を行った。ここに  $\rho$ 、 $h$ 、 $T$ 、 $\eta_0$  はそれぞれ密度、各層の厚さ、周期および水位変動振幅であって、添字 1, 2 はそれぞれ上層および下層を意味する。

さて、先にも述べたごとく、塩水くさびの挙動は、表面および界面の水位と流速の変動を知ることにより明らかとなるが、実験解析に先立つて界面勾配があまり急でないくさびの主要部で、これら水位および流速の間にいかなる関係があるのか、簡単な理論考察をしておくことにする。

いま二成層の厚さはほぼ一定と考え、水路底の勾配は 0、水路の長さ  $l$  は表面波の波長に比して十分小さいものとしよう。先に定義した量のほかに  $u$ 、 $\eta$  を導入し、それぞれ流速および水位変動とすれば、周期運動をする河口二層流に対して次の運動および連続方程式が、第一近似として成立する（なお添字 0 は常に振幅を表す）。

\* 正会員 北海道大学助手 工学部

\*\* 正会員 理博 北海道大学教授 工学部

$$h_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} (\eta_1 - \eta_2) = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$h_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial \eta_2}{\partial t} = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = -g \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{\partial \eta_1}{\partial x} - \varepsilon g \frac{\partial \eta_2}{\partial x} \quad \dots \dots \dots (4)$$

ここに,  $t$  は時間,  $g$  は重力加速度を示し,  $x$  は河口を原点とし, 水路にそってとられた座標を示す。さて式(1)~(4)を  $u_1$ についてまとめると次式を得る

$$\frac{\partial^4 u_1}{\partial t^4} - g(h_1 + h_2) \frac{\partial^4 u_1}{\partial t^2 \partial x^2} + \varepsilon g^2 h_1 h_2 \frac{\partial^4 u_1}{\partial x^4} = 0 \quad (5)$$

式(5)に  $C_s^2 = g(h_1 + h_2)$  または  $C_i^2 = \varepsilon g h_1 h_2 / (h_1 + h_2)$  なる  $C_{s,i}$  を導入し  $C_{s,i} = \sigma/m$  とおけば  $u_1 = f(mx + \sigma t) + F(mx - \sigma t)$  が  $\varepsilon \ll 1$  という条件下で解となり得ることが示される。 $u_2$ ,  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ についても式(5)と同形の式を得るために、やはり  $u_1$ と同形の解を得ることになる。ここで  $x$  方向に制限のない長水路を伝播する潮汐の場合について解を求めるとき、 $u$ ,  $\eta$ ともに同相の多少変形された次の Proudman の解<sup>2)</sup>を得る。

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \eta_{10} \cos(mx - \sigma t) \\ \eta_2 &= \left(1 - \frac{h_1 g}{C_{s,i}^2}\right) \eta_{10} (\cos mx - \sigma t) \\ u_1 &= \frac{g}{C_{s,i}} \eta_{10} \cos(mx - \sigma t) \\ u_2 &= \frac{C_{s,i}}{h} \left(1 - \frac{h_1 g}{C_{s,i}^2}\right) \eta_{10} \cos(mx - \sigma t) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (6)$$

この Proudman の解は河川上流で潮汐の反射がない場合の解で、潮汐の減衰がほとんど見られない短小河川とか、当面の水槽実験には適用できない。 $x=l$  に水路端のある当面の問題、あるいは潮差の著しい短小河川では、 $x=l$  で  $u=0$ ,  $x=0$  で表面水位変動は潮汐に相当する  $\eta_1 = \eta_{10} \cos(\sigma t + \varepsilon)$  に等しいと置いて得る次の解が適用できるものと思われる。

