

有限水深域における楕円形浮体の3次元運動

井 島 武 士*・吉 田 明 徳**・湯 村 や す***

1. は し が き

著者は先に矩形断面浮体の2次元運動¹⁾と円筒形浮体の運動²⁾に対する解析法を発表した。本論文はその一般的な場合として楕円形浮体の3次元運動に対する解析法を述べるものである。

従来この種の浮体運動に関しては、船体運動力学の分野で多くの解析研究が行われており、特に John(1950)³⁾および Kim (1965)⁴⁾による解析は最も一般的なものと考えられ、後者においては回転楕円体および本文で扱うような楕円柱体に対する計算結果が示されているが、それは無限水深の場合であり、有限水深域に対する具体的結果は未だ示されていない。

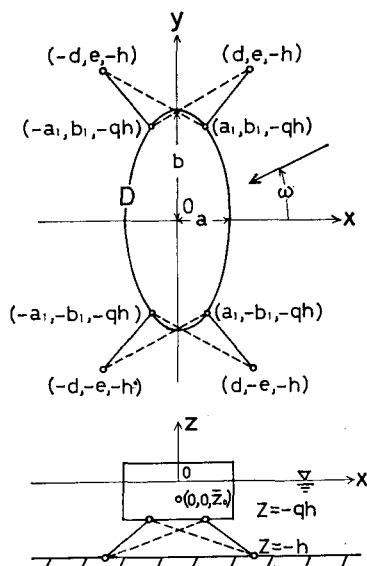
本文に述べるのは、これらの方法と異なり、著者が2次元の境界値問題に対して展開した速度ポテンシャルの接続法を、Green 関数を用いることによって3次元問題に拡張する方法で、これによる透過性防波堤⁵⁾および全没水または半没水柱状体⁶⁾による波の散乱の問題の解はすでに発表した(本文の諸計算にいつての詳細はこれらの論文を参照されたい)。本論文はその方法の応用として、形状が解析関数で表わされる柱状体であればすべて適用できるが、矩形浮体の場合はすでに解析例を示してある⁷⁾ので、ここでは楕円形浮体の場合の解析法と、自由運動の場合の計算例を示すこととする。

2. 解 析

(1) 基本条件

Fig. 1 に示すように、水深 h の海域に楕円形の柱状浮体が、弾性索によって初期張力の作用した状態で係留されており、周波数 $\sigma(=2\pi/T, T$ は周期) の入射波によって周期的な微小運動を行うものとする。

楕円の中心に原点 O を取り、図のように座標系を定め、楕円の x, y 軸半径を a および b 、吃水を $qh(1 > q > 0)$ 、静止時の重心位置を $(0, 0, z_0)$ とする。運動中の任意時刻 t には、重心は (x_0, y_0, z_0) に移り、かつ浮体は重心の周りに、 x, y, z の各軸に関して $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ の回転を行うものとし、これらの変位と回転の振幅をそれぞれ



Definition Sketch

Fig. 1

ξ^*, η^*, ζ^* および $\omega_1^*, \omega_2^*, \omega_3^*$ とすると、次の関係にある。

$$\begin{aligned} x_0 &= \xi^* e^{-i\sigma t}, & y_0 &= \eta^* e^{-i\sigma t}, & z_0 - \bar{z}_0 &= \zeta^* e^{-i\sigma t} \\ \delta_1 &= \omega_1^* e^{-i\sigma t}, & \delta_2 &= \omega_2^* e^{-i\sigma t}, & \delta_3 &= \omega_3^* e^{-i\sigma t} \end{aligned} \quad (1.1)$$

流体運動は非圧縮性完全流体での微小振幅波運動で、浮体側面より外側の外域 I と浮体底面下の内域 II での速度ポテンシャルをそれぞれ $\Phi_1(x, y, z)e^{-i\sigma t}, \Phi_2(x, y, z)e^{-i\sigma t}$ とすると Φ_1, Φ_2 は次の Laplace の方程式を満足する。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1.2)$$

これらの Φ_1 と Φ_2 に対する浮体側面と底面での運動学的境界条件式は次のように表わされる。

浮体側面で

$$\begin{aligned} b^2 x \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} + a^2 y \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} &= -i\sigma [b^2 x \{\xi^* - \omega_3^* y + \omega_2^* \\ &\times (z - \bar{z}_0)\} + a^2 y \{\eta^* + \omega_3^* x - \omega_1^* (z - \bar{z}_0)\}] \end{aligned} \quad (1.3)$$

浮体底面 ($z = -qh$) で

* 正 会 員 工博 九州大学教授 工学部水工土木学科

** 学生会員 九州大学大学院博士課程

*** 九州大学工学部研究補助員

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial z} = -i\sigma(\zeta^* - \omega_2^* x + \omega_1^* y) \dots\dots\dots (1.4)$$

入射波は次式の実数部分で表わされる波数 k 振幅 ζ_0 をもち、 x 軸と角度 ω をなして入射する余弦波とする。

$$\zeta_1 = \zeta_0 e^{-i[k(x \cos \omega + y \sin \omega) + \sigma t]} \dots\dots\dots (1.5)$$

(2) 速度ポテンシャルの展開

自由表面と水底条件を満足する外域 I の速度ポテンシャル Φ_1 は、重力の加速度を g として次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \Phi_1(x, y, z) = & \frac{g\zeta_0}{\sigma} \left[\{f_0(x, y) + f_1(x, y)\} \right. \\ & \times \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(x, y) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \left. \right] \\ & \dots\dots\dots (2.1) \end{aligned}$$

ここで k および k_n は次式の根である。

$$kh \tanh kh = -k_n h \tan k_n h = \sigma^2 h / g, (n=1, 2, 3, \dots) \dots\dots\dots (2.2)$$

また $f_0(x, y)$ は式(1.5)の入射波に対応するもので次式で与えられる。

$$f_0(x, y) = -ie^{-ik(x \cos \omega + y \sin \omega)} \dots\dots\dots (2.3)$$

浮体底面での条件式(1.4)と水底条件を満足する内域 II の速度ポテンシャル Φ_2 は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \Phi_2(x, y, z) = & \frac{g\zeta_0}{\sigma} \left[\varphi_0(x, y) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x, y) \cos \bar{s} \right. \\ & \times (z + qh) + i \frac{1}{2\bar{q}} \frac{\sigma^2 h}{g} \left\{ \left(-\frac{\zeta^*}{\zeta_0} - \frac{\omega_1^* y}{\zeta_0} + \frac{\omega_2^* x}{\zeta_0} \right) \right. \\ & \times \left(1 + \frac{z}{h} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{2\zeta^*}{\zeta_0} + \frac{\omega_1^* y}{\zeta_0} - \frac{\omega_2^* x}{\zeta_0} \right) \\ & \times \left(\frac{x^2 + y^2}{h^2} \right) \left. \right\} \left. \right] \dots\dots\dots (2.4) \end{aligned}$$

