

二層潮流の計算法

橋本 宏*・宇多 高明**

1. まえがき

一般に内湾、たとえば東京湾では夏期において成層が発達するといわれている。昭和47年8月に建設省が東京湾で行った調査¹⁾によれば、水深が5~10m付近で水温や塩素イオン濃度が相当急に変化しており、表面近くでは河川水等の影響で河口に近い所ほど密度が小さく、一方海底近くでは密度の大きい海水が湾口より侵入している。このため東京湾では海水の流動として次の状態が考えられる。すなわち、① 河川水や汚濁水は上層を通過して外海へ出る。② 湾外の海水は下層から入る。③ 海水中の汚濁物質は湾外に出やすくなる。④ 沈殿物は湾外へ出にくく湾内に堆積する。⑤ 上層の汚濁物質の濃度は高くなる。

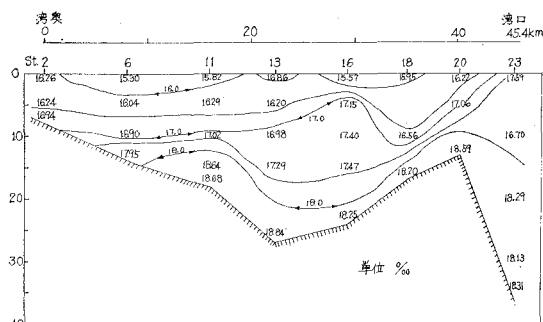
さて、以上の現象を明らかにするには現地観測、模型実験、数値計算等を有機的に組み合わせて行う必要があるが、本論文では現地データを基にして水平・鉛直両方向に密度が変化する場合の潮流を数値的に求めるための計算方法について述べる。

ところで鉛直方向の密度差を考慮した潮流計算の方法には上下層の密度を一定とした方法があり、東京湾を対象とした計算の結果も報告²⁾されている。しかし実測によれば水平方向の密度変化は相当大きく、これを無視することには疑問が残る。和田^{3),4)}は温泉水の問題に関連して水平方向の密度変化を考慮した二層モデルを展開している。また堀口⁵⁾は水路幅が一定の場合の二層モデルを提案している。これらは下層の密度を一定としており、したがって東京湾のように上下層とも水平方向に密度が変化する場合の計算にはあまり適していない。

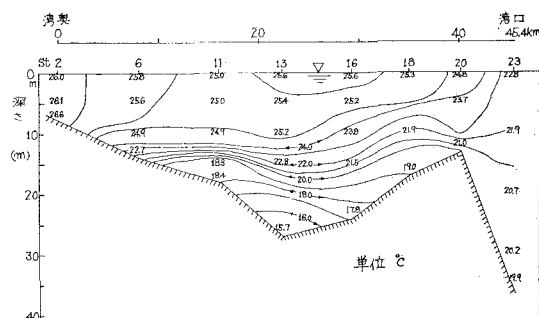
ここで述べる方法は上記のものと同様に二層モデルを用いるが、下層の密度も変数とし、また内部境界面の深さが場所的に大きく変化することを許した。

2. 自然条件

モデルを作成する前に東京湾の夏期における自然条件を調べた。この調査は昭和47年8月25、26日に行われ



図—1 千葉～第2海堡区間の Cl^- の分布
(8月25日18時)



図—2 千葉～第2海堡区間の水温分布
(8月25日18時)

た。調査結果のうち塩素イオン濃度 (Cl^-)、水温、密度 (Cl^- と水温より算出) の分布は次のとおりである。

まず千葉～第2海堡区間の断面の Cl^- と水温の分布を示したものが図—1, 2である。また St. 15 (図—5 参照) における水温と Cl^- の鉛直分布を示したのが図—3である。図中 Cl^- と水温は密度への影響が同程度になるよう座標軸を決めた。 Cl^- は1日間のデータを、また水温は8月25日12時における値を図示した。鎖線は平均値である。水温、 Cl^- 共に水深10m付近で相当急に変化し、成層状態にあるようである。水温と Cl^- の勾配急変点を内部境界面とすれば、これは図—4に示すように湾全体で5~15m程度に変化している。さらに水面と水底における密度の平面分布を描くと図—5, 6のとおりである。ただし密度は小数第2位以下のみを記している。水面では河口近くほど密度が小さく、底面では中

