

# 浅水領域での分裂波 Soliton の特性について

石 田 昭\*

## 1. 序 論

近年になって非線型現象に関する研究が各方面で取り上げられるようになった。線型現象の取り扱いに使用されてきた調和解析の方法は非線型性が強くなると、正弦波で表わした成分波間の干渉が強くなって現象をうまく説明できなくなる。また、弱非線型現象を取り扱う手法である摂動法は、強い非線型性のある現象に対しては線型近似よりかえって誤差が大きくなることもある<sup>1)</sup> という結果が報告されており、Dean's error<sup>2)</sup> として知られるようになった。こうした状況下において、非線型現象を統一的に取り扱うことのできる新しい方法を見い出そうとする努力が続けられる一方、肉眼で観測することのできる水の波に関して得られる知見が多方面の非線型現象の解明に役立つのではないかという期待が持たれている<sup>3)</sup> ようである。そして流体力学の分野でも実験的な研究の必要性が指摘されている。

その一環として注目され始めたのが Soliton である。Soliton とは二つの波が重なった場合に、非線型干渉があるにもかかわらず重なる以前の性質が失われないという粒子的性質に着目して命名された孤立波的な波のことである。この波は各分野で見られるものようであるが、特徴として上記の粒子性のほかに、二つの Soliton が重なった場合に波高が単純に重畳されないことが知られている。進行方向が同一のときは、高い方の Soliton より波高が小さくなり、進行方向が逆のときは単純な和よりも大きくなる。また Fermi によって始めて見いだされた再帰現象も Soliton の特徴として知られている。

水の波の場合には、浅水領域でみられるもので、海岸工学の立場からも重要なテーマであることが Galvin<sup>4)</sup> により指摘されている。たとえば砕波を考える場合には、波形が重要な効果を持つために、砕波機構と Soliton 分裂の機構とをいっしょに考えなければならないことが指摘されている。また海岸工学の分野では以前から二次波峯現象<sup>5)</sup> として知られてきたものであり、Miche、堀川、合田<sup>11)</sup>らに続き、最近では Hansen ら<sup>6)</sup>、および Hulsbergen<sup>6)</sup>

によって実験水槽内でいかにうまく定形波を発生させるかという問題として研究されている。彼らは造波板の動きに単振動を与えると基本波以外に2倍周波数を持った自由波 (Fontanet wave) が発生し、さらに二つの自由波の間でも干渉波が発生して、全部で6個の波が発生するために二次波峯現象が生ずるとしている。このことは著者<sup>7)</sup> がこれまでに報告してきた内容と同じである。彼らは Fontanet wave の発生を軽減するには造波板の動きに2倍周波数成分を加えて定形波理論の水粒子速度に近い動きをさせるとよいことを報告している。

Fontanet wave の発生は Phillips<sup>8)</sup> の非線型共鳴干渉の理論によって説明できる。この干渉理論は深水波の非定形波現象をも説明できるものであることが Benjamin, Fair によって得られている。このような成分波間の非線型干渉によって発生する波の中で、分散関係式を満足するのは共鳴条件を満たす自由波だけであって、その他の拘束波は分散関係式を満足していない。したがって不規則波浪を取り扱う波浪スペクトルの問題においても従来のように周波数スペクトルを線型理論をもとにして解釈することができなくなる。このことは、SWOP で得られた波数スペクトルと周波数スペクトルを対応させて非線型性の影響を論じた Cote<sup>9)</sup> らの報告にも述べられている。また Barber<sup>10)</sup> は一方向に進む波であっても周波数波数スペクトルによって取り扱う必要のあることを指摘している。

浅水領域の波、特に砕波点近くの波は一つの波として扱うのではなく、一つの周波数スペクトルを持ったいわゆる波包 (wave packet) として扱う必要のあることを Dean<sup>1)</sup> は述べている。しかし、成分波間の非線型干渉がある場合には周波数波数波包を考える必要がある。著者は非線型現象を扱う統一的方法の一つが周波数波数スペクトルであると考えている。そして、浅水領域での非線型波の基本的な周波数波数波包が Soliton を解析することによって得られ、この基本波包の重ね合わせによって不規則現象の正確な把握が可能であると考えている。

本論文はこうした観点に基づいて Soliton の特性を突

\* 正会員 工博 名古屋工業大学助教授 工学部土木工学科

\*\* Proc. Ocean Wave Spectra (1963) の Discussion 参照 (p. 64)

