

波型底面上の粘性振動流

日野 幹雄*・藤崎 治男**

1. 序

海岸や海底には波や流れにより砂漣や砂洲が生じている。本研究はこのような波による砂床波の上の流れの機構を探ることを目的とした基礎的な研究である。

まず、実際の現象を単純理想化し、問題を設定した。すなわち、二次元の波型底面上の振動する粘性流体により、底面近傍にどのような流れが生じるかという問題である。

この問題に関連するこれまでの研究としては、まず、Schlichting らの初期の研究があげられる。Schlichting らは、粘性流体中を円柱が振動すると、定常流成分が生じることを示した。このような定常流成分は曲面形の境界上を流体が振動するとき常に発生するものである。また、最近に至り、W. H. Lyne が波型底面上の粘性振動流について理論的な解析を行った。Lyne は基礎方程式中のパラメーター kR (流体粒子の振幅と波型底面の波長との比) を用いて、摂動法による解析を行い、2 つの極限の場合すなわち $kR \ll 1$ と $kR \gg 1$ の場合について解いている。

本論文はこの問題についての理論解析と実験に関する報告である。理論的解析においては、まず、Lyne と同様に基礎方程式から、無次元の高さ η および時間 τ の関数である流関数 $F(\eta, \tau)$ を導き、これを時間的に Fourier 級数で展開して、各周期の係数 (η の関数) $f_m(\eta)$ についての連立常微分方程式系を作る。次に、この多次元常微分方程式を二点境界値問題として数値計算によって解き、定常流成分を抜き出した。その結果、底面上に一層の循環流の現われることがわかった。

以上の理論結果を検証するために、粘性の大きいグリセリンによる実験を行った。すなわち、グリセリンを入れた水槽中で波型底板を振動させて、グリセリンの定常流を観察した。このとき、水槽の前面から平行光線を投射することによって、グリセリンの定常流が明確に可視化されることがわかった。これを利用して、定常流の流速分布等を観測した結果、計算結果とほぼ一致していた。

2. 理 論

(1) 基礎方程式

Navier-Stokes の方程式および連続の式から、流関数 $\chi = \chi_0 + a\chi_1 + a^2\chi_2 + \dots$ に関する偏微分方程式が導かれる (文献 1, 2 参照)。ここに、 a : 波型底面の微小半波高。

次に、 χ_1 に式 (1) のような相似解を仮定する。

$$\chi_1(\xi, \eta, \tau) = \Re[F(\eta, \tau)e^{ik\xi}] \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 \Re は実部をとることを表わす。式 (1) を χ_1 に関する偏微分方程式に代入して、 F の方程式を導くと次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{2}{ikR} \frac{\partial}{\partial \tau} (D^2 F) + UD^2 F - U''F - \frac{1}{ikR} D^4 F \\ = 2ke^{-k\eta} \left\{ -UU' + \frac{1}{ikR} (U''' - 2kU'') \right\} \\ \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここに、

$$D^2 F = \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} - k^2 F$$

また、境界条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \eta=0 \quad & \text{のとき} \quad F=F'=0 \\ \eta \rightarrow \infty \quad & \text{のとき} \quad F \rightarrow 0, \quad F' \rightarrow 0 \end{aligned} \right\} (3)$$

ここで、 F' 等は η に関する微分を表わす。

結局、表記の問題は式 (2) と (3) より F を求める問題に帰着した。

ところで、 ξ 方向の流速をパラメーター a により摂動展開すると、

$$u = u_0 + au_1 + a^2u_2 + \dots \dots\dots (4)$$

u_0, u_1 は上式の F を用いて次のように表わせる。

$$u_0 = U, \quad u_1 = \Re \left\{ \left(\frac{\partial F}{\partial \eta} + ke^{-k\eta} U \right) e^{ik\xi} \right\} \dots (5)$$

ここで、定常流成分を、Lagrange 速度の第一近似として次式で定義する。

$$u_s(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(\xi, \eta, \tau) d\tau \dots\dots\dots (6)$$