* 正会員 建設省土木研究所海岸研究室長

** 正会員 建設省土木研究所海岸研究室

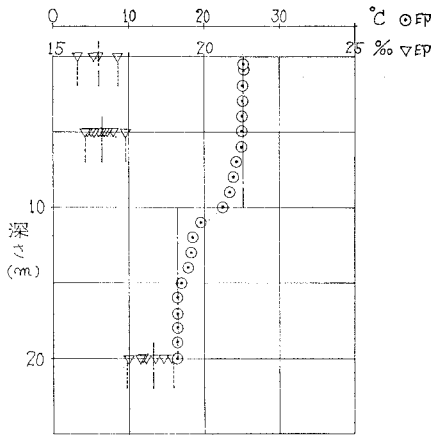


図-3 水温 Cl⁻ の鉛直分布

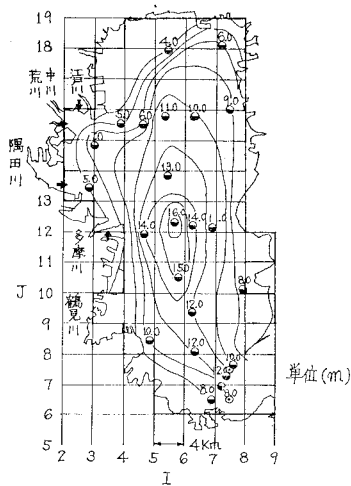


図-4 内部境界面の深さの分布と格子配置

中央の深い所に密度の大きい海水が溜まっており、また湾口から密度の大きい海水が流入している。

なお汚濁状況は表面と底を比較すると表面の方が汚濁

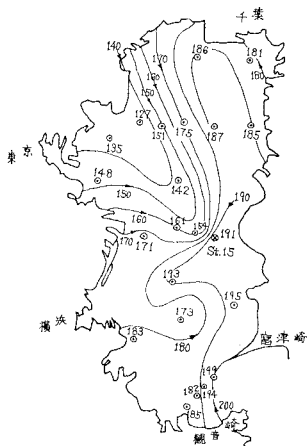


図-5 水面密度分布 (8月25日12時)

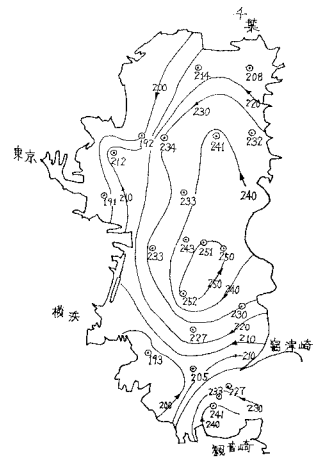


図-6 水底密度分布 (8月25日12時)

物質濃度が高く、また沿岸部ほど濃度が高い傾向を示した。成層しているために上下層間で汚濁状態が異なるようである。したがってこのような状況を解析するには成層した状態における潮流を調べる必要があると思われる。

3. 計算方法

前節で述べた現象をモデル化するには次の現象を考慮する必要がある。すなわち、① 上下層の潮汐による運動、② 各層間の海水の拡散、③ 水平方向の拡散、④ 水面・水底・境界面での摩擦、⑤ 熱収支による密度変化である。このうち⑤は温度条件があまり変化しない場合を考えて省略する。基礎方程式は図-7のように座標軸を取り、上下層の水理量を添字1,2を付けて区別し、また x, y 方向の流量を M, N 、密度を ρ とすれば変数 $s, d, M_1, M_2, N_1, N_2, \rho_1, \rho_2$ について次のように表わされる。

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial M_2}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} \\
 & = -\frac{E_1}{H_1} \sqrt{M_1^2 + N_1^2} + \frac{E_2}{H_2} \sqrt{M_2^2 + N_2^2} \dots \dots (1) \\
 & \rho_2 \frac{\partial M_2}{\partial t} + \frac{2\rho_2 M_2}{H_2} \frac{\partial M_2}{\partial x} + \frac{\rho_2 N_2}{H_2} \frac{\partial M_2}{\partial y} + \frac{\rho_2 M_2}{H_2} \frac{\partial N_2}{\partial y} \\
 & + \frac{1}{2} g H_2^3 \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + g H_1 H_2 \frac{\partial \rho_1}{\partial x} + \rho_1 g H_2 \frac{\partial s}{\partial x}
 \end{aligned}$$