験および数値解析の両面から研究したものである。

2. Soliton の周波数波数スペクトル表示

これまでに行った Soliton に関する実験<sup>4),10)</sup>は、水深  $h$  が 7.4 cm から 30 cm, 水深波長比  $h/L$  が 0.026 から 0.118 の間、そして波高水深比  $H/h$  が 0.207 から 0.400 までの間である。Hansen ら<sup>9)</sup>が述べているような造波方法による違いの他に、造波水槽による違いもあり、一様水深の水槽に比べると、造波部分の幅が広くかつ深くなっている水槽は Soliton が発生しやすいようである。本論文で示す実験値は一様水深のピストン型造波水槽で行ったものである。実験によって得られた知見から Soliton の波峯の軌跡を  $(x-t)$  平面上に示したのが 図-1 である。この図からわかるように時間波形は周期性を持っているが、空間波形には周期性がない。また造波板直前 ( $x=0$ ) から分裂を開始する Soliton 群は一定距離を進行するごとに再び時間波形が元に戻る。この再

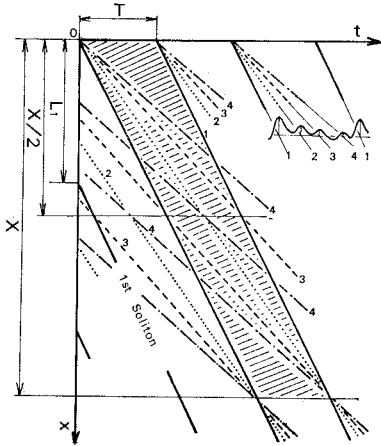


図-1 Soliton の軌跡

帰現象 (Recurrence) の生ずる間隔を  $X$  で示す。これは二次波峯出現間隔あるいは発生間隔として知られてきたものと同じであり、合田<sup>11)</sup>が詳細な実験結果を報告している。Zabusky and Kruskal<sup>15)</sup>の数値解析の方法では空間波形が周期性を持つと仮定するので、一定時間後に空間波形の再帰現象が現われているが、実験水槽の波はそのような挙動はしないことがわかる。

さて、図-1 で斜線を施した部分の水位記録が  $(x-t)$  平面上で繰り返しになっているので、この波形を重調和解析することが可能であり、その結果周波数波数振幅スペクトルが得られる。一例を示すと 図-2 のようである。垂直軸の実線が振幅  $A_{n,m}$  であり、点線は  $x=0, t=0$  (主 Soliton の峯の位置) における初期位相  $\theta_{n,m}$  を示す。 $\theta_{02}, \theta_{03}, \theta_{11}$  などの値はほぼ 0 であって基本波と同位相であるが、 $\theta_{12}, \theta_{13}$  などの値は  $\pi$  である。 $A_{01}, A_{02}, A_{03}$  はストークス波のような定形波を構成する成分波群で、1st Soliton に相当していることがわかる。そして 図-1 をみると、 $n$ th Soliton は周期がすべて 1st Soliton と同じであり、かつ  $X$  区間で 1st Soliton に  $(n-1)$  回追い越されている。このことから、図-2 の中で  $A_{11}, A_{21}, A_{31} \dots$  などで示す成分波の波速と 2nd, 3rd, 4th  $\dots$  Soliton の波速とは同じであることがわかる。図-2 の中で振幅の大きい有意成分波は  $A_{01}, A_{02}, A_{03}, A_{11}, A_{12}, A_{13}$  の 6 個である。よって水位  $\eta(t, x)$  は近似的に次式のように表示できる。

$$\eta(t, x) = A_{01} \cos(k_1 x - \sigma_1 t) + A_{02} \cos 2(k_1 x - \sigma_1 t) + A_{03} \cos 3(k_1 x - \sigma_1 t) + A_{11} \cos\{(k_1 + \Delta k)x - \sigma_1 t\} + A_{12} \cos\{(2k_1 + \Delta k)x - 2\sigma_1 t + \pi\} + A_{13} \cos\{(3k_1 + \Delta k)x - 3\sigma_1 t + \pi\} \dots (1)$$

ただし分裂する Soliton の数が 4 個になると、 $\theta_{03}$  の値が  $\pi$  になり、 $A_{23}(\theta_{23} \equiv \pi)$  の値がかなり大きくなる。