* 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科
 ** 正会員 工修 運輸省第二港湾建設局

式 (5) を上式に代入すると, u_0 から定常流成分はえられず, u_1 から次のような定常流成分がえられる。

$$u_s = a \mathcal{R} \left\{ \frac{e^{ik\xi}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial F}{\partial \eta} d\tau \right\} \dots\dots\dots (7)$$

同様に, η 方向の流速に関しては, 次のような式がえられる。

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + av_1 + a^2v_2 + \dots \\ v_0 &= 0, \quad v_1 = -\mathcal{R} \{ ikFe^{ik\xi} \} \\ v_s &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v d\tau \\ &= -a \mathcal{R} \left\{ \frac{ike^{ik\xi}}{2\pi} \int_0^{2\pi} F d\tau \right\} \end{aligned} \right\} (8)$$

また, 定常流成分の流関数は次式で定義できる。

$$\chi_s = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \chi d\tau = a \mathcal{R} \left\{ \frac{e^{ik\xi}}{2\pi} \int_0^{2\pi} F d\tau \right\} \dots\dots (9)$$

(2) 数値解法

方程式 (2) を解くのにいくつかの方法が考えられる。ここでは時間に関して Fourier 展開したのち, η に関する関数部分を 2 点境界値問題として数値的に求める。

a) 時間に関する Fourier 展開

方程式 (2) と境界条件 (3) から $F(\eta, \tau)$ を解くにあたって F を次のように展開する。

$$F(\eta, \tau) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} f_m(\eta) e^{im\tau} \dots\dots\dots (10)$$

$f_m(\eta)$ に対して次のような境界条件を与える。

$$\left. \begin{aligned} \eta=0 \quad \text{のとき} \quad f_m &= f'_m = 0 \\ \eta \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad f_m &\rightarrow 0, \quad f'_m \rightarrow 0 \end{aligned} \right\} (11)$$

このとき式 (10) は境界条件 (11) をみたしている。

式 (10) を式 (2) に代入すると,

$$\begin{aligned} & \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1 - e^{(-1-i)\eta}}{2} \right. \\ & \times (f''_m - k^2 f_m) + ie^{(-1-i)\eta} f_m \left. \right\} e^{i(m+1)\tau} \\ & + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{ikR} \left\{ 2im(f''_m - k^2 f_m) \right. \\ & \left. - f_m^{(4)} + 2k^2 f''_m - k^4 f_m \right\} e^{im\tau} \\ & + \sum \left\{ \frac{1 - e^{(-1+i)\eta}}{2} (f''_m - k^2 f_m) \right. \\ & \left. - ie^{(-1+i)\eta} f_m \right\} e^{i(m-1)\tau} \\ & = \sum_{m=-2}^{+2} g_m(\eta) e^{im\tau} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ここで, $g_m(\eta)$ は式 (2) の右辺を整理すると得られるもので, 次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} g_{-2}(\eta) &= \frac{-1+i}{2} k e^{-k\eta} \{ e^{(-1+i)\eta} - e^{(-2+2i)\eta} \} \\ g_{-1}(\eta) &= \frac{2k}{ikR} (-1-i-2ki) e^{(-1-k+i)\eta} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} g_0(\eta) &= -k e^{-k\eta} \left\{ \frac{1-i}{2} e^{(-1+i)\eta} \right. \\ & \left. + \frac{1+i}{2} e^{(-1-i)\eta} - e^{-2\eta} \right\} \\ g_1(\eta) &= -\overline{g_{-1}}(\eta) \\ g_2(\eta) &= \overline{g_{-2}}(\eta) \\ g_m(\eta) &= 0 \quad (m = \pm 3, \pm 4, \pm 5, \dots) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

ただし, $\overline{g_{-1}}(\eta)$, $\overline{g_{-2}}(\eta)$ はそれぞれ $g_{-1}(\eta)$, $g_{-2}(\eta)$ の共役複素関数を表わす。以下においても同様である。

b) 展開係数 $f_m(\eta)$ に関する常微分方程式

さて, 式 (12) の両辺に $e^{-im\tau}$ をかけて, $\tau=0$ から 2π まで積分すると,

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{1 - e^{(-1-i)\eta}}{2} (f''_{m-1} - k^2 f_{m-1}) + ie^{(-1-i)\eta} f_{m-1} \right\} \\ & + \frac{1}{ikR} \{ 2im(f''_m - k^2 f_m) - f_m^{(4)} + 2k^2 f''_m - k^4 f_m \} \end{aligned}$$