ここで s は整数、 $\bar{s} = \pi / \bar{q}h$, $\bar{q} = 1 - q$

式(2.1), (2.4)の $f_1(x, y)$, $f_2^{(n)}(x, y)$ および $\varphi_0(x, y)$, $\varphi_s(x, y)$ は式(1.2)によりそれぞれ次の Helmholtz の方程式を満足すべき未知関数である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_1}{\partial y^2} + k^2 f_1 &= 0, \\ \frac{\partial^2 f_2^{(n)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_2^{(n)}}{\partial y^2} - k_n^2 f_2^{(n)} &= 0 \dots\dots\dots (2.5) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial y^2} - \bar{s}^2 \varphi_s = 0 \quad (2.6)$$

(3) 境界線 D 上の関数 f_1 , $f_2^{(n)}$, φ_0 , φ_s の関係

境界線(楕円周)を D とし、その上の点を (ξ, η) 、外域または内域の点を (x, y) 、距離 $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$ として、 f_1 , $f_2^{(n)}$, φ_0 , φ_s に対する Green 関数をそれぞれ第 1 種ハンケル関数 $H_0^{(1)}(kr)$ 、変形ベッセル関数 $K_0(k_n r)$ 、対数関数 $\log 1/kr$ 、および $K_0(\bar{s}r)$ 、境界線 D における外向き法線を ν とし、 f_1 , $f_2^{(n)}$, φ_0 , φ_s の D における法線微分値を次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_1(\xi, \eta) &= \partial f_1(\xi, \eta) / k \partial \nu, \\ \bar{f}_2^{(n)}(\xi, \eta) &= \partial f_2^{(n)}(\xi, \eta) / k \partial \nu, \\ \bar{\varphi}_0(\xi, \eta) &= \partial \varphi_0(\xi, \eta) / k \partial \nu, \\ \bar{\varphi}_s(\xi, \eta) &= \partial \varphi_s(\xi, \eta) / k \partial \nu \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.1)$$

また D を N 個の点 (ξ_j, η_j) , ($j=1, 2, \dots, N$) で分割し、おのおのの長さを ΔS_j とし、固定点 (ξ_i, η_i) に関して

$$\left. \begin{aligned} A_{ij} &= \int_{\Delta S_j} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR_{ij}) \right) k ds, \\ \bar{A}_{ij} &= \int_{\Delta S_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR_{ij}) \right) ds \\ B_{ij}^{(n)} &= \int_{\Delta S_j} \left(-\frac{K_0(k_n R_{ij})}{\pi} \right) k ds, \\ \bar{B}_{ij}^{(n)} &= \int_{\Delta S_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{K_0(k_n R_{ij})}{\pi} \right) ds \\ E_{ij} &= \int_{\Delta S_j} \left(-\frac{\log 1/kR_{ij}}{\pi} \right) k ds, \\ \bar{E}_{ij} &= \int_{\Delta S_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{\log 1/kR_{ij}}{\pi} \right) ds \\ F_{ij}^{(s)} &= \int_{\Delta S_j} \left(-\frac{K_0(\bar{s}R_{ij})}{\pi} \right) k ds, \\ \bar{F}_{ij}^{(s)} &= \int_{\Delta S_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{K_0(\bar{s}R_{ij})}{\pi} \right) ds \\ R_{ij} &= \sqrt{(\xi_j - \xi_i)^2 + (\eta_j - \eta_i)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.2)$$

とおくと、Green の定理により D 上の $\bar{f}_1$, $\bar{f}_2^{(n)}$ および $\bar{\varphi}_0$, $\bar{\varphi}_s$ はそれぞれ f_1 , $f_2^{(n)}$, φ_0 , φ_s により次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_1(i) &= \sum_{j=1}^N M_{ij}^{(0)} f_1(j), \\ M_{ij}^{(0)} &= \frac{1}{\Delta(0)} \sum_{k=1}^N \alpha_{kj}^{(0)} \Delta_{ki}^{(0)}, \quad \alpha_{kj}^{(0)} = \delta_{kj} + \bar{A}_{kj} \\ \bar{f}_2^{(n)}(i) &= \sum_{j=1}^N M_{ij}^{(n)} f_2^{(n)}(j), \\ M_{ij}^{(n)} &= \frac{1}{\Delta(n)} \sum_{k=1}^N \alpha_{kj}^{(n)} \Delta_{ki}^{(n)}, \quad \alpha_{kj}^{(n)} = \delta_{kj} + \bar{B}_{kj}^{(n)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varphi}_0(i) &= \sum_{j=1}^N N_{ij}^{(0)} \varphi_0(j), \\ N_{ij}^{(0)} &= \frac{1}{\Gamma(0)} \sum_{k=1}^N \beta_{kj}^{(0)} \Gamma_{ki}^{(0)}, \quad \beta_{kj}^{(0)} = -\delta_{kj} + \bar{E}_{kj} \\ \bar{\varphi}_s(i) &= \sum_{j=1}^N N_{ij}^{(s)} \varphi_s(j), \\ N_{ij}^{(s)} &= \frac{1}{\Gamma(s)} \sum_{k=1}^N \beta_{kj}^{(s)} \Gamma_{ki}^{(s)}, \quad \beta_{kj}^{(s)} = -\delta_{kj} + \bar{F}_{kj}^{(s)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4)$$

上式で δ_{kj} は Kronecker の delta で $\delta_{kj} = 0 (k \neq j); = 1 (k = j)$ 、また $\Delta(0)$, $\Delta(n)$, $\Gamma(0)$, $\Gamma(s)$ はそれぞれ A_{ij} , $B_{ij}^{(n)}$, E_{ij} , $F_{ij}^{(s)}$ で作られる行列式、 $\Delta_{ki}^{(0)}$, $\Delta_{ki}^{(n)}$, $\Gamma_{ki}^{(0)}$, $\Gamma_{ki}^{(s)}$ はそれぞれの行列式の第 k 行、第 i 列を取除いたものに $(-1)^{k+i}$ を乗じた余因子である。

また Green の公式により、外域と内域の点 (x, y) における f, φ の値は D 上の値により次のように表わされる。

$$\begin{aligned} f_1(x, y) &= -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \{ \bar{A}_{xj} f_1(j) - A_{xj} \bar{f}_1(j) \}, \\ f_2^{(n)}(x, y) &= -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \{ \bar{B}_{xj}^{(n)} f_2^{(n)}(j) - B_{xj}^{(n)} \bar{f}_2^{(n)}(j) \} \\ &\dots\dots\dots (3.5) \\ \varphi_0(x, y) &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \{ \bar{E}_{xj} \varphi_0(j) - E_{xj} \bar{\varphi}_0(j) \}, \\ \varphi_s(x, y) &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \{ \bar{F}_{xj}^{(s)} \varphi_s(j) - F_{xj}^{(s)} \bar{\varphi}_s(j) \} \dots (3.6) \end{aligned}$$