$A_{12}$  は分散関係式を満たす自由波であり、Fontanet wave と呼ばれている<sup>5),6)</sup> ようである。

3. Soliton の発生機構

$A_{12}$  で示される自由波は非線形共鳴干渉によって発生する波であることが、次のように説明される。

Phillips<sup>8)</sup>の理論によると、一般に共鳴干渉は分散関係式が曲線であるために、二次干渉の段階では起こらず、三次以上の干渉で起こる。しかし、水深波長比が小さい場合には分散関係式が直線 ( $\sigma = \sqrt{g h k}$ ) に近づいた

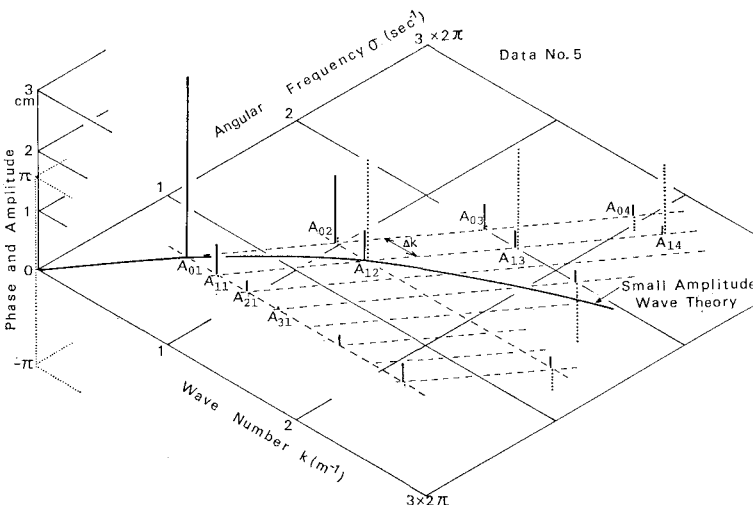


図-2 周波数波数振幅スペクトルの一例

めに、二次干渉による拘束波（いわゆる和と差の波）の  $\sigma$  と  $k$  も自由波の分散関係式に近いものとなり、近似的に共鳴条件が満たされる。したがって自由波が励起されるが、その成長には限度があり、近似度すなわち干渉波と自由波の周波数あるいは波数の差 (mismatch) に反比例する。Bryant<sup>12),13)</sup> はこうした現象を Near-Resonance と呼んでいる。ここで  $k_1=k_2$  すなわち一つの波 ( $k_1, \sigma_1$ ) 自身の二次干渉を考える。差の波は意味がなく、和の波 ( $2k_1, 2\sigma_1$ ) だけが意味を持つが、これは 図-2 の  $A_{02}$  に相当する波である。つぎに Near-Resonance によって励起される波が 図-3 の A 点で示すような  $2k_1$  を持った波であるとすれば、時間波形の周期性がなくなって実験波形と矛盾する。したがって 図-3 の B 点で示すような  $2\sigma_1$  を持った自由波 ( $2k_1+\Delta k, 2\sigma_1$ ) が励起されるものと考えられる。これは  $A_{12}$  に相当する波である。こうして発生した自由波と最初の自由波 ( $k_1, \sigma_1$ ) との間の二次干渉によって生ずる和の波 ( $3k_1+\Delta k, 3\sigma_1$ ) が  $A_{13}$  に相当し、差の波 ( $k_1+\Delta k, \sigma_1$ ) が  $A_{11}$  に相当する。 $A_{03}$  は  $A_{01}$  の三次干渉波として説明することができる。以上述べたようなことから、Soliton に分裂する現象は非線型共鳴干渉によるものであると考えることができる。

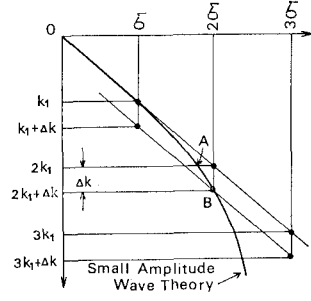


図-3 非線型共鳴干渉によって励起される自由波および拘束波の周期数波数関係

#### 4. Soliton の波高

図-1 からわかるように、分裂する Soliton の数が最大となる場所は 1st Soliton がほぼ  $X/4$  進行したところである。それ以上進行すると次の 1st Soliton に追いつかれて、後端の Soliton が姿を消してしまう。 $X/2$  進行した地点では、奇数番目の Soliton と 1st Soliton が重なり、偶数番目の Soliton は隣り合う 1st Soliton の波峯の中央で重なる。したがって二つの波峯しか出現しない。さらに進行して  $X$  までくると原点の時間波形に再帰してしまう。このように Soliton の波高は場所によって違っている。