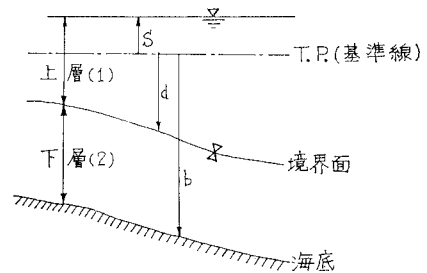


図-7 座標軸

$$\begin{aligned}
 & -(\rho_2 - \rho_1)gH_2 \frac{\partial d}{\partial x} - \rho_2 \Omega N_2 = LF^2 M_2 \\
 & + k(U_1 - U_2) \sqrt{(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2} \\
 & - \frac{\gamma_b \rho_2}{H_2} M_2 \sqrt{M_2^2 + N_2^2} \dots\dots\dots (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \rho_2 \frac{\partial N_2}{\partial t} + \frac{\rho_2 M_2}{H_2} \frac{\partial N_2}{\partial x} + \frac{\rho_2 N_2}{H_2} \frac{\partial M_2}{\partial x} + \frac{2\rho_2 N_2}{H_2} \frac{\partial N_2}{\partial y} \\
 & + \frac{1}{2}gH_2^2 \frac{\partial \rho_2}{\partial y} + gH_1 H_2 \frac{\partial \rho_1}{\partial y} + \rho_1 gH_2 \frac{\partial s}{\partial y} \\
 & -(\rho_2 - \rho_1)gH_2 \frac{\partial d}{\partial y} + \rho_2 \Omega M_2 = LF^2 N_2 \\
 & + k(V_1 - V_2) \sqrt{(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2} \\
 & - \frac{\gamma_b \rho_2}{H_2} N_2 \sqrt{M_2^2 + N_2^2} \dots\dots\dots (3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(M_1 + M_2) + \frac{\partial}{\partial y}(N_1 + N_2) = 0 \dots\dots (4) \\
 & \rho_1 \frac{\partial M_1}{\partial t} + \frac{2\rho_1 M_1}{H_1} \frac{\partial M_1}{\partial x} + \frac{\rho_1 N_1}{H_1} \frac{\partial M_1}{\partial y} + \frac{\rho_1 M_1}{H_1} \frac{\partial N_1}{\partial y} \\
 & + \frac{1}{2}gH_1^2 \frac{\partial \rho_1}{\partial x} + \rho_1 gH_1 \frac{\partial s}{\partial x} - \rho_1 \Omega N_1 \\
 & = LF^2 M_1 + \gamma_s \rho_a W_x \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \\
 & - k(U_1 - U_2) \sqrt{(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2} \dots (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \rho_1 \frac{\partial N_1}{\partial t} + \frac{\rho_1 M_1}{H_1} \frac{\partial N_1}{\partial y} + \frac{\rho_1 N_1}{H_1} \frac{\partial M_1}{\partial x} + \frac{2\rho_1 N_1}{H_1} \frac{\partial N_1}{\partial y} \\
 & + \frac{1}{2}gH_1^2 \frac{\partial \rho_1}{\partial y} + \rho_1 gH_1 \frac{\partial s}{\partial y} + \rho_1 \Omega M_1 \\
 & = LF^2 N_1 + \gamma_s \rho_a W_y \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \\
 & - k(V_1 - V_2) \sqrt{(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2} \dots (6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_2 H_2) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 M_2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_2 N_2) \\
 & = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{2x} H_{2x} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{2y} H_{2y} \frac{\partial \rho_2}{\partial y} \right) \\
 & - \frac{E_1}{H_1} \rho_2 \sqrt{M_1^2 + N_1^2} + \frac{E_2}{H_2} \rho_1 \sqrt{M_2^2 + N_2^2} \dots (7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_1 H_1) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 M_1) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 N_1) \\
 & = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{1x} H_{1x} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{1y} H_{1y} \frac{\partial \rho_1}{\partial y} \right) \\
 & + \frac{E_1}{H_1} \rho_2 \sqrt{M_1^2 + N_1^2} - \frac{E_2}{H_2} \rho_1 \sqrt{M_2^2 + N_2^2} \dots (8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & H_1 = s + d, \quad H_2 = b - d, \quad M = UH, \quad N = VH \\
 & \dots\dots\dots (9)
 \end{aligned}$$