ここで $A_{xj} \dots$ etc. は式 (3.2) の $A_{ij} \dots$ etc. における (ξ_i, η_i) の代りに (x, y) とおいたものを表わし、また $f(j)$ などは $f(\xi_j, \eta_j)$ などを表わす。

(4) 浮体に作用する流体力

浮体の側面と底面に作用する流体圧力 p_1 および p_2 は式 (2.1), (2.4) により次のようである。

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{\rho g \zeta_0} &= i \left[\{ f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta) \} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right] e^{-i\omega t} \dots\dots (4.1) \\ \frac{p_2}{\rho g \zeta_0} &= i \left[\varphi_0(x, y) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x, y) + i \frac{\bar{q}}{2} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \left\{ \frac{\zeta^*}{\zeta_0} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(2 \frac{\zeta^*}{\zeta_0} + \frac{\omega_1^* y}{\zeta_0} - \frac{\omega_2^* x}{\zeta_0} \right) \left(\frac{x^2 + y^2}{4\bar{q}^2 h^2} - 1 \right) \right\} \right] e^{-i\omega t} \\ &\dots\dots\dots (4.2) \end{aligned}$$

底面を x, y 軸に関して対称に M 個の微小面積 $\Delta\alpha_p$ ($p=1, 2, \dots, M$) に分割し、中心点を (x_p, y_p) とし、式 (3.4), (3.6) を用いると $\varphi_0(x_p, y_p)$, $\varphi_s(x_p, y_p)$ は $\varphi_0(j)$, $\varphi_s(j)$ により次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(x_p, y_p) &= \sum_{j=1}^N \gamma_j^{(0)} \varphi_0(j), \\ \gamma_j^{(0)} &= \frac{1}{2} \left(\bar{E}_{p,j} - \sum_{k=1}^N E_{p,k} N_{kj}^{(0)} \right) \\ \varphi_s(x_p, y_p) &= \sum_{j=1}^N \gamma_j^{(s)} \varphi_s(j), \\ \gamma_j^{(s)} &= \frac{1}{2} \left(\bar{F}_{p,j}^{(s)} - \sum_{k=1}^N F_{p,k}^{(s)} N_{kj}^{(s)} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.3)$$

底面についてのこれらの和および x, y 軸に関するモーメントを次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{p=1}^M \gamma_j^{(0)} k^2 \Delta\alpha_p &= \Gamma_j^{(0)}, \quad \sum_{p=1}^M \gamma_j^{(0)} k x_p k^2 \Delta\alpha_p = \Gamma_{jx}^{(0)}, \\ \sum_{p=1}^M \gamma_j^{(0)} k y_p k^2 \Delta\alpha_p &= \Gamma_{jy}^{(0)} \\ \sum_{p=1}^M \gamma_j^{(s)} k^2 \Delta\alpha_p &= \Gamma_j^{(s)}, \quad \sum_{p=1}^M \gamma_j^{(s)} k x_p k^2 \Delta\alpha_p = \Gamma_{jx}^{(s)}, \\ \sum_{p=1}^M \gamma_j^{(s)} k y_p k^2 \Delta\alpha_p &= \Gamma_{jy}^{(s)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.4)$$

すると式 (4.1), (4.2) により流体圧力の x, y, z 方向の合力 P_x, P_y, P_z および重心に関するモーメント T_x, T_y, T_z は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_x}{\rho g \zeta_0 h^2} &= -\frac{i}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[A_0 \{ f_0(j) + f_1(j) \} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n f_2^{(n)}(j) \right] \cdot k \Delta \eta_j \cdot e^{-i\omega t} \\ \frac{P_y}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{i}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[A_0 \{ f_0(j) + f_1(j) \} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n f_2^{(n)}(j) \right] \cdot k \Delta \xi_j \cdot e^{-i\omega t} \\ \frac{P_z}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{i}{\lambda_0^2} \sum_{j=1}^N \left[\Gamma_j^{(0)} \varphi_0(j) + \sum_{s=1}^{\infty} \Gamma_j^{(s)} \varphi_s(j) \right] e^{-i\omega t} - \frac{\pi a b}{h^2} \left[\left(\frac{a^2 + b^2}{16\bar{q}h^2} - \frac{\bar{q}}{2} \right) \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} + 1 \right] \cdot \frac{\zeta^*}{\zeta_0} e^{-i\omega t} \\ \frac{T_x}{\rho g \zeta_0 h^3} &= -\frac{i}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left\{ \left[B_0 \{ f_0(j) + f_1(j) \} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n f_2^{(n)}(j) \right] k \Delta \xi_j - \frac{1}{\lambda_0^2} \left\{ \Gamma_{jy}^{(0)} \varphi_0(j) + \sum_{s=1}^{\infty} \Gamma_{jy}^{(s)} \varphi_s(j) \right\} \right\} e^{-i\omega t} \\ &\quad - \frac{\pi}{2} \frac{a}{h} \left[\frac{1}{4\bar{q}} \left(\frac{b}{h} \right)^2 \left\{ \frac{a^2 + 3b^2}{24h^2} - \bar{q}^2 \right\} \frac{\sigma^2 h}{g} - q^2 \left\{ 1 + \frac{2\bar{z}_0}{qh} - \frac{1}{2} \left(\frac{b}{qh} \right)^2 \right\} \right] \cdot \frac{\omega_1^* b}{\zeta_0} e^{-i\omega t} \\ \frac{T_y}{\rho g \zeta_0 h^3} &= -\frac{i}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left\{ \left[B_0 \{ f_0(j) + f_1(j) \} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n f_2^{(n)}(j) \right] k \Delta \eta_j + \frac{1}{\lambda_0^2} \left\{ \Gamma_{jx}^{(0)} \varphi_0(j) + \sum_{s=1}^{\infty} \Gamma_{jx}^{(s)} \varphi_s(j) \right\} \right\} e^{-i\omega t} \\ &\quad - \frac{\pi}{2} \frac{b}{h} \left[\frac{1}{4\bar{q}} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \left\{ \frac{3a^2 + b^2}{24h^2} - \bar{q}^2 \right\} \frac{\sigma^2 h}{g} - q^2 \left\{ 1 + \frac{2\bar{z}_0}{qh} - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{qh} \right)^2 \right\} \right] \cdot \frac{\omega_2^* a}{\zeta_0} e^{-i\omega t} \\ \frac{T_z}{\rho g \zeta_0 h^3} &= \frac{i}{\lambda_0^2} \sum_{j=1}^N \left[A_0 \{ f_0(j) + f_1(j) \} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n f_2^{(n)}(j) \right] \cdot k^2 (\xi_j \Delta \xi_j + \eta_j \Delta \eta_j) \cdot e^{-i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.5)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \lambda_0 &= kh, \quad \lambda_n = k_n h, \quad \bar{\lambda}_0 = \bar{q} \lambda_0, \quad \bar{\lambda}_n = \bar{q} \lambda_n, \quad \Delta \xi_j = \frac{1}{2} (\xi_{j+1} - \xi_{j-1}), \quad \Delta \eta_j = \frac{1}{2} (\eta_{j+1} - \eta_{j-1}) \\ A_0 &= \frac{\sinh \lambda_0 - \sin \bar{\lambda}_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0}, \quad A_n = \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n \cos \lambda_n}, \\ B_0 &= \{ q \lambda_0 \sinh \bar{\lambda}_0 + \cosh \bar{\lambda}_0 - \cosh \lambda_0 - k \bar{z}_0 (\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0) \} / \lambda_0^2 \cosh \lambda_0 \\ B_n &= \{ q \lambda_n \sin \bar{\lambda}_n - \cos \bar{\lambda}_n + \cos \lambda_n - k_n \bar{z}_0 (\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n) \} / \lambda_n^2 \cos \lambda_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.6)$$