となる。この関係を一階連立微分方程式系に書き直すとき, 式 (14) となる。

$$\frac{d}{d\eta} \begin{bmatrix} q_{m1} \\ q_{m2} \\ q_{m3} \\ q_{m4} \\ G_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{m2} \\ q_{m3} \\ q_{m4} \\ G_m \end{bmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

ここに, $q_{m1} = f_m$, $q_{m2} = f'_m$, $q_{m3} = f''_m$, $q_{m4} = f_m^{(4)}$

$$\begin{aligned} G_m &= \frac{1}{B_3} (q_m - A_1 q_{m-1,1} - A_2 q_{m-1,3} \\ & \quad - B_{m1} q_{m1} - B_{m2} q_{m3} - \bar{A}_1 q_{m+1,1} - \bar{A}_2 q_{m+1,3}) \\ A_1 &= \left(\frac{k^2}{2} + i \right) e^{(-1-i)\eta} - \frac{k^2}{2}, \quad A_2 = \frac{1 - e^{(-1-i)\eta}}{2} \\ B_{m1} &= -\frac{2ik^2 m + k^4}{ikR}, \quad B_{m2} = \frac{2im + 2k^2}{ikR} \\ B_3 &= -\frac{1}{ikR} \end{aligned}$$

上式で $m = -M, -(M-1), \dots$, とおき整理すると, 次の関係式がえられる。

$$\frac{d}{d\eta} \begin{bmatrix} q_{-M, 1} \\ q_{-M, 2} \\ q_{-M, 3} \\ q_{-M, 4} \\ q_{-M+1, 1} \\ q_{-M+1, 2} \\ \vdots \\ \vdots \\ q_{M, 3} \\ q_{M, 4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{-M, 2} \\ q_{-M, 3} \\ q_{-M, 4} \\ G_{-M} \\ q_{-M+1, 2} \\ q_{-M+1, 3} \\ \vdots \\ \vdots \\ q_{M, 4} \\ G_M \end{bmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

境界条件は次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \eta=0 \quad \text{のとき} \quad q_{m1} &= q_{m2} = 0 \\ \eta \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad q_{m1} &\rightarrow 0, \quad q_{m2} \rightarrow 0 \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

($m = -M, -(M-1), \dots, M$)

c) 2点境界値問題の解法

さて、式(15)は $4(2M+1)$ 個の未知関数 $q_{mj}(m=-M, \dots, M; j=1, 2, 3, 4)$ に関する $4(2M+1)$ 行の1階線型連立常微分方程式である。境界条件(16)からわかるように、 q_{m1} と q_{m2} は定義域の両端で境界条件が与えられており、 q_{m3} と q_{m4} は境界条件が与えられていない。これはいわゆる2点境界値問題である。常微分方程式を初期値問題として計算するRunge-Kutta-Gill法を用いてこれを数値計算するため以下のような方法を用いた。説明の都合上記号を替えて説明する。

まず、方程式(15)を次のようにおきかえる。

$$\frac{d}{d\eta} \begin{bmatrix} Y_1(\eta) \\ Y_2(\eta) \\ \vdots \\ Y_{2s}(\eta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1(\eta, Y_1, Y_2, \dots, Y_{2s}) \\ Q_2(\eta, Y_1, Y_2, \dots, Y_{2s}) \\ \vdots \\ Q_{2s}(\eta, Y_1, Y_2, \dots, Y_{2s}) \end{bmatrix} \quad (17)$$