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \eta_{10} \frac{\cos(m(x-l))}{\cos ml} \cos(\sigma t + \varepsilon) \\ \eta_2 &= \left(1 - \frac{h_1 g}{C_{s,i}^2}\right) \eta_{10} \frac{\cos(m(x-l))}{\cos ml} \cos(\sigma t + \varepsilon) \\ u_1 &= \frac{g}{C_{s,i}} \eta_{10} \frac{\sin(m(x-l))}{\cos ml} \sin(\sigma t + \varepsilon) \\ u_2 &= \frac{C_{s,i}}{h} \left(1 - \frac{h_1 g}{C_{s,i}^2}\right) \eta_{10} \frac{\sin(m(x-l))}{\cos ml} \sin(\sigma t + \varepsilon) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (7)$$

こうして得られた解は、速度の2乗項を無視してあり、変動流速に比して、平均流速が大きくなっているため、現実の二層流の挙動を正確には表現し得ないが、当面の考察には十分な情報が得られるはずである。

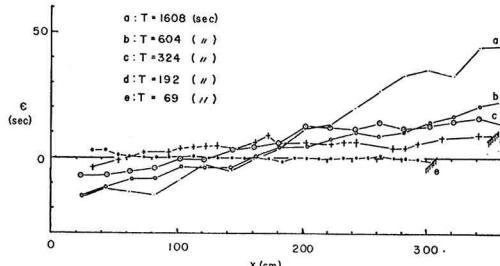
さてこの式(7)が、どの程度忠実に実際の問題を記述してくれるかを調べるために、第1報の図-2のデータ、 $\eta_{10}=0.2$  cm,  $T=100$  秒,  $l=450$  cm,  $x=50$  cm,  $\varepsilon=0.0091$  をあてはめると実測値より小さい  $u_{10} \approx u_{20} = 1.26$  cm/sec を得る。この過小見積もりは理論にその原因を求めるより、正しく断面平均流速を示し得ない、流心での測定値と比較したことにより生じていると解釈すべきであろう。また流速変動と表面水位変動の位相関係は、理論、実験ともによく一致しており、模型実験では、式(7)がほぼ成立することが証明できる。この位相関係は、河床勾配の非常に小さい実際河川で成立すると思われる式(6)とは大いに異なっており、単に模型実験の結果を実際河川に応用できない最大の理由になっている。

次に一連の実験によって得られた結果から一般的な塩水くさびの挙動を明らかにするとともに、水理学的に興味ある諸問題について解釈を加えてみよう。

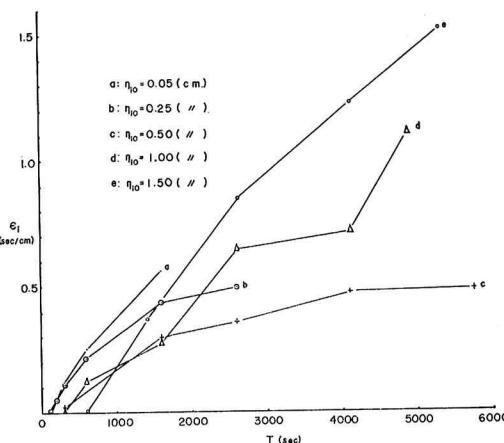
まず水位降下時から話を進めるが、本実験において、水位変動は表面波速をもって上流に伝播するため、上流端と河口での表面水位変動の位相差は数秒の程度であって、変動周期と比較しても著しく小さいため、無視して取扱うこととする。さて水位降下時は式(7)でも示し得るように、上、下層ともに下流向きの流速を有しており、最低水位に近づくにつれて、この流速はゼロに近づいてゆく。この際、界面に作用するせん断力も著しく小さいものとなり、表面が最低水位に達する前に河口の界面は上昇を開始する。この界面の上昇は式(7)の導出にあたって考慮した表面波の周期と同じ周期を有する、正弦波形の内部波とは異なる一種の bore の形状を呈しており、表面が最低水位をすぎ、上昇のきざしを見せはじめると、この bore は、いわば新生の塩水くさびとして、もとから存在しているくさびの上に重なって遡上し続ける。このとき遡上するくさびの上流に位置するもののくさびの厚さは写真-1に示されるごとく、表面水位が上昇し始めているにもかかわらず、むしろ減少する傾向さえ見せており、くさびの各位置での界面上昇は、この新生のくさびが到着することによってはじめて見られる。かくして上流ほど界面の最低水位時刻は遅れることになるが、水位がさらに上昇し最高水位に到達した時点ではくさびの遡上も完了しており、また表面波と同周期の内部波は感知できることから、界面変動は専ら表面波に基づくものとなる。時間がさらに経過して水位が降下し始めても、変動流が河口に向かうため、水位上昇時に河口で発生したような bore に相当するものは発生し得ず、界面水位変動もくさび全長にわたって表面水位変動と同位相で降下し始めることがある。こうした一周期にわたるくさびの挙動は写真-1の表面および界面の水位変動記録によってもおよそ裏づけられるが、引続き最も重要と思われる界面の最低水位時刻が、水位の変