(5) 係 留 力

Fig. 1 に示すような係留索のばね定数を K とし、係留点の座標を図のようにすると、浮体に作用する x, y, z 方向の係留力 F と浮体重心に関するモーメント M は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} F_x &= (-K_{xx}\xi^* + K_{\theta_2 x}\omega_2^*)e^{-i\omega t}, \\ F_y &= (-K_{yy}\eta^* - K_{\theta_1 y}\omega_1^*)e^{-i\omega t} \\ F_z &= -K_{zz}\zeta^*e^{-i\omega t}, \\ M_x &= (-K_{\theta_1 y}\eta^* - K_{\theta_1 \theta_1}\omega_1^*)e^{-i\omega t} \\ M_y &= (K_{\theta_2 x}\xi^* - K_{\theta_2 \theta_2}\omega_2^*)e^{-i\omega t}, \\ M_z &= -K_{\theta_3 \theta_3}\omega_3^*e^{-i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots (5.1)$$

ここで $K_{xx}, K_{\theta_2 x} \dots$ 等は係留方式により異なり、図の実線で示した open type の場合は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} K_{xx} &= 4K(d-a_1)^2/l^2 \\ K_{yy} &= 4K(e-b_1)^2/l^2 \\ K_{zz} &= 4K(\bar{q}h)^2/l^2 \\ K_{\theta_2 x} &= 4K(d-a_1)\{c(d-a_1)-a_1\bar{q}h\}/l^2, \\ K_{\theta_1 y} &= 4K(e-b_1)\{c(e-b_1)-b_1\bar{q}h\}/l^2 \\ K_{\theta_1 \theta_1} &= 4K\{c(e-b_1)-b_1\bar{q}h\}^2/l^2, \\ K_{\theta_2 \theta_2} &= 4K\{c(d-a_1)-a_1\bar{q}h\}^2/l^2 \\ K_{\theta_3 \theta_3} &= 4K\{a_1(e-b_1)-b_1(d-a_1)\}^2/l^2, \\ l^2 &= \{(d-a_1)^2 + (e-b_1)^2 + (\bar{q}h)^2\} \end{aligned} \right\} (5.2)$$

cross type (破線) の場合は上式で a_1 を $-a_1$ とおけばよい。

(6) 浮体の運動方程式

浮体の質量 M と重心に関する慣性モーメント I を次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} M &= \rho\nu_0^2\pi abqh, \\ I_x &= \rho\nu_1^2\frac{\pi}{4}(ab)^2qh\left\{1+\frac{1}{3}\left(\frac{qh}{b}\right)^2\right\} \\ I_y &= \rho\nu_2^2\frac{\pi}{4}(ab)^2qh\left\{1+\frac{1}{3}\left(\frac{qh}{a}\right)^2\right\}, \\ I_z &= \rho\nu_3^2\frac{\pi}{4}ab(a^2+b^2)qh \end{aligned} \right\} (6.1)$$

ここで ν_0^2 は自由浮体の場合の吃水を q_0h とすれば、係留状態の吃水 qh との比に等しく $\nu_0^2 = q_0/q$ で、 $\nu_1^2, \nu_2^2, \nu_3^2$ は浮体物質の密度分布で決まる定数である。浮体の運動方程式は流体力 P, T および係留力 F, M により次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} M\frac{d^2x_0}{dt^2} &= P_x + F_x, & M\frac{d^2y_0}{dt^2} &= P_y + F_y, \\ M\frac{d^2z_0}{dt^2} &= P_z + F_z, & I_x\frac{d^2\delta_1}{dt^2} &= T_x + M_x, \\ I_y\frac{d^2\delta_2}{dt^2} &= T_y + M_y, & I_z\frac{d^2\delta_3}{dt^2} &= T_z + M_z \end{aligned} \right\} (6.2)$$

上式に式 (1.1), (4.5), (5.1), (6.1) を代入すると次の関係式を得る。

$$\sum_{j=1}^N \left[A_0 f_1(j) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n f_2^{(n)}(j) \right] k \Delta \eta_j + i\lambda_0 \left(q\nu_0^2 \frac{\pi ab}{h^2} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} - \frac{K_{xx}}{\rho gh^2} \right) \frac{\xi^*}{\zeta_0} + i\lambda_0 \frac{K_{\theta_2 x}}{\rho gah^2} \frac{\omega_2^* a}{\zeta_0} = - \sum_{j=1}^N A_0 f_0(j) k \Delta \eta_j \dots\dots (6.3)$$

$$\sum_{j=1}^N \left[A_0 f_1(j) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n f_2^{(n)}(j) \right] k \Delta \xi_j - i\lambda_0 \left(q\nu_0^2 \frac{\pi ab}{h^2} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} - \frac{K_{yy}}{\rho gh^2} \right) \frac{\eta^*}{\zeta_0} + i\lambda_0 \frac{K_{\theta_1 y}}{\rho gbh^2} \cdot \frac{\omega_1^* b}{\zeta_0} = - \sum_{j=1}^N A_0 f_0(j) k \Delta \xi_j \dots\dots (6.4)$$