未知関数を $Y_1(\eta), \dots, Y_{2s}(\eta)$ とし、 Q_1, \dots, Q_{2s} は η および Y_1, \dots, Y_{2s} の関数とする。定義域を $[a, b]$ として、境界条件(16)を次のようにおきかえることができる。

$$\begin{aligned} \eta = a \text{ のとき } & Y_j = 0 \quad (j=1, \dots, s) \\ \eta = b \text{ のとき } & Y_j = 0 \quad (j=1, \dots, s) \end{aligned} \quad (18)$$

この問題の解を次のようにして求める。

まず、第一段階として次のような境界条件をみたす方程式(17)の特解を求める。境界条件は、

$$\eta = a \text{ のとき } Y_j = 0 \quad (j=1, \dots, 2s) \quad (19)$$

この特解を次のようにおく。

$$P = \begin{bmatrix} P_1(\eta) \\ \vdots \\ P_{2s}(\eta) \end{bmatrix} \quad (20)$$

第二段階として、次のような境界条件をみたす方程式(17)の斉次解を求める。境界条件は

$$\eta = a \text{ のとき } Y_j = \begin{cases} 1 & (j=s+n) \\ 0 & (j=1, \dots, 2s) \\ 0 & (j \neq s+n) \end{cases} \quad (21)$$

この s 組の斉次解を次のようにおく。

$$H_n = \begin{bmatrix} h_{1, n}(\eta) \\ \vdots \\ h_{2s, n}(\eta) \end{bmatrix} \quad (22)$$

ただし、 $n=1, \dots, s$ と順におくものとする。

次に、特解(20)と斉次解(22)とから次のような解を作る。ただし、 C_n は未知定数とする。

$$Y = P + \sum_{n=1}^s C_n H_n \quad (23)$$

あるいは

$$\begin{bmatrix} Y_1(\eta) \\ \vdots \\ Y_{2s}(\eta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1(\eta) \\ \vdots \\ P_{2s}(\eta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_{11}(\eta) & \dots & h_{2s, s}(\eta) \\ \vdots & & \vdots \\ h_{2s, 1}(\eta) & \dots & h_{2s, s}(\eta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_s \end{bmatrix} \quad (24)$$

この解は方程式(17)を満たし、かつ、境界条件(18)のうち $\eta=a$ のときの条件を満たしている。そこで、残りの $\eta=b$ のときの条件を満たすように C_n を決定する。すなわち、式(24)で $\eta=b$ とおいて、上の方の s 行を零とおく。

$$\begin{bmatrix} Y_1(b) \\ \vdots \\ Y_s(b) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1(b) \\ \vdots \\ P_s(b) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_{11}(b) & \dots & h_{1, s}(b) \\ \vdots & & \vdots \\ h_{s, 1}(b) & \dots & h_{s, s}(b) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

これは未知数 C_1, \dots, C_s に関する連立一次方程式であり、これから C_1, \dots, C_s が決定される。この値を式(23)、または(24)に代入すれば、方程式(17)および境界条件(18)の解がえられる。

以上述べた方法により、方程式(15)と境界条件(16)から q_{mj} の値が求まる。これより、 $f_m(\eta)$ の値が求まり、次いで式(10)から $F(\eta, \tau)$ がえられる。

(3) 計算結果

(2)において述べた方法により流関数 $F(\eta, \tau)$ を計算した。そして、式(7)~(9)により定常流成分を抜き出し、流線と流速分布を求めた。初期条件から一階連立微分方程式を計算するRunge-Kutta-Gill法の計算プログラムは東工大情報処理センターの数値計算ライブラリーに組み込まれているものを用いた。

ここで、方程式(2)に含まれている無次元パラメータ kR と k の意味を述べる。

$$\begin{aligned} kR &= 2\pi \frac{(2U_\infty/\omega)L}{L} \\ &= 2\pi \times \frac{\text{(十分上方の流体粒子の移動距離)}}{\text{(底面の波長)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k &= 2\pi \frac{\delta}{L} \\ &= 2\pi \times \frac{\text{(Stokes layerの厚さ)}}{\text{(底面の波長)}} \end{aligned}$$

このパラメーター kR と k の一組の値に対して、1 個の $F(\eta, \tau)$ が得られる。ここでは、 $kR/2\pi=0.1\sim 10$ 、 $k/2\pi=0.1\sim 10$ 程度の値を用いて計算した。