ただし、 E_1, E_2 : 連行係数 (Richardson 数の関数), L : 水平方向渦動粘性係数, k, γ_b, γ_s : 内部, 海底, 水面摩擦係数, ρ_a : 空気密度, W : 風速, K : 拡散係数, Ω : コリオリ係数。

運動方程式は Boussinesq 近似を用いて単純化してある。また E を含む項は層間の流体混合を表わしている。

数値計算は差分法を用い、変数を 図-8 に示すように配置し、式(1)~(9)を連立させて解いた。運動式は Ex-

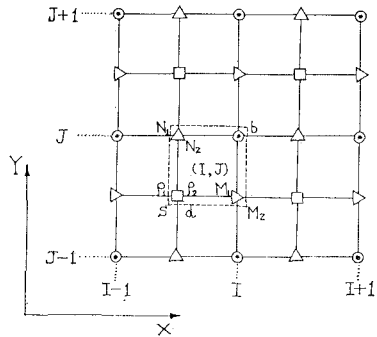


図-8 変数配置

plicit と Implicit 法を組み合わせる差分化し、拡散式は ADI 法によって行った。ただし密度変化の速度は小さいから運動と拡散の時間ステップを変えて計算を行うようにした。

運動式については Exp. と Imp. 法を組み合わせる種々の方法を検討した結果、安定でしかも計算時間間隔 (Δt) を相当大きく取れる方法は次のものであった。すなわち $t = n\Delta t$ の値を既知として $\Delta t/2$ 後の値 (ダッシュで示す) は次の方法によって求める。

(1) M'_1, M'_2, s' を Implicit に解く。格子間隔を Δs とすれば式 ③, ④, ⑤ から、

$$A_{2ij} s'_{i+1j} - A_{2ij} s'_{ij} + C_{2ij} M'_{2ij} = D_{2ij} \dots\dots (10)$$

$$A_{1ij} s'_{i+1j} - A_{1ij} s'_{ij} + C_{1ij} M'_{1ij} = D_{1ij} \dots\dots (11)$$

$$2\Delta s / \Delta t s'_{ij} + M'_{1ij} + M'_{2ij} - M'_{2i-1j} - M'_{1i-1j} = E_{1ij} \dots\dots (12)$$

の形の差分式が得られる。ただし係数 $A \sim E$ は $t = n\Delta t$ の値によって表わされる量である。これらを連立させれば M'_1, M'_2, s' は求まる。

(2) N'_2, d' を Implicit に解く。式 ①, ③ から

$$A^*_{2ij} d'_{i+1j} - A^*_{2ij} d'_{ij} + C^*_{2ij} N'_{2ij} = D^*_{2ij} \dots\dots (13)$$

$$-2\Delta s / \Delta t d'_{ij} + N'_{2ij} - N'_{2i-1j} = E^*_{2ij} \dots\dots (14)$$