まず、Soliton の数が最大となる場所 ( $x \approx X/4$ ) での波形と原点での波形との比較を実験波形と解析波形について行なう。解析方法は KDV 方程式にもとづいた Zabusky and Galvin<sup>14)</sup> の数値解析の方法とほぼ同じであるが、初期波形として造波板直前で得られる実験波形を使った。この方法では空間波形の周期性が必要であるの

で、局所的な定形波の仮定を用いて、実験による時間波形が空間波形に置換されている。水槽内の波は 図-1 のような挙動を示すので、解析方法に若干の問題が残る。

図-4 の図中に示したように、 $x=0$  での波高を  $H$  とし、波頂高を  $\eta_{11}$  とする。また分裂数が最大となる場所での  $n$ th Soliton の波高および波頂高を  $a_n, \eta_n$  とする。図-4 は  $H/\eta_{11}, \eta_n/\eta_{11}$  を示したものである。 $H/\eta_{11}$  の値

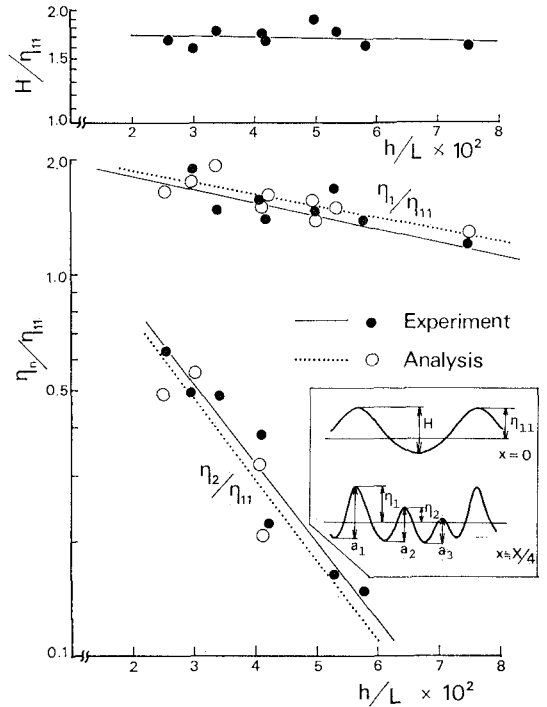


図-4 Soliton の波頂高と水深波長比の関係

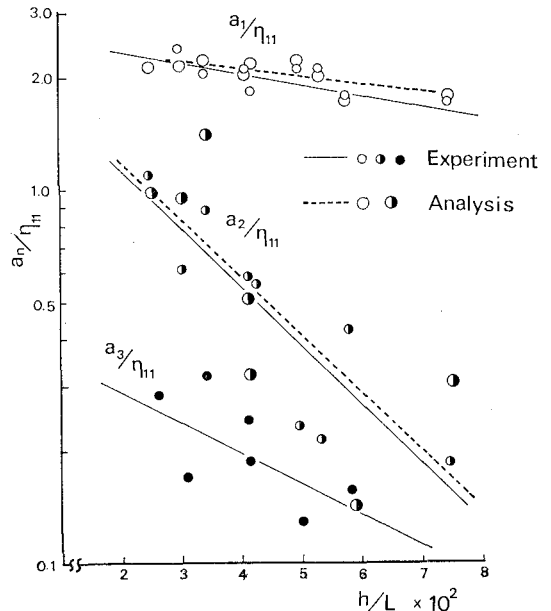


図-5 Soliton の波高と水深波長比の関係

はそれほど変化がなく、平均すると1.67である。 $\eta_1/\eta_{11}$ ,  $\eta_2/\eta_{11}$  は実線および点線で示した直線にのっており、水深波長比の減少とともに Soliton の波頂高が大きくなることを示している。図-5は  $a_1/\eta_{11}$ ,  $a_2/\eta_{11}$ ,  $a_3/\eta_{11}$  を示したものであるが、 $a_3/\eta_{11}$  の解析値は分散が大きいのて示してない。一般に波頂高と同じ傾向があるが、高次の Soliton になるほど分散が大きくなっている。これは、波高水深比  $H/h$  の影響の他に、実験方法 ( $x$  方向の測定点は 20cm 間隔でありもっと短くする必要がある) および解析方法<sup>14)</sup> (分裂数が最大となっているかどうかの判定方法として、実験波形との2乗誤差が最小となることを条件としている) にも原因があると思われる。表-1には図-4および図-5の直線を表わす式の係数が示してある。