また、理論解析の上では F の変域は $0\leq\eta<+\infty$ であるが、実際の数値計算においては $0\leq\eta\leq 5\sim 10$ 程度で十分であることがわかった。また、式 (10) の展開にあたっては有限個の周期成分しか計算できないが、ここでは、 $M=2$ 、すなわち $m=-2, -1, 0, 2$ の成分について計算した。また、Runge-Kutta-Gill 法を適用するにあたって、 $\eta=0$ から $+\infty$ (実際は $5\sim 10$) に向かって計算すると不安定になり、 $\eta=+\infty$ (実際は $5\sim 10$) から 0 に向かって計算すると安定することがわかり、後者を用いて計算した。解の purification に関しては、Gram-Schmidt の直交化が有効であることが知られているが、ここではこれを用いる必要はなかった。

計算結果の一例を (図-2, 3) に示す。図-2 は $kR=0.837$ 、 $k=1.66$ の場合の定常流の流線である。図-3 はそのときの、(A)A' 上の水平流速と (B)B' 上の垂直流速の分布である。図-3 の ①には実験値もあわせてのせ

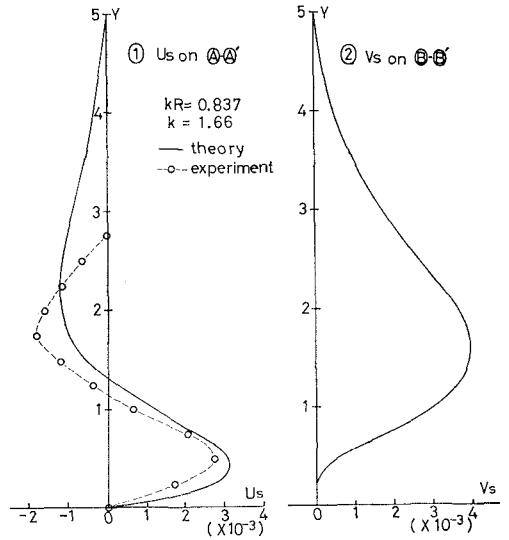


図-3

である。

これによると、波型の山で上昇流、谷で下降流になり、底面近傍では谷から山に向かう流れになっている。そして、山を通る垂直線に関して線対称な循環流を形成している。

kR と k の値を変えた他の計算結果においても、流速の大きさと垂直方向のスケールが変化するだけで、やはり同様な形の一層の循環流が現われた。

Lyne の解析によれば、 kR と k の値に応じて、循環流が多層になる場合のあることを示しているが、筆者らの計算では多層にならなかった。これは筆者らの計算では $F(\eta, \tau)$ の時間 τ に関する高次の周期成分を無視したためとも考えられる。

実 験

(2) 循環流の可視化

グリセリン水槽内の底部に波板を取り付けて振動させ、定常流(循環流)を観測しようとした。その際、グリセリン中に発生した循環流が、平行光線によって明確に可視化されることを発見した。