動周期、あるいは振幅等によってどのように変化するかを調べ、くさびのより詳細な挙動を明らかにしてみよう。

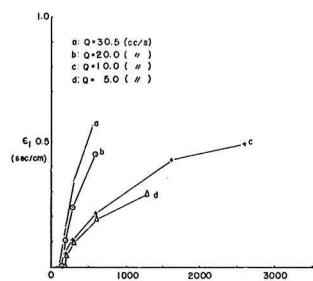
まず表面水位が最低になる時刻と界面が最低水位を示す時刻の差 ( $\epsilon$ ) が  $x$  の増大につれてどのように変化するか、その一例を図-2に示す。この結果は、流量 10 cc/sec、振幅 0.27 cm と固定し、周期をパラメーターとし

図-2  $\epsilon$  対  $x$ 

て得られたものであり、図中たて軸に  $\epsilon$ 、横軸に  $x$  をとり  $\epsilon$  の正の値は界面水位の表面水位に対する遅れ、負の値は進みを表わしている。図-2 の a, b によれば先に述べた、ほとんど目視観察によったくさびの挙動を確実に裏づける結果だけでなく、 $x$  の増大とともに  $\epsilon$  の増加がほぼ直線的であること、そしてその  $x$  方向勾配 ( $\epsilon_x$ ) が周期によって変化することが新たに見出される。特にきわめて短い周期の結果 c, d, e は他の結果と著しく異なり、 $x$  のある値を越すとほぼ一定の  $\epsilon$ 、すなわち  $\epsilon_i=0$  を示していて注目に値する。この理由は式(7)において  $\sin \{m(x-l)\} \approx m(x-l)$  とおけることからもわかるごとく、変動流速が周期に逆比例するため短周期変動下ではその流速も著しく増大し、いわゆる新生のくさびが到達する以前に界面上昇がくさび全長にわたって同時に開始されるためと推定できる。逆に非常に周期が長くなると  $\epsilon_i$  が、ある最大値に近づくが、この最大値の逆数すなわ

図-3  $\epsilon_i$  対  $T$   
流量  $Q=10 \text{ cc/s}$  の場合

ち bore の遡上速度は周期変動のない場合の内部波速にほぼ等しいこともわかっている。こうした  $\epsilon_i$  の周期特性は図-3, 4 にすべて示されているが、それぞれ流量および振幅を固定し、さらに振幅および流量をパラメー

図-4  $\epsilon_i$  対  $T$   
振幅  $\gamma_{10}=0.25 \text{ cm}$  の場合

ターとした場合の結果である。この結果によれば水位変動の振幅が大で流量が少ないほど  $\epsilon_i$  は小さい値を示すが、振幅が平均水深に近くなると bore の遡上速度の著しい減少がみられるため、かえって  $\epsilon_i$  が増大するという逆の特性も現われている。かくして細部については種々問題が存在するものの、周期運動をするくさびの挙動に対し一応理にかなった説明が可能である。