表-1 波頂高、波高および成分波の振幅の数式による表示

Y	Experiment		Analysis	
	A	B	A	B
H	0.5497	-0.7679	—	—
$\eta_1$	0.7460	-7.2442	0.7820	-7.4673
$\eta_2$	0.7755	-47.875	0.7116	-49.080
$a_1$	0.9828	-5.7415	0.9413	-4.5818
$a_2$	0.8459	-36.0220	0.9019	-35.8580
$a_3$	-0.8382	-19.2350	—	—

$$Y = \eta_{11} \exp\left(A + B \frac{h}{L}\right)$$

$A_{02}$	-0.973	0.6811	-0.0982	-8.4606
$A_{03}$	—	—	0.2241	-28.440
$A_{11}$	-0.0191	-37.7940	0.4950	-37.4860
$A_{12}$	-0.0217	-18.510	-0.1708	-19.5940
$A_{13}$	-0.0275	-25.4090	-0.2457	-26.4980

$$Y = A_{01} \exp\left(A + B \frac{h}{L}\right)$$

つぎに各調和波の場所的变化を示す模式図が図-6に示してある。A-1, A-2, A-3 は各調和波の振幅を示す。2 Soliton の場合ほとどの場所においても  $A-1 > A-2 > A-3$  であるが、3 Soliton になると  $X/2$  付近で A-2 が増大して最大となる。4 Soliton になると  $X/4, 3/4X$  付近で変化が生じ、A-3 が最大となる。この傾向は実験波形、解析波形ともに同じである。ただし実験波形の場合には、各振幅の値が基本波の半波長および

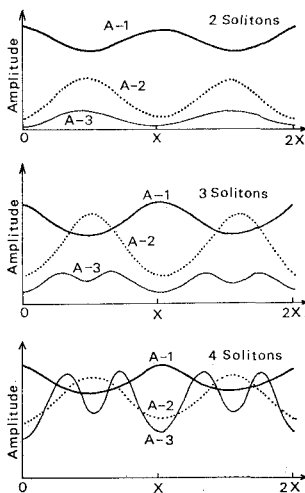


図-6 調和波の場所的变化を示す模式図

$1/4$  波長間隔でこまかく変化する。これについて、Hansen ら<sup>5)</sup> は反射波の影響であると述べている。1st Soliton の波頂高および波高の場所的变化は、3 Soliton までの間は A-2 と同じ傾向で変化する。すなわちすべての Soliton が一点に集まる  $x=0, X, \dots$  などで最小値をとる。この不思議な現象を式 (1) を利用して考察する。この場所での波頂高は、 $(A_{01} + A_{02} + A_{03}) - (A_{12} + A_{13} - A_{11})$  であるのに対して、 $X/4$  点では  $(A_{01} + A_{02} + A_{03})$  であり、 $X/2$  点では  $(A_{01} + A_{02} + A_{03}) + (A_{12} + A_{13} - A_{11})$  となる。したがって  $A_{12}, A_{13}$  が大きくなって  $(A_{12} + A_{13} - A_{11})$  が正の値となることが、この一見不思議な現象の原因であることがわかる。4 Soliton になると A-3 と同じ傾向で変化する。この場合は  $A_{23}$  ( $\theta_{23} \equiv \pi$ ) が増大し、 $\theta_{03}$  も  $\pi$  になるので、 $x=0$  点での波頂高が  $(A_{01} + A_{02} - A_{03}) - (A_{12} + A_{13} - A_{11})$ ,  $X/4$  点で  $(A_{01} + A_{02} - A_{03}) + A_{23}$ , そして  $X/2$  点では  $(A_{01} + A_{02} - A_{03}) + (A_{12} + A_{13} - A_{11})$  となる。したがって  $A_{23} > A_{12} + A_{13} - A_{11}$  となれば  $X/4$  点が最大となるので、A-3 のような傾向で変化する。図-7 と 図-8 は実験波形および解析波形を重調和解析して求めた各成分波の振幅  $A_n, m$  を、基本波の振幅  $A_{01}$  で無次元化して示してある。両図とも、 $A_{12} + A_{13} > A_{11}$  の関係は満たしているが、 $A_{23} > A_{12} + A_{13} - A_{11}$  は満たしていない。したがって 4 Soliton になると上述した7個以外の成分波の影響も考える必要がある。また水深波長比の減少とともに非線型共鳴干渉によって発生する自由波  $A_{12}$  が増大する傾向を示している。水深波長比が減少すると、分散関係式が直線に近づいて Near-Resonance が起りやすくなることを考え合わせると、3. 節で述べた Soliton の発生機構に関する考察が正しいことが