その方法は 図-4 に示すように、前面の透明アクリル板を通して平行光線を投射するというものである。振動前、背後の壁面は一様な明るさを呈しているのである

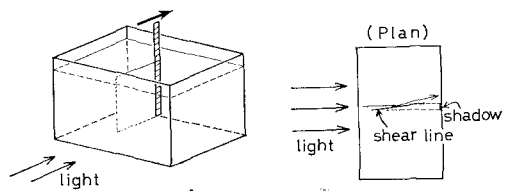


図-4

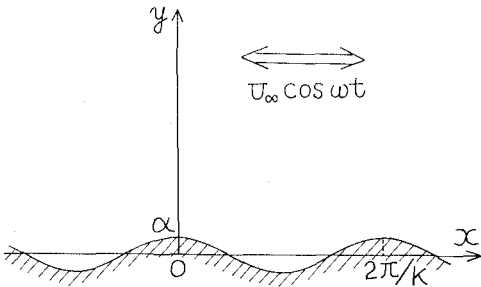


図-1

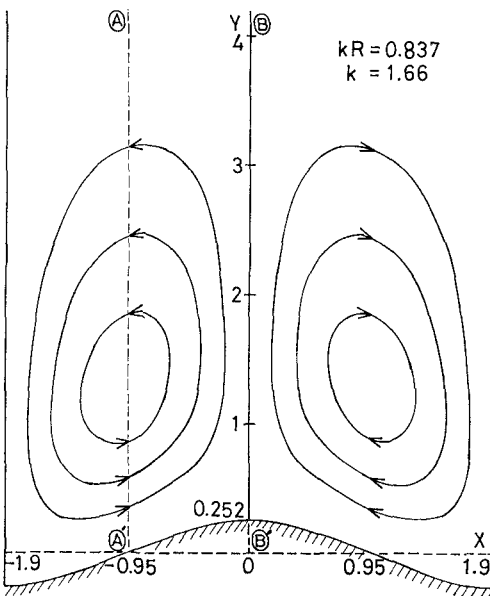


図-2

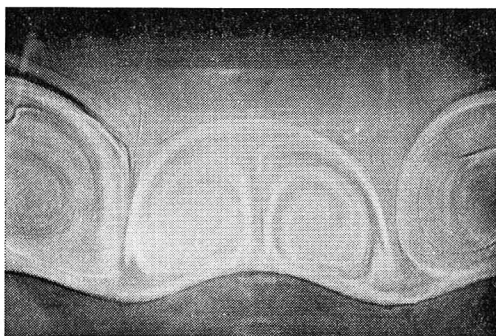
が、振動が始まって数分すると、背後の壁面に循環流を示す渦巻状の縞模様が生じて現われてくる。この縞模様はだんだん濃くなり、やがて一定の濃淡に落ち着く。種々の条件での縞模様の様子を(写真—1, 2, 3)に示した(ここに、 T : 周期, A : 振幅)。

この縞模様が理論解析で示された循環流であることは(2)以下で詳しく述べるが、(1)で述べた実験条件の範囲では、循環流のスケールは底面から中心まで約3~4 cm, 底面から上端まで約11~14 cmである。

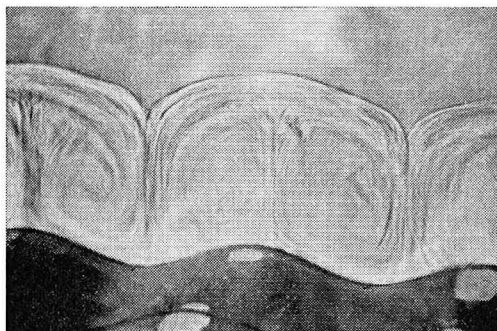
この循環流は横方向に並んで発生する。

(2) 粒子の追跡

循環流の中にグリセリンと比重の等しい粒子を入れ



写真—1 $T=1.03 \text{ sec}$, $A=1 \text{ cm}$, $\theta=9^\circ\text{C}$



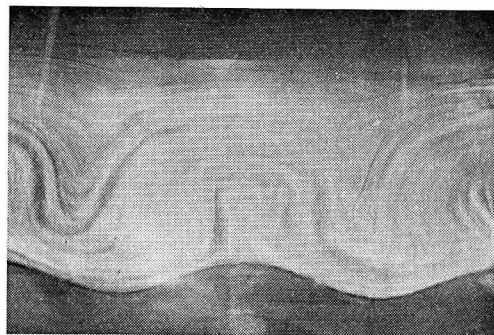
写真—2 $T=2.82 \text{ sec}$, $A=1 \text{ cm}$, $\theta=9^\circ\text{C}$