## 2. 弱混合型から強混合型への移行

筆者らは、水路に粗度がなければ  $\epsilon=0.03$  で波高 1 cm、周期 1 秒程度の極端な場合であっても塩水くさびは破壊せず、強混合型への移行は見られないことを確かめており、河口の構造によつては、強混合型を作り出すことは不可能であろうとさえ考えている。しかし河床にわずかな粗度が存在する場合には全く事情が異なる。たとえば、写真-2 は流速変動がさほど大きくなく、界面が変形だけ強いられる場合(上)、および強い流速変動によつて界面破壊に至った場合(下)を示しているが、このときの粗度は高さ 6 mm、幅 6 mm の角柱を水路底に 10 cm 間隔に設置したものである。なお、表層水の順流、逆流の代表的パラメーター、 $\lambda^3$  を用いると  $\lambda \approx 0.03$  以上において界面破壊が見られることが分かっている(ここに  $\lambda = A_0/U_0 T_0$  であり  $A_0$ 、 $U_0$ 、 $T_0$  はそれぞれ水位変動振幅、河口における淡水層の平均流速、および周期である)。しかし完全な強混合型を実現させるには  $\lambda$  を 0.03

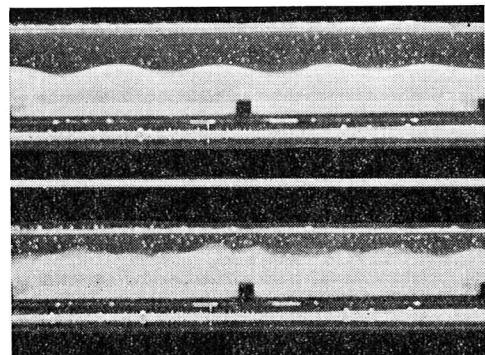


写真-2 水路粗度による界面変形および破壊の様子

より相当大きくする必要があり、少なくとも淡水層が逆流しない程度の周期運動では、強混合型を見ることは不可能であった。

### 3. 天塩川河口二層流と潮汐

天塩川河口における塩水くさびの観測は、昭和49年8月23日10時から1時間おきに25時間にわたり実施されたが、観測点は、河口上流約0.5kmおよびさらに上流4.6kmの2箇所が選定され、その両地点において、鉛直方向の水温、電気伝導度、流速が同時測定された。また両観測点近くの陸上には水位計を設置し、潮汐も同時に観測した。この水位計の記録によれば潮汐だけでなく20分程度の短周期の波が、河口から侵入していくことがわかったが、上流観測点に到達するまでに、その波形の変形はあまり見られなかった。潮汐にいたっては、河口上流18.3kmの地点まで、目立つほどの減衰もなく

伝播していることが、現地の水位記録からわかった。しかし河床勾配は充分に小さく、充分上流では河床の粗度の影響を受けることが予想されるゆえ、天塩川上流では、無限に遠い上流において、潮汐が消滅すると仮定する岡本の感潮河川の理論が成り立つと思われ、河口近傍の二層部について式(6)が成立するものと思われる。

25時間連続観測の結果は一括して図-5に示してある。この結果によれば、潮汐と明確な相関をもった流速および水位変動は、潮汐周期に比してはるかに短い周期の変動が卓越していく容易には見きわめ難い。しかし、潮汐に比して短い周期の界面水位変動と流速変動との間には良い相関が見られ、淡水中的塩分および界面近傍の温度変動からも、この事実がうかがえる。ただ細部にわたって相関があるわけではなく、測定時刻によっては相関の見出せない部分もある。これは恐らく冒頭にも述べたように、20分ほどの周期をもつ表面波がかなり影響しているものと思われるが、この推定は式(6)を用いて、観測された内部波および表面波にもとづく流速変動を計算すると、両者とも実測値より小さいが、同じオーダーの値を示すという事実からも支持される。実測される値はこのほか確実に存在するはずの潮流の影響を受け、複雑な値を示すことが予想されるわけで、なぜに流速変動が界面水位変動と相関が良いのか、より多くの観測を積みさかね、検討されねばならない。ただ界面水位変動周期と他の付加的な波動の周期が著しく異なることから、界面変動と流速変動が良い相関を示す可能性は残っている。ともかく潮差の小さい天塩川河口においては、潮汐だけでなく、より短周期の波動からの寄与が無視できないということが判明したわけで、今後の河口二層流の観測、研究上大いに関心をはらうべきことであろう。