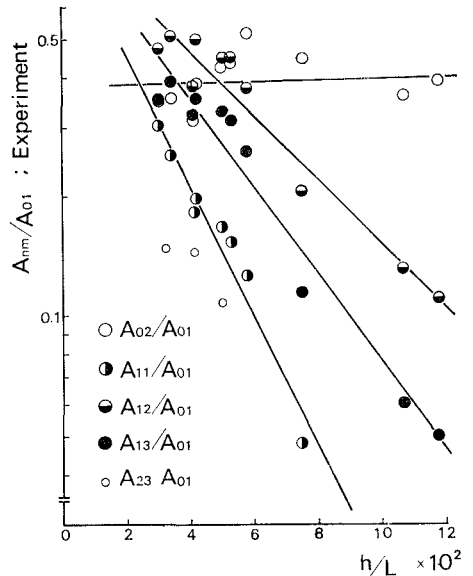
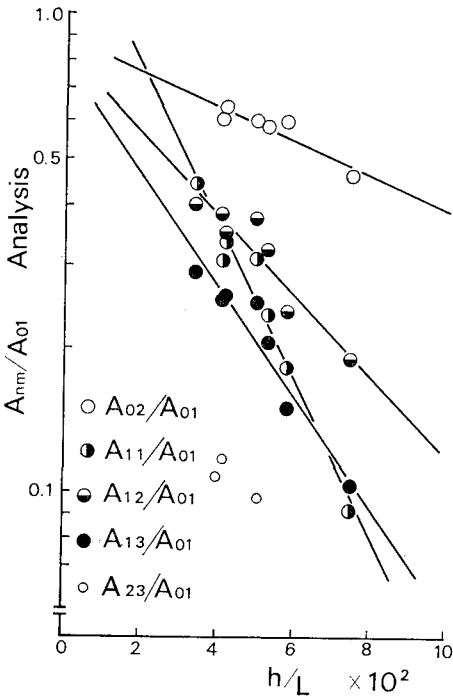


図-7 各成分波の振幅と水深波長比の関係 (実験波の場合)



図—8 各成分波の振幅と水深波長比の関係 (解析波の場合)

示唆される。図—7 をみると  $h/L$  が 0.05 以下になると自由波  $A_{12}$  の方が拘束波  $A_{02}$  より大きくなっている。解析波形にはこの傾向はみられない。実験波形と解析波形の違っている点は、一般に実験波では  $A_{12}$ ,  $A_{13}$  が解析波より大きく、 $A_{02}$ ,  $A_{11}$  が解析波より小さくなっている点である。いずれにしても、浅水領域での周波数波数波包は高次の成分波が水深波長比によって変化するものを考えなければならない。図中の直線を示す式の係数が表—1 に示してある。

5. Soliton の波速

前述したように Soliton の波速  $C_{s,n}$  は  $A_{01}$ ,  $A_{11}$ ,  $A_{21}$ , ... などで示される成分波の波速と同じであり、次式が得られる。

$$C_{s,n} = \frac{\sigma_1}{k_1 + (n-1)\Delta k} \dots\dots\dots (2)$$

ここで  $\sigma_1$ ,  $k_1$  は 1st Soliton の角周波数と波数であり、 $\Delta k$  は  $2\pi/X$  である。1st Soliton の波速  $C_{s,1}$  との比で示すと次式が得られる。

$$\frac{C_{s,n}}{C_{s,1}} = \frac{k_1}{k_1 + (n-1)\Delta k} = \frac{k_1/\Delta k}{k_1/\Delta k + (n-1)} = \frac{X/L_1}{X/L_1 + (n-1)} \dots\dots\dots (3)$$