写真—3 $T=1.05 \text{ sec}$, $A=1 \text{ cm}$, $\theta=10^\circ\text{C}$

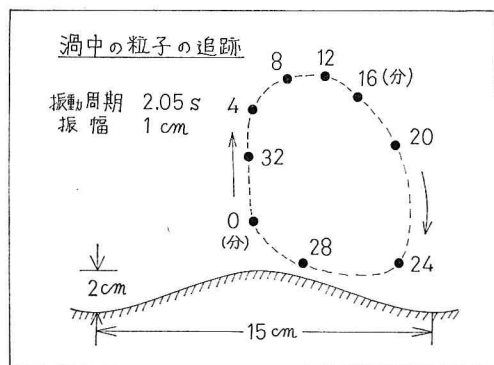


写真—4 $t=4 \text{ min}$



写真—5 $t=1.5 \text{ min}$

て、数分ごとに写真をとった。その一例を写真—3に示した。これらの写真で、左下の点が実際の粒子の写ったものであり、右上の点が平行光線によって壁面に映った粒子の影である。したがって、右上の点が、粒子の流れに対する相対的位置を示している。また、別の条件における粒子の軌跡を一枚の図にプロットしたものを(図—5)に示した。



図—5

写真—3 および 図—5 によれば、粒子の軌跡が縞模様を形成する線条とほぼ一致していることがわかる。これは縞模様の線条が定常流の流線および流跡線とほぼ一致していることを示している。

これによって示される定常流の方向および形状は理論解析の結果とよく一致している。

(3) 定常流の流速分布

定常流の流速分布を以下に述べる方法で観測した。まず、水平方向の流れ u_s の流速分布を、グリセリン中に作った垂直線の変形から観測した。垂直線の作り方は図-4 に示すように、グリセリン中にモノサシをさし込み、そのまま水平に移動して、グリセリンをせん断する。このせん断面図は肉眼ではよく見えないが、この面と微小な角度をもつ方向から光線を投射させると、光線はせん断面で全反射して方向を変え、背後の壁面に垂直な暗線が作られる。これを前面から見ると、写真-4 のようになる。こうしてから、波板を振動させると、定常流とともにせん断面を移動して、垂直な暗線が「S」字形に変形する。これによって定常流速 $u_s(y)$ がわかる。この写真をとったときの実験条件は図-2, 3 で示される解析の条件と一致しており、写真-4 から読みとった実験値を図-3 の①にのせてある。実験値と計算値はほぼ一致していることがわかる。

4. むすび

これまで述べてきたことをまとめると、以下のようになる。

- (1) 波型底面上の振動粘性流体には、底面近傍に一層の循環流が生じることが、理論解析によって導かれた。
- (2) グリセリンを用いた実験によって、このような循環流の生じることが確認された。
- (3) 循環流の形状や流速分布等に関して、理論解析と実験の結果がほぼ一致した。
- (4) この循環流は波型底面の山と谷を通る垂直線の間に1個ずつあり、高さは Stokes layer の厚さ $\sqrt{2\nu/\omega}$ のオーダーである。

(4) 実験の過程で、グリセリンの循環流が平行光線によって、明確に可視化されることに気づいた。すなわち、前面から平行光線を投射すると、定常流成分の流線を示す明暗の縞模様が背後の壁面に映った。

(5) モノサシ等で垂直な暗線および水平な縞模様を作り、これらの変形から水平流速と垂直流速を容易に可視化することができた。

さて、ここで示された循環流は底面のごく近傍で谷から山に向かって流れ、もしこの流れが土粒子を運ぶとすれば砂床波の形成を促進すると考えられる。したがって、この循環流が底面にどの程度の影響を与えるかについての研究がこれから必要であろう。また、実際の砂床波を考えれば、流体の粘性の小さい場合に、さらに流れが乱流の場合に、どのような循環流れを形成するかという研究も必要であろう。

本論文は第二著者である藤崎の昭和49年度東京工業大学大学院の修士論文によっている。この研究を遂行するにあたって、東京工業大学土木工学科水工学研究室の皆様にも多くの有益な御意見をいただいたことに感謝致します。また、この研究の一部は昭和48年-49年度文部省科学研究費、試験研究“沖積地河川における河床形態と流体抵抗の研究”(代表者 北大・岸力教授)の補助によったことを記し、謝意を表したいと思います。

参考文献

- 1) Lyne, W.H. (1971): Unsteady viscous flow over a wavy wall, J. Fluid Mech., **50**, 33
- 2) 宇多高明・日野幹雄 (1975): 土木学会論文報告集, No. 237, 5月.