となり連立させて N'_2, d' を求める。

(3) N'_1 を Explicit に解く。式 ⑥ から、

$$F_1 N'_{1ij} = G_{1ij} \dots\dots (15)$$

となり N'_1 は Exp. に求められる。 Δt 後の値に対しては (1)~(3) の段階と同様な計算によれば良い。すなわち、

(4) N'_1, N'_2, s' を式 ③, ④, ⑥ から Imp. に解く。

(5) M'_2, d'' を式 ①, ② から Imp. に解く。

(6) M'_1 を式 ⑤ から Exp. に解く。

拡散方程式の計算は上下層についてのおおの ADI 法によって行う。これは村上の方法⁶⁾を用いており、詳細な点は省略する。

境界条件は陸地との境界では流量を零とし、河川のように流入流出のあるときはその流量と密度を与える。ただし河川水の密度は小さいので上層にのみ流入させる。

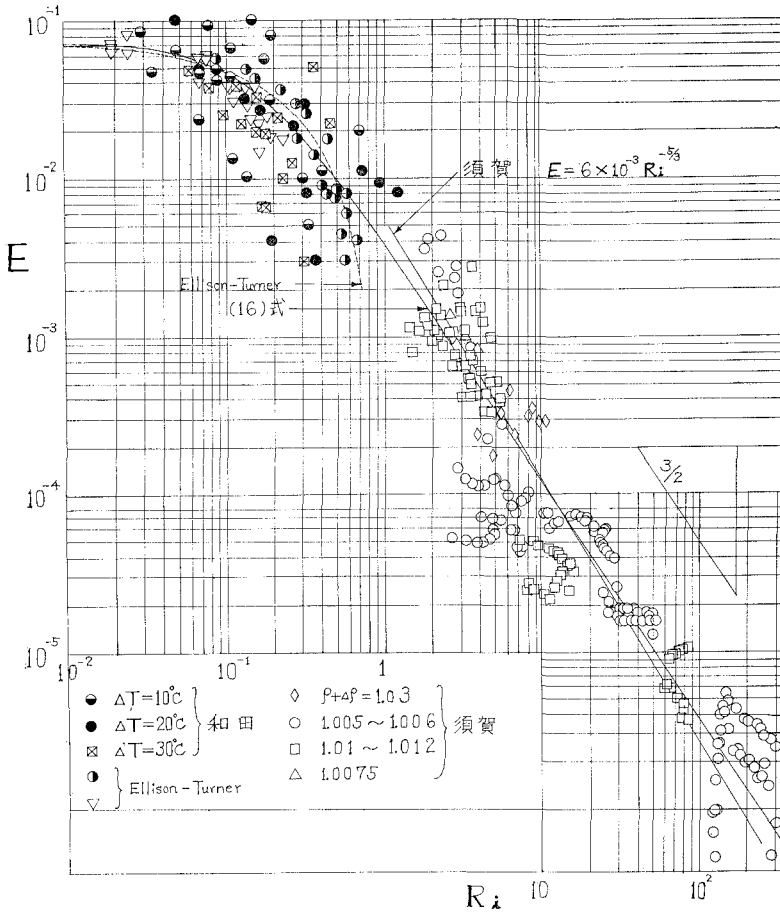


図-9 連行係数

湾口では水位 (s, d) と密度 (ρ_1, ρ_2) を与える。

各係数のうち連行係数は Ellison-Turner⁷⁾, 須賀⁸⁾, Wada⁹⁾ らの実験値から 図-9 に示すように Richardson 数 R_i の関数として次のように与えた。

$$E = \frac{4.34 \times 10^{-3}}{0.0578 + R_i^{3/2}}, \quad \left(R_i = \frac{g(\rho_2 - \rho_1)l}{\rho(u^2 + v^2)} \right) \dots\dots\dots (16)$$

ここに, l は上下層に対して H_1, H_2 とする。また流速は乱れの流速を考慮して $(u, v) = (0.1U, 0.1V)$ とした。

また拡散係数と水平方向渦動粘性係数は Elder 型のものを与えた。

4. 数値計算結果と考察

数値計算は東京湾を 2 km と 4 km の格子間隔で分割したモデルを用いた。図-4 には 4 km の場合の格子配置が示されている。河川は江戸川, 中川, 荒川, 隅田川, 多摩川, 鶴見川を考え実測流量・密度を与えた。潮位は第2海堡における値を湾口条件として使用した。湾内の上下層の密度と d の初期値は実測結果を利用した。まず密度勾配の急変点から d の値を定め, 次に密度は水深 d

の上下層で水温と Cl^- を平均して求めた。各係数のうち k, γ_0 はおのおの $10^{-3}, 2.6 \times 10^{-3}$ とした。また風速は零とした。