$$\sum_{j=1}^N \left[\Gamma_j^{(0)} \varphi_0(j) + \sum_{s=1}^{\infty} \Gamma_j^{(s)} \varphi_s(j) \right] - i\lambda_0^2 \left[\frac{\pi ab}{h^2} \left\{ \left(q\nu_0^2 + \frac{\bar{q}}{2} - \frac{a^2+b^2}{16\bar{q}h^2} \right) \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} - 1 \right\} - \frac{K_{zz}}{\rho gh^2} \right] \frac{\zeta^*}{\zeta_0} = 0 \dots\dots (6.5)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N \left[\left\{ B_0 f_1(j) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n f_2^{(n)}(j) \right\} k \Delta \xi_j - \frac{1}{\lambda_0^2} \left\{ \Gamma_j^{(0)} \varphi_0(j) + \sum_{s=1}^{\infty} \Gamma_j^{(s)} \varphi_s(j) \right\} \right] + i\lambda_0 \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{h} \left[\left\{ \frac{q}{2} \nu_2^2 \cdot \frac{ab}{h^2} \left(1 + \frac{1}{3} \left(\frac{qh}{b} \right)^2 \right) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{4\bar{q}} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \left(\frac{a^2+3b^2}{24h^2} - \bar{q}^2 \right) \right\} \frac{\sigma^2 h}{g} + q^2 \left\{ 1 + \frac{2\bar{Z}_0}{qh} - \frac{1}{2} \left(\frac{b}{qh} \right)^2 \right\} - \frac{2}{\pi} \cdot \frac{K_{\theta_1 y}}{\rho gahb^2} \right] \frac{\omega_1^* b}{\zeta_0} - i\lambda_0 \frac{K_{\theta_1 y}}{\rho gh^3} \cdot \frac{\eta^*}{\zeta_0} \\ = - \sum_{j=1}^N B_0 f_0(j) k \Delta \xi_j \dots\dots (6.6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N \left[\left\{ B_0 f_1(j) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n f_2^{(n)}(j) \right\} k \Delta \eta_j + \frac{1}{\lambda_0^2} \left\{ \Gamma_j^{(0)} \varphi_0(j) + \sum_{s=1}^{\infty} \Gamma_j^{(s)} \varphi_s(j) \right\} \right] + i\lambda_0 \frac{\pi}{2} \cdot \frac{b}{h} \left[\left\{ \frac{q}{2} \nu_2^2 \cdot \frac{ab}{h^2} \left(1 + \frac{1}{3} \left(\frac{qh}{a} \right)^2 \right) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{4\bar{q}} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \left(\frac{3a^2+b^2}{24h^2} - \bar{q}^2 \right) \right\} \frac{\sigma^2 h}{g} + q^2 \left\{ 1 + \frac{2\bar{Z}_0}{qh} - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{qh} \right)^2 \right\} - \frac{2}{\pi} \cdot \frac{K_{\theta_2 x}}{\rho gah^2} \right] \frac{\omega_2^* a}{\zeta_0} + i\lambda_0 \frac{K_{\theta_2 x}}{\rho gh^3} \cdot \frac{\xi^*}{\zeta_0} \\ = - \sum_{j=1}^N B_0 f_0(j) k \Delta \eta_j \dots\dots (6.7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N \left[A_0 f_1(j) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n f_2^{(n)}(j) \right] k^2 (\xi_j \Delta \xi_j + \eta_j \Delta \eta_j) - i\lambda_0^2 \left[q\nu_3^2 \frac{\pi ab(a^2+b^2)}{4h^4} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} - \frac{K_{\theta_3 \theta_3}}{\rho gh^4} \right] \frac{\omega_3^* h}{\zeta_0} \\ = - \sum_{j=1}^N A_0 f_0(j) k^2 (\xi_j \Delta \xi_j + \eta_j \Delta \eta_j) \dots\dots (6.8) \end{aligned}$$

(7) 境界 D における力学的連続条件

浮体側面では式 (1.3) の運動学的境界条件が成立し、また外域 I と内域 II の流体運動による境界 D における質量およびエネルギー流束は連続でなければならない。しかるに

$$\partial\Phi/\partial\nu=(b^2x\partial\Phi/\partial x+a^2y\partial\Phi/\partial y)/\sqrt{b^4x^2+a^4y^2}$$

であるから、次の関係式が成立つ。

$$\begin{aligned} & \{ \bar{f}_0(\xi, \eta) + \bar{f}_1(\xi, \eta) \} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{f}_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \\ & \left\{ \begin{aligned} & = -i \frac{\tanh \lambda_0}{\{(b/a)^4(k\xi)^2 + (k\eta)^2\}^{1/2}} \left[\left(\frac{b}{a} \right)^2 k\xi \frac{\zeta^*}{\zeta_0} + k\eta \frac{\eta^*}{\zeta_0} + \left\{ 1 - \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\} \frac{k\xi k\eta}{\lambda_0} \cdot \frac{\omega_3^* h}{\zeta_0} \right. \\ & \quad \left. + (kz - k\bar{z}_0) \left\{ \left(\frac{b}{a} \right)^2 \frac{k\xi}{ka} \cdot \frac{\omega_2^* a}{\zeta_0} - \frac{k\eta}{kb} \cdot \frac{\omega_1^* b}{\zeta_0} \right\} \right] \quad (0 \leq z \leq -qh) \\ & = \bar{\varphi}_0(\xi, \eta) + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{\varphi}_s(\xi, \eta) \cos \bar{s}(z+qh) + i \frac{\sigma^2 h/g}{2\bar{q} \{(b/a)^4(k\xi)^2 + (k\eta)^2\}^{1/2}} \left[\left(\frac{kb}{\lambda_0} \right)^2 \frac{\zeta^*}{\zeta_0} + \frac{(kb)^2 k\xi}{(ka)^3} \left\{ \left(1 + \frac{z}{h} \right)^2 \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{(k\xi)^2 + (k\eta)^2}{4\lambda_0^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{ka}{\lambda_0} \right)^2 \right\} \frac{\omega_2^* a}{\zeta_0} - \frac{k\eta}{kb} \left\{ \left(1 + \frac{z}{h} \right)^2 - \frac{(k\xi)^2 + (k\eta)^2}{4\lambda_0^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{kb}{\lambda_0} \right)^2 \right\} \frac{\omega_1^* b}{\zeta_0} \right], \\ & \quad (-qh \leq z \leq -h) \end{aligned} \right. \quad (7.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \{ f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta) \} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} = \varphi_0(\xi, \eta) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(\xi, \eta) \cos \bar{s}(z+qh) \\ & + i \frac{\sigma^2 h/g}{2\bar{q}} \left[\left\{ \frac{(k\xi)^2 + (k\eta)^2}{2\lambda_0^2} - \left(1 + \frac{z}{h} \right)^2 \right\} \frac{\zeta^*}{\zeta_0} + \left\{ \frac{(k\xi)^2 + (k\eta)^2}{4\lambda_0^2} - \left(1 + \frac{z}{h} \right)^2 \right\} \left(\frac{k\eta}{kb} \cdot \frac{\omega_1^* b}{\zeta_0} - \frac{k\xi}{ka} \cdot \frac{\omega_2^* a}{\zeta_0} \right) \right], \\ & (-qh \leq z \leq -h) \quad (7.2) \end{aligned}$$