次に上、下流二観測点での界面変動を調べてみよう。下流観測点における界面水位は上流のそれに比して短周期の界面水位変動が多く日につき、潮汐との関連を非常に見きわめ難いものとしているが、漲潮時16~17時を境として界面水位が平均して上昇していることに気づく。この上昇は淡水塩分の変動および界面近傍の水温変動からも納得のゆく事実であるが、この界面水位上昇開始は筆者の一人が過去天塩川においてしばしば観測した結果<sup>4)</sup>と同様、干潮から約2時間後に生じている。その原因は式(6)あるいは塩水くさびの流速測定結果からもわかるように、干潮を過ぎても、なお潮流が下流に向いているためであると考えられる。一方、上流観測点の記録にはあまり短周期の界面水位変動が見られず、界面上昇開始は容易に21時頃であることが見出せる。この時刻は、干潮時刻からは3時間程度遅れており、内部波速( $C_i=41\text{ cm/s}$ )が両観測点間を伝播する所要時間(3.1時間)にほぼ等しい。さらに、下流観測点における界面水位変動

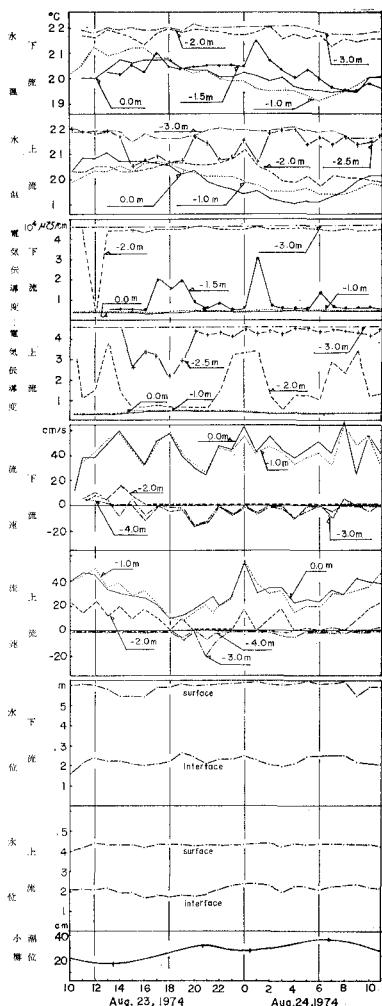


図-5 天塩川河口における昼夜観測記録  
図中の数字は水深を表す。

の時間勾配は落潮時よりも漲潮時に急であることがわかるが、この事実は、水槽実験における界面水位変動とよく一致しており、実際の河川においても、水槽実験同様 bore 状のいわゆる新生の塩水くさびが内部波速をもって遡上するものと考えられる。

### 3. 結 語

本報告によって弱混合型から強混合型にいたる塩水くさびの周期運動特性が多角的に検討され、明白にされた部分も少なくないが、同時に現地観測によって新たな問題点も見出された。今後は現地観測をさらに続け、問題点の解明につとめるとともに、強混合型への移行につい

ても実験を積みかさね、混合パターンの定量化という重要な課題に着手してみたい。なお、この研究の一部は文部省科学研究費によっている。

### 参 考 文 献

- 1) 柏村・吉田 (1973): 第 20 回海岸工学講演会論文集.
- 2) Proudman, J. (1953): *Dynamical Oceanography*, Methuen, London.
- 3) 柏村・吉田 (1972): 第 19 回海岸工学講演会論文集.
- 4) 柏村 (昭和 34 年): 天塙港調査報告.