図-10 は水位 (s) と内部境界面 (d) の時間的变化を示すもので, 水位は湾口と湾奥を比較すると湾奥では振幅が増し, また位相差が認められる。また d は s と同位相で振動し振幅は d の初期値が大きく変化するにもかかわらず約 80 cm 程度である。連行による d の変化は計算初期において湾口の流速の大きい地点で 20 cm 程度であり, その後はほとんど定数とみなせる程度であった。連行係数は水平方向の拡散係数と組み合わせて, 与えられた密度分布と計算値が合うように決定する必要がある。

次に 図-11 は計算開始後 16 時間の上下層の流速分布を示したものである。図中, 実線は上層流速, 破線は下層流速を示している。上下層で流向流速とも相当異なり, 流況は三次元的特徴を有している。このためこれらの流速分布を考慮して汚濁計算を行った場合には汚濁状況は一層の場合と相当異なったものになるであろう。

図-12 は初期と 20 時間後の密度分布を描いたものである。密度分布はかなり変化しており拡散速度が速いようである。これは拡散方程式の擬似拡散の補正が不十分なためと拡散係数の値に問題があるためと考えられる。この点は今後改良する必要がある。

図-12 は初期と 20 時間後の密度分布を描いたものである。密度分布はかなり変化しており拡散速度が速いようである。これは拡散方程式の擬似拡散の補正が不十分なためと拡散係数の値に問題があるためと考えられる。この点は今後改良する必要がある。

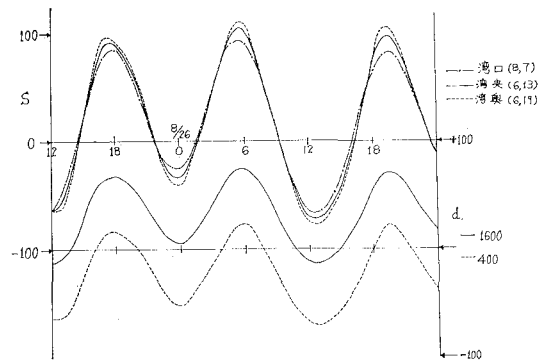


図-10 水位 (s) と境界面の深さ (d) の時間的变化

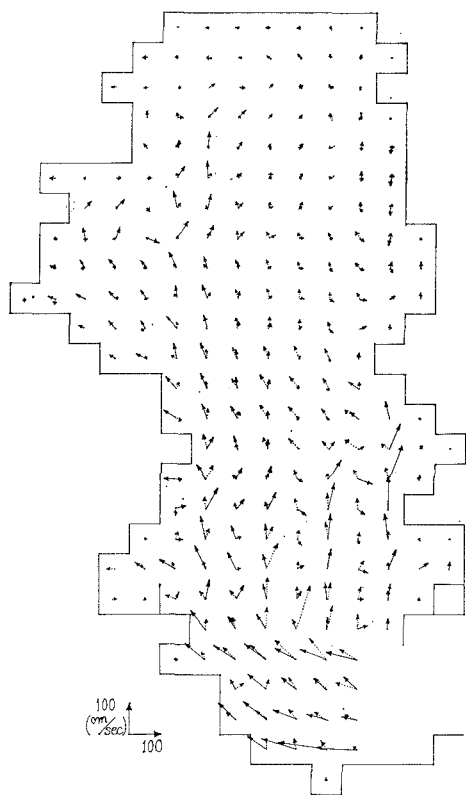


図-11 上下層の流速分布

一方、潮流槽を描くと場所により流速はかなり恒流成分を持っていた。この流れは密度勾配によるものであり、実際にも存在すると思われる。しかしこの計算の場合には ρ_1 , ρ_2 , d の初期値の精度が高くないため静的な圧力勾配が生じ、このために発生した部分が多いと考えられる。一層の場合にはこの不均衡は波速 \sqrt{gh} で伝播するが、二層の場合には伝播速度が内部波波速 \sqrt{egh} ($\epsilon = \Delta\rho/\rho \sim 10^{-3}$) であり、この不均衡を修正するには長時間を要する。したがって密度分布を固定し、また水面の水位を零とおいてまず d を計算し、その後潮流計算を行うのが良いであろう。