上式に $\cosh k(z+h)$, $\cos k_n(z+h)$ または $\cos \bar{s}(z+qh)$ を乗じて積分し、式 (3.3), (3.4) によって $\bar{f}$ および $\bar{\varphi}$ を f と φ で表わすと次の関係式を得る。

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N \left[M_{ij}^{(0)} f_1(j) - \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{N_0 \sinh \lambda_0} \left\{ N_{ij}^{(0)} \varphi_0(j) + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{N_{ij}^{(s)} \varphi_s(j)}{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_0)^2} \right\} \right] + \frac{i}{E_0(i)} \left[A_0 \lambda_0 \left\{ \left(\frac{b}{a} \right)^2 k\xi_i \frac{\zeta^*}{\zeta_0} + k\eta_i \frac{\eta^*}{\zeta_0} \right\} \right. \\ & \quad \left. - \frac{\lambda_0 \sinh \bar{\lambda}_0}{2\bar{q} \cosh \lambda_0} \cdot \left(\frac{b}{a} \right)^2 \cdot \frac{\zeta^*}{\zeta_0} - M_2^{(0)}(i) \frac{\omega_1^* b}{\zeta_0} + M_1^{(0)}(i) \frac{\omega_2^* a}{\zeta_0} + \left\{ 1 - \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\} A_0 k\xi_i k\eta_i \frac{\omega_3^* h}{\zeta_0} \right] = -\bar{f}_0(i) \quad (7.3) \\ & \sum_{j=1}^N \left[M_{ij}^{(n)} f_2^{(n)}(j) - \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{N_n \sin \lambda_n} \left\{ N_{ij}^{(n)} \varphi_0(j) + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{N_{ij}^{(s)} \varphi_s(j)}{1 - (s\pi/\bar{\lambda}_n)^2} \right\} \right] - \frac{i}{E_n(i)} \left[A_n \frac{\lambda_n^2}{\lambda_0} \left\{ \left(\frac{b}{a} \right)^2 k\xi_i \frac{\zeta^*}{\zeta_0} + k\eta_i \frac{\eta^*}{\zeta_0} \right\} \right. \\ & \quad \left. - \frac{\lambda_n \sin \bar{\lambda}_n}{2\bar{q} \cos \lambda_n} \cdot \left(\frac{b}{a} \right)^2 \frac{\zeta^*}{\zeta_0} - M_2^{(n)}(i) \frac{\omega_1^* b}{\zeta_0} + M_1^{(n)}(i) \frac{\omega_2^* a}{\zeta_0} + \left\{ 1 - \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\} A_n \left(\frac{\lambda_n}{\lambda_0} \right)^2 k\xi_i k\eta_i \frac{\omega_3^* h}{\zeta_0} \right] = 0 \\ & (n=1, 2, 3 \dots) \quad (7.4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} f_1(i) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\bar{\lambda}_n \cos \lambda_n} f_2^{(n)}(i) - \varphi_0(i) - i \frac{1}{2\bar{q}} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \left[\tau_1(i) \frac{\zeta^*}{\zeta_0} + \tau_2(i) \left\{ \frac{k\eta_i}{kb} \cdot \frac{\omega_1^* b}{\zeta_0} - \frac{k\xi_i}{ka} \cdot \frac{\omega_2^* a}{\zeta_0} \right\} \right] \\ & = -\frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} f_0(i) \quad (7.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} \cdot \frac{f_1(i)}{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_0)^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\bar{\lambda}_n \cos \lambda_n} \cdot \frac{f_2^{(n)}(i)}{1 - (s\pi/\bar{\lambda}_n)^2} - \frac{1}{2} \varphi_s(i) + i \frac{\bar{q}}{(s\pi)^2} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \left\{ \frac{\zeta^*}{\zeta_0} + \frac{k\eta_i}{kb} \cdot \frac{\omega_1^* b}{\zeta_0} - \frac{k\xi_i}{ka} \cdot \frac{\omega_2^* a}{\zeta_0} \right\} \\ & = -\frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} \cdot \frac{f_0(i)}{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_0)^2}, \quad (s=1, 2, 3 \dots) \quad (7.6) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} & E_0(i) = N_0 \{(b/a)^4(k\xi_i)^2 + (k\eta_i)^2\}^{1/2}, \quad E_n(i) = N_n \{(b/a)^4(k\xi_i)^2 + (k\eta_i)^2\}^{1/2} \\ & M_1^{(0)}(i) = \left(\frac{b}{a} \right)^2 \cdot \frac{k\xi_i}{ka} \left[B_0 \lambda_0^2 + \frac{\lambda_0 \sinh \bar{\lambda}_0}{2\bar{q} \cosh \lambda_0} \left\{ \frac{(k\xi_i)^2 + (k\eta_i)^2}{4\lambda_0^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \right\} - C_0 \right] \\ & M_2^{(0)}(i) = \frac{k\eta_i}{kb} \left[B_0 \lambda_0^2 + \frac{\lambda_0 \sinh \bar{\lambda}_0}{2\bar{q} \cosh \lambda_0} \left\{ \frac{(k\xi_i)^2 + (k\eta_i)^2}{4\lambda_0^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{b}{h} \right)^2 \right\} - C_0 \right] \\ & M_1^{(n)}(i) = \left(\frac{b}{a} \right)^2 \cdot \frac{k\xi_i}{ka} \left[B_n \lambda_n^2 + \frac{\lambda_n \sin \bar{\lambda}_n}{2\bar{q} \cos \lambda_n} \left\{ \frac{(k\xi_i)^2 + (k\eta_i)^2}{4\lambda_0^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \right\} - C_n \right] \\ & M_2^{(n)}(i) = \frac{k\eta_i}{kb} \left[B_n \lambda_n^2 + \frac{\lambda_n \sin \bar{\lambda}_n}{2\bar{q} \cos \lambda_n} \left\{ \frac{(k\xi_i)^2 + (k\eta_i)^2}{4\lambda_0^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{b}{h} \right)^2 \right\} - C_n \right] \\ & C_0 = \{\bar{\lambda}_0^2 \sinh \bar{\lambda}_0 - 2\bar{\lambda}_0 \cosh \bar{\lambda}_0 + 2 \sinh \bar{\lambda}_0\} / 2\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0 \end{aligned} \quad (7.7)$$

$$C_n = (\bar{\lambda}_n^2 \sin \bar{\lambda}_n + 2\bar{\lambda}_n \cos \bar{\lambda}_n - 2 \sin \bar{\lambda}_n) / 2\bar{\lambda}_n \cos \lambda_n$$

$$\tau_1(i) = \frac{(k\xi_i)^2 + (k\eta_i)^2}{2\lambda_0^2} - \frac{\bar{q}^2}{3}, \quad \tau_2(i) = \frac{(k\xi_i)^2 + (k\eta_i)^2}{4\lambda_0^2} - \frac{\bar{q}^2}{3}$$

$$N_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_0}{\sinh 2\lambda_0} \right), \quad N_n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_n}{\sin 2\lambda_n} \right)$$