したがって各 Soliton の波速と 1st Soliton の波速の比は  $X/L_1$  によって決まることがわかる。図—2 の関係か

ら  $\Delta k = k_2 - 2k_1$  であることがわかるので、変形すると次式が得られる。

$$X/L_1 = \frac{L_2}{L_1 - 2L_2} \dots\dots\dots (4)$$

合田<sup>14)</sup>は  $H/h$  をパラメーターにして  $X/L_1$  の値を実験的に求めている。それによると  $H/h$  が 0.1 の場合は  $L_1$ ,  $L_2$  を微小振幅波理論によって計算して求める式 (4) に一致するが、 $H/h$  が増大すると、減少する。 $H/h = 0.1, 0.15, 0.20 \dots$  のときの  $X/L_1$  の値をそれぞれ  $Y(0.1), Y(0.15), Y(0.20) \dots$  とすると、 $X(H/h)/Y(0.1)$  は

表—2 Soliton の再帰間隔の式による表示

$H/h$	0.15	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50
$A$	4.690	7.136	8.543	8.940	8.862	9.098
$B$	0.5823	0.3404	0.1789	0.0831	0.0082	-0.0474
$Y(H/h)/Y(0.1) = A(h/L) + B$						

表—3 Soliton の再帰間隔表

(a) 水深 10 cm の場合

$T(\text{sec}) \backslash H$	Value of $X$ (cm)			
	2 cm	4 cm	6 cm	8 cm
1.5	590	440	393	354
1.6	701	509	450	402
1.7	824	582	509	451
1.8	959	661	572	501
1.9	1 107	744	637	553
2.0	1 268	831	704	605
2.1	1 442	924	774	659
2.2	1 632	1 021	846	712
2.3	1 835	1 123	920	766
2.4	2 054	1 229	996	821
2.5	2 288	1 340	1 074	875
2.6	2 538	1 456	1 154	929
2.7	2 805	1 577	1 235	982
2.8	3 089	1 702	1 318	1 035
2.9	3 391	1 832	1 403	1 087
3.0	3 711	1 967	1 489	1 138

(b) 水深 20 cm の場合

$T(\text{sec}) \backslash H$	Value of $X$ (cm)						
	2 cm	4 cm	6 cm	8 cm	10 cm	12 cm	14 cm
1.5	433	433	428	392	378	366	355
1.6	542	542	502	457	439	424	409
1.7	668	648	582	528	504	486	468
1.8	813	757	669	603	574	552	529
1.9	977	877	763	684	648	621	593
2.0	1 160	1 007	863	770	725	693	662
2.1	1 365	1 148	970	860	807	769	732
2.2	1 592	1 301	1 083	955	892	848	804
2.3	1 842	1 465	1 202	1 055	981	930	879
2.4	2 116	1 641	1 329	1 160	1 073	1 015	957
2.5	2 415	1 829	1 462	1 270	1 169	1 102	1 036
2.6	2 741	2 029	1 601	1 384	1 268	1 192	1 117
2.7	3 093	2 243	1 748	1 503	1 370	1 285	1 200
2.8	3 474	2 469	1 901	1 627	1 476	1 380	1 285
2.9	3 884	2 710	2 061	1 755	1 585	1 478	1 371
3.0	4 324	2 964	2 228	1 888	1 697	1 578	1 459

(c) 水深 30 cm の場合

T(sec)	Value of X(cm)				Depth 30 cm			
	H	2 cm	4 cm	6 cm	8 cm	10 cm	12 cm	14 cm
1.8		604	604	604	604	593	560	547
1.9		730	733	730	725	677	637	621
2.0		873	873	871	826	767	720	700
2.1		1 038	1 027	995	934	864	807	783
2.2		1 234	1 188	1 129	1 050	966	900	871
2.3		1 452	1 364	1 274	1 173	1 075	998	964
2.4		1 694	1 557	1 429	1 304	1 189	1 101	1 061
2.5		1 961	1 766	1 596	1 443	1 309	1 209	1 162
2.6		2 253	1 992	1 773	1 589	1 436	1 322	1 267
2.7		2 573	2 236	1 962	1 743	1 568	1 440	1 376
2.8		2 920	2 498	2 162	1 905	1 706	1 562	1 489
2.9		3 297	2 779	2 374	2 205	1 850	1 689	1 606
3.0		3 703	3 080	2 598	2 254	2 001	1 821	1 727