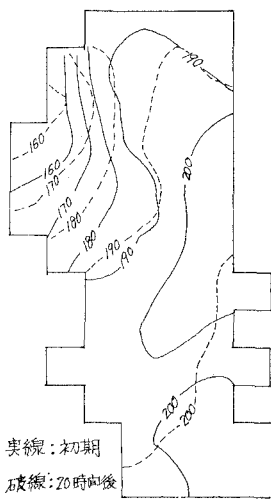


図-12 密度分布

最後に安定性を検討するために $\Delta s = 4 \text{ km}$ として Δt を 3~20 分まで変えて計算を行った。まず格子間隔と重

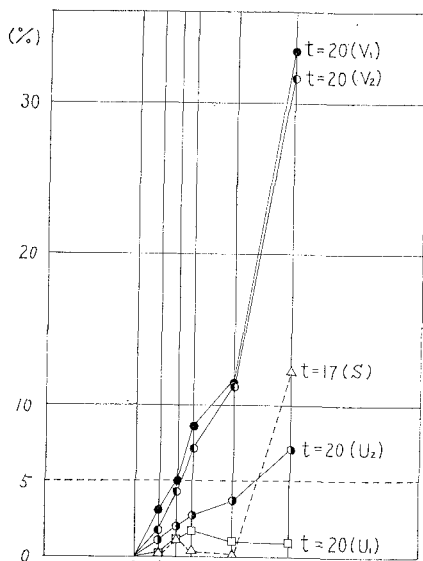


図-13 Δt を変えた時の精度

力波の波速から Δt^* を次のように定義する。

$$\Delta t^* = \frac{\Delta s}{\sqrt{gh_{\max}}} \dots\dots\dots (17)$$

この場合は $\Delta t^* = 3$ 分であった。非定常問題の Explicit な差分法では $\Delta t \leq \Delta t^*$ でなければならないが、本報の差分法では Δt を変えたときいずれの場合も計算は安定であった。ただし Δt を大きく取ると水位に関しては位相差と絶対値の差が表われる。この絶対値の差を $\Delta t = 3$ 分の場合を基準として $t = 17$ 時間後の値を図示したのが図-13 である。また $t = 20$ 時間後の各層の流速も示してある。これによれば Δt が大きくなるにつれて s や流速値の精度が悪くなっている。したがって誤差を数パーセント以内にするには Δt はおよそ $2\Delta t^*$ の程度とする必要があろう。

5. 結論と今後の問題点

成層状態にある湾内の流況を予測する手法を開発し、モデル計算を行い安定性の検討を行った。この結果、この方法によって十分安定に計算を行うことができることを確認した。ただし係数値や差分法について更に検討し、引続いて現地データとの比較を行ってモデルをより妥当なものとしなければならない。

また、この現象は重力波と内部波と拡散という三個の時間スケールの異なる現象を含むので、計算の能率を高めるにはそれらを適当に組み合わせて簡略化した計算法について検討する必要がある。

最後に、二層潮流計算プログラムの開発に助力いただいたセンチュリリサーチセンターの山口晋氏に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 東京湾汚濁調査報告書, 資料編 I, II, III. 昭和48年3月, 建設省関東地方建設局, 新日本気象海洋株式会社.
 - 2) 昭和47年度水質汚濁共同調査報告書, 昭和48年10月, 一都三県公害防止協議会.
 - 3) 和田 明: 二成層潮汐モデルによる工業用水取排水問題の展開, 第16回海岸工学講演会講演集, 1969.
 - 4) 和田 明: 沿岸海域における工業用水排水問題のシミュレーション, 第17回海岸工学講演会論文集, 1970.
 - 5) 堀口孝男・平出友信・川上善久: 温度密度流による拡散の数値解法, 第19回海岸工学講演会論文集, 1970.
 - 6) 村上 健: 非定常拡散方程式の数値計算方法, 第19回海岸工学講演会論文集, 1972.
 - 7) Ellison, T.H. and Turner, J.S.: Turbulent entrainment in stratified flows, J. Fluid Mech., 6, pp. 423~448, 1959.
 - 8) 最上川河口模型実験報告書, 土木研究所資料第887号, 昭和49年3月, 建設省土木研究所.
 - 9) Wada, A.: Numerical analysis of distribution of flow and thermal diffusion caused by outfall of cooling water, Proc. 13th Con., IAHR, 1969.
-