(8) 諸量の決定

式(7.3)~(7.6)は境界 D 上の N 個の計算点 (ξ_j, η_j) について成立するもので、 n および s についてそれぞれ第 n^* 項第 s^* 項まで取ると、式(7.3)、(7.5)はそれぞれ N 個、式(7.4)、(7.6)はそれぞれ n^*N 個および s^*N 個の方程式で、また式(6.3)~(6.8)は6個の方程式である。これらはそれぞれ N 個の未知量 f_1 および φ_0 、 n^*N 個および s^*N 個の未知量 $f_2^{(n)}$ 、 φ_s および6個の未知量 ξ^*/ζ_0 、 η^*/ζ_0 、 ζ^*/ζ_0 、 ω_1^*b/ζ_0 、 ω_2^*a/ζ_0 、 ω_3^*h/ζ_0 に関する $\{(n^*+s^*+2)N+6\}$ 個の連立方程式を与える。ゆえにこれを解いてすべての未知量を決めれば、速度ポテンシャル Φ_1 、 Φ_2 は式(2.1)、(2.4)、浮体運動は式(1.1)により決まることになる。

式(6.3)~(6.8)および式(7.3)、(7.5)の右辺の $f_0(j)$ 、 $\bar{f}_0(j)$ は式(2.3)により次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} f_0(j) &= -i \exp \{ -i(k\xi_j \cos \omega + k\eta_j \sin \omega) \}, \\ \Delta S_j &= \sqrt{(\Delta \xi_j)^2 + (\Delta \eta_j)^2} \\ \bar{f}_0(j) &= \frac{\partial f_0(j)}{k \partial \nu} = \frac{k \Delta \xi_j \sin \omega - k \Delta \eta_j \cos \omega}{k \Delta S_j} \end{aligned} \right\} (8.1)$$

$$\cdot \exp \{ -i(k\xi_j \cos \omega + k\eta_j \sin \omega) \}$$

また式(2.1)、(2.4)の級数項の収束のためには n^* および s^* は ΔS_j の最小値を ΔS とするとき、少なくとも次の値よりも大きく取らねばならない。

$$n^* > 1.9432 h / \Delta S, \quad s^* > 1.9432 \bar{q} h / \Delta S \quad \cdots (8.2)$$

なお外域の任意点 (x, y) における波の振幅と入射波振幅の比を Ka とすると次式で表わされる。

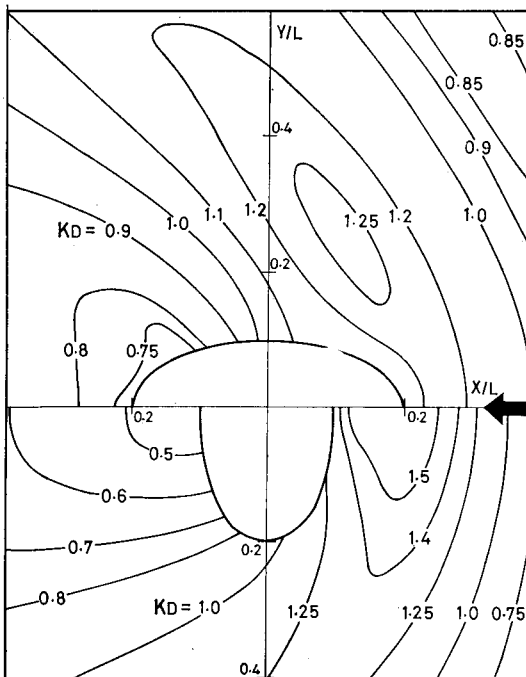
$$Ka = |f_0(x, y) + f_1(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(x, y)| \cdots (8.3)$$

3. 計 算

一例として、 x, y 軸半径 a, b を $a/b=0.50$ 、水深に対して、 $b/h=2.5$ 、吃水 $q=0.50$ 、重心 $\bar{z}_0=-0.50qh$ 、慣性モーメントの係数 $\nu_1^2=\nu_2^2=\nu_3^2=1.25$ の楕円形浮体に対して $\sigma^2 h/q=0.25$ および 0.50 の波が入射する場合の自由運動を計算した結果を示す。この場合は式(6.3)~(6.8)において $\nu_0^2=1.0$ 、また係留力の係数 K_{xx} 、 K_{yy} ... をすべて0とおけば良い。この計算では楕円周上の計算点は16個 ($N=16$) とし、入射角 ω は 0° から 90° までを 15° ごとに計算した。

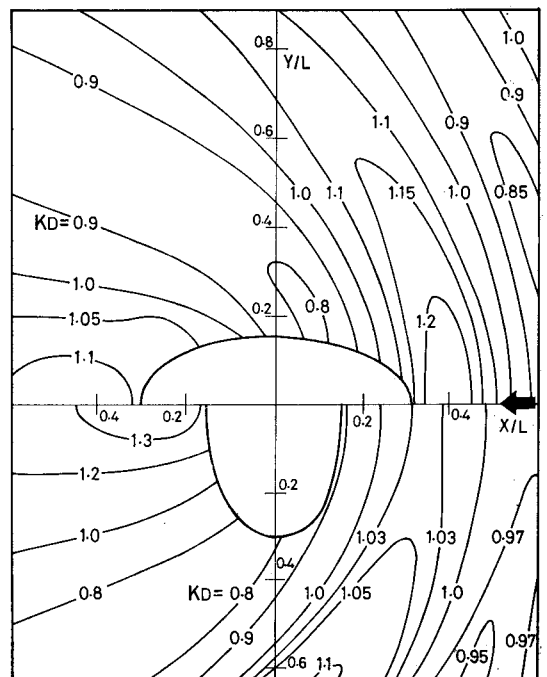
(1) 波高分布

$\omega=0^\circ$ および 90° に対する浮体周辺の波高分布を式



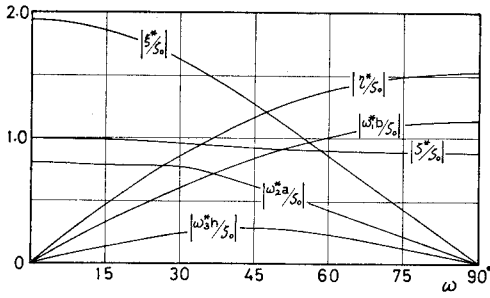
Wave Height Distribution (Freely Floating Ellipse)
 $\sigma^2 h/g=0.25$ $Kh=0.522$ $b/h=2.5$ $a/b=0.5$ $q=0.5$)

Fig. 2 (a)