表—2のような関係がある。また式(3)は次のようにかくことができる。

$$\frac{C_{s,n}}{C_{s,1}} = \frac{Y(H/h)}{Y(H/h) + (n-1)} \dots\dots\dots (5)$$

表—3(a), (b), (c)は表—2の関係式を使って、水深が10cm, 20cm, 30cmの場合のSolitonの再帰間隔Xを示したものである。Solitonが発生しない程度の弱い非定形波現象についても表に示した間隔で波高、粒子速度などの諸量が場所的に変化するはずである。なお、解析波形から求めた1st Solitonの波速と $\sqrt{gh}$ の比はほぼ一定で平均すると $C_{s,1}/\sqrt{gh}$ が1.05であった。他のSolitonは $Y(0.3)$ を代入した式(5)に一致した。実験波形に関しては合田<sup>11)</sup>の結果と一致することがすでに確かめられている<sup>10)</sup>。

## 6. 結 論

Solitonの特性および浅水領域での非線形現象を取り扱う場合の基礎とする周波数波数波包に関して次のことが明らかとなった。

(1) 実験水槽で起こした波がSolitonに分裂する現象には再帰現象があるが、空間波形の周期性はなく、時間波形の周期性がある。

(2) Solitonの波形は重調和解析することができ、周波数波数スペクトルに分解することができる。その結果によると、基本波以外にも自由波が存在することがわかった。

(3) この自由波は非線形共鳴干渉によって発生するものであり、Soliton現象はPhillipsの共鳴干渉の理論から説明できる。

(4) Solitonの波高は場所的に一見して不思議な変化を示すが、成分波に分解して考えるとうまく説明ができる。

(5) Solitonの波速は再帰間隔と密接な関係がある。

(6) 周波数波数波包は水深波長比によって変わるが、特に高次の成分波の変化が大きい。水深波長比による変化特性を明確にすることができた。

最後に本研究を進めるにあたり、終始ご指導を賜わった京都大学工学部 岩垣雄一教授に心からの感謝の意を表するとともに、ご激励を賜わった名古屋工業大学 細井正延教授ならびに貴重な助言をいただいた運輸省港湾技術研究所 合田良実氏に感謝の意を表します。なお本研究は文部省奨励研究費による研究の一部であるとともに京都大学審査学位論文の一部となっていることを付記する。

## 参 考 文 献

- 1) Dean, R.G.: Relative validities of water wave theories, Proc. ASCE, Jour. WW Div., Vol. 96, No. WW 1, pp. 105~119, 1970.
- 2) Galvin, C.J.: Wave breaking in shallow water, Waves on Beaches, edited by R.E. Meyer, Academic Press, pp. 413~456, 1972.
- 3) 川原琢治: 水面波の非線形共鳴相互作用, Nagare, Vol. 6, No. 4, pp. 5~16, 1974.
- 4) 細井正延・石田 昭: 二次波峯現象における非線形性の解析, 第17回海岸工学講演会論文集, pp. 47~52, 1970.
- 5) Hansen, J.B. and I.A. Svendsen: Laboratory generation of waves of permanent form, Proc. 14th Conf. on Coastal Eng., 1974.
- 6) Hulsbergen, C.H.: Origin, effect and suppression of secondary waves, Proc. 14th Conf. on Coastal Eng., 1974.
- 7) 石田 昭: 二次波峯を構成する成分波の振幅に関する研究, 土木学会第26回年次学術講演会概要集 pp. 23~24, 1971.
- 8) Phillips, O.M.: On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude, part 1, the elementary interactions, J.F.M., Vol. 9, pp. 193~217, 1960.
- 9) Cote, L.J., et al.: The directional spectrum of a wind generated sea as determined from data obtained by the Stereo Wave Observation Project, papers, N.Y.U., Coll. Eng., Vol. 2, No. 6, p. 88, 1960.
- 10) 石田 昭・石田和生: 浅水領域における波形の分裂現象——二次波峯現象とSolitonについて——, 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 403~409, 1973.
- 11) 合田良実: 造波水路における波浪実験の二, 三の問題点について, 第15回海岸工学講演会講演集, pp. 50~57, 1968.
- 12) Bryant, P.J.: Periodic waves in shallow water, J.F.M., Vol. 59, pp. 625~644, 1973.
- 13) Bryant, P.J.: Stability of periodic waves in shallow water, J.F.M., Vol. 66, pp. 81~96, 1974.
- 14) Zabusky, N.J. and C.J. Galvin: Shallow-water waves, the Korteweg-de Vries equation and solitons, J.F.M., Vol. 47, pp. 811~824, 1971.
- 15) Zabusky, N.J. and M.D. Kruskal: Interaction of "Solitons" in a collisionless plasma and the recurrence of initial states, Phs. Rev. Letters, Vol. 15, No. 6, pp. 240~243, 1965.