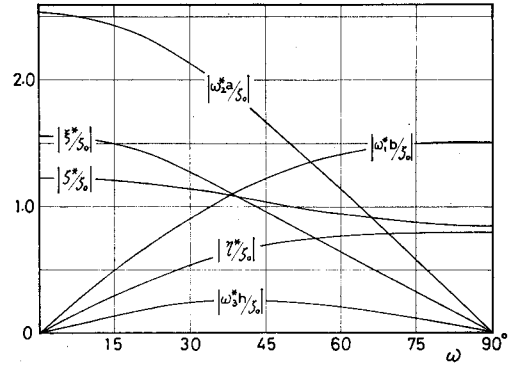
Wave Height Distribution (Freely Floating Ellipse)
 $(\sigma^2 h/g=0.5$ $Kh=0.772$ $b/h=2.5$ $a/b=0.5$ $q=0.5$)

Fig. 2 (b)



Amplitude of Freely Floating Body(Ellipse) for Incident Wave Angle ($\sigma^2 h/g=0.25, b/h=2.5, a/b=0.5, q=0.5$)

Fig. 3 (a)



Amplitude of Freely Floating Body(Ellipse) for Incident Wave Angle ($\sigma^2 h/g=0.50, b/h=2.5, a/b=0.5, q=0.5$)

Fig. 3 (b)

Table 1 Phase Angle of Motions in π Unit

(a) $\sigma^2 h/g=0.25, kb=1.30$

ω	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
x_0 (surge)	0.492	0.492	0.492	0.491	0.491	0.491	
y_0 (sway)		0.499	0.499	0.500	0.500	0.500	0.500
$z_0 - \bar{z}_0$ (heave)	0.240	0.233	0.214	0.188	0.162	0.143	0.136
δ_1 (roll)		0.499	0.499	0.500	0.500	0.500	0.500
δ_2 (pitch)	0.492	0.492	0.492	0.492	0.491	0.491	
δ_3 (yaw)		-0.0050	-0.0048	-0.0049	-0.0049	-0.0048	

(b) $\sigma^2 h/g=0.50 kb=1.93$

ω	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
x_0 (surge)	0.409	0.408	0.404	0.398	0.392	0.387	
y_0 (sway)		0.497	0.496	0.494	0.492	0.491	0.490
$z_0 - \bar{z}_0$ (heave)	-0.148	-0.149	-0.153	-0.159	-0.166	-0.171	-0.173
δ_1 (roll)		0.497	0.495	0.494	0.492	0.491	0.491
δ_2 (pitch)	0.406	0.405	0.404	0.402	0.400	0.398	
δ_3 (yaw)		-0.0161	-0.0161	-0.0160	-0.0158	-0.0157	

(8.3)により求めて示すと Fig. 2 (a), (b) のようである。固定柱状体ではその周辺に沿って Ka の最大値が現われるが、浮体の場合は多少離れた位置に現われる場合が見られ、波の周波数による変化が著しい。

(2) 浮体運動

浮体運動の振幅を入射波向に対して示すと Fig. 3 (a), (b) のようである。 ξ^* (surge) および ω_2^* (pitch) は ω の増加とともに単調に減少し $\omega=90^\circ$ で 0 となり、 η^* (sway) と ω_1^* (roll) は反対であることは常識通りであるが、 ζ^* (heave) は ω の増加とともに減少し、長軸方向からの入射波に対して鉛直運動は小さいことを示している。鉛直軸に関する回転運動 ω_3^* (yaw) は $\omega=0^\circ, 90^\circ$ において 0 で、中間の $\omega \approx 45^\circ$ 付近において最大値を示すことになる。

これらの傾向は $\sigma^2 h/g$ すなわち波長に関係しないが、その絶対値は波長によりかなり変わることになる。すなわち ξ^* は波長が短くなると減少し、反対に ω_2^* は著

しく大きく、 ζ^* は少し大きくなる。これに対して ω_3^* は幾分小さくなる。このような変化は波長の変化に対して単調ではなく、矩形断面浮体の2次元運動からも推察されるように heave, roll, pitch など、特定周波数に対して極大値をもつ。

次に原点 0 (浮体中心位置) における入射波の水面変動 $\zeta_1 = \zeta_0 \cos \sigma t$ に対する浮体運動の位相関係を示すと Table 1 (a), (b) のようである。ここでは、 $x_0, y_0, z_0 - \bar{z}, \delta_1, \delta_3$ はすべてそれぞれ(振幅) $\times \cos(\sigma t + \epsilon)$ としたときの ϵ の値を π を単位として表わし、 δ_2 だけは $-(\text{振幅}) \times \cos(\sigma t + \epsilon)$ としたときの値を示してある。 x_0 (surge) と δ_2 (pitch) とは逆位相、 y_0 (sway) と δ_1 (roll) とは同位相にある。波長が長いときは $x_0, y_0, \delta_1, \delta_2$ の位相はほとんど $\pi/2$ に等しいが、波長が短くなると、長軸方向の変位 y_0 と回転 δ_1 の位相は $\pi/2$ に近いままであるが、短軸方向の変位 x_0 と回転 δ_2 の位相は減少し、入射波の位相に近づく。また δ_3 の位相は波長が長いときは入射波と

ほとんど同じであるが、波長が短くなるとともに入射波よりも遅れて来ることがわかる。

4. む す び

楕円形浮体にいつては上述のようにして浮体運動と流体運動を解析的に求めることができる。ここでは自由浮体の場合を示したが、係留浮体の場合も全く同様である。

また楕円形でなく任意の形のものでもそれが解析関数で与えられるときには、式(4.5)の第3～第5式に現われる最終項の形と、式(7.3)～(7.6)の形を少し変えるだけで同様に計算される。これらの計算については次の機会に示すこととする。

なおこの計算については、九州大学 大学院 博士課程 周 宗仁君の助力を得た。記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 井島武士・田淵幹修・湯村やす：有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変形，土木学会論文報告集，第202号，1972年6月
- 2) 井島武士・田淵幹修・湯村やす：有限水深の波による円柱状浮体の運動，土木学会論文報告集，第206号，1972年10月
- 3) John, F.: On the motion of floating bodies. I., Comm. Pure Appl. Math. 2, 1949
John, F.: On the motion of floating bodies. II., Comm. Pure Appl. Math. 3, 1950
- 4) Kim, W.D.: On the harmonic oscillations of a rigid body on a free surface, J. Fluid Mech., Vol. 21, part 3, 1965
- 5) 井島武士・周宗仁・湯村やす：任意形状の透過及び不透過防波堤による波の散乱，土木学会論文報告集，第225号，1974年5月
- 6) 井島武士・周宗仁・吉田明德・湯村やす：水底および水面付近の任意断面の固定柱状体による波の散乱と波力，土木学会論文報告集，第228号，1974年8月
- 7) 井島武士：有限水深域の構造物及び浮体による波の変形(2次元及び3次元問題)，土木学会水工学夏期研修会論義集，1974年8月