

淡塩水二層境界面における水質混合について

住 友 恒*・山 田 豊 実**
松 岡 讓***・栗 山 由 彦***

1. はじめに

淡塩水二層境界面における水質物質の移送あるいは混合量も表示する方法としては、拡散係数を用いる方法などいくつかの方法があるが、感潮河川の汚濁解析など比較的総括的な取り扱いを念頭におく場合、以下にも示す Keulegan タイプの表示法が簡潔でかつ取り扱いも容易になるので好都合である。特に汚濁解析では流入汚濁物質量の定量精度が他の諸因子に比べ相対的に低いので、上記混合量をいたずらに複雑にすることは必ずしも目的にそぐわない。Keulegan タイプを採用しうの場合、水深、流速を支配する運動の式と水質を支配する水質物質の連続の式の両方をいずれも常微分方程式として特性曲線法によって解きうるなど解法の簡略化にも役立つ^{1),2)}。

ところで Keulegan タイプの表示法を肯定しえても、定量的にはその実験規模など未だ必ずしも全面的に信頼しえないものがある。したがって、この点に関するこれまでの研究諸成果^{3),4),5)}などを十分参照する必要があるが、ただ、各成果によって Keulegan の混合量係数が流速やリチャードソン数、内部フルード数あるいはさらにターリガン数などによってそれぞれにまとめられ、統一

性に欠ける点が若干問題である。いいかえれば上記これらの指標はいずれもが境界面における水質混合を直接支配する因子ではなく、ある直接因子にある程度の影響を持つ間接因子にすぎないことを示しているものと了解することもできよう。そこで本研究では、実験と理論の両側面から境界面での水質混合を直接支配する因子を探るとともに、ひいては Keulegan タイプの表示法に混合機構からみた解釈をも付言しうることを究極の目的とする。

2. 淡塩水二層境界面における水質混合の実験

(1) 実験概要

実験水路は図-1に示す長さ7m、幅30cm、深さ50cmの鉄板製水路を使用し、二成層流としては、抵抗係数、混合量係数、乱れスペクトルの測定時には下層に塩水くさびを作成した。また、内部波測定時には高さ10cmの区切り板で設けた塩水プールを用いた。なお塩水は実験中ポンプにより下流側から補給した。流速の測定には Hot-Film 型流速計を、塩分濃度の測定には白金電極による電導度計を、内部波の測定には電気抵抗線式波高計およびビデオコーダの両者を使用した。なお、ビデオコーダによる波形観測は、水槽ガラス面を通して撮影し、

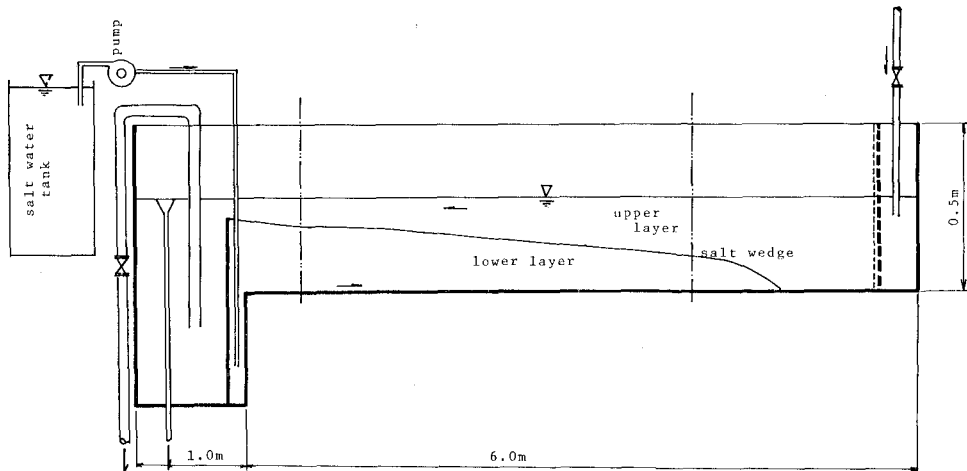


図-1 Experimental Flume

* 正 会 員 工博 京都大学助教授 工学部衛生工学科
** 正 会 員 工修 現・大阪市水道局
*** 学 生 会 員 京都大学大学院学生 衛生工学専攻

結果をガラス面上の 1 cm 角のメッシュに基づき定量化した。

(2) 実験結果

実測された混入速度 u_m を Keulegan の結果とともに

図-2 に示す^{6),7)}。さらに本結果を岸や須賀らと同様に、内部フルード数 F_i 、リチャードソン数 R_i 、さらにはクーリガン数 Ψ によってまとめたのが図-3 から図-5 である。実験時の抵抗係数 f_i を Ψ でまとめたのが図

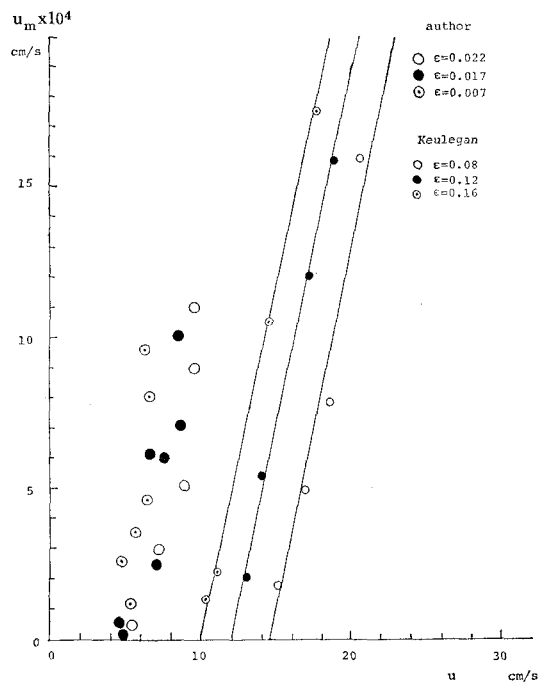


図-2 u_m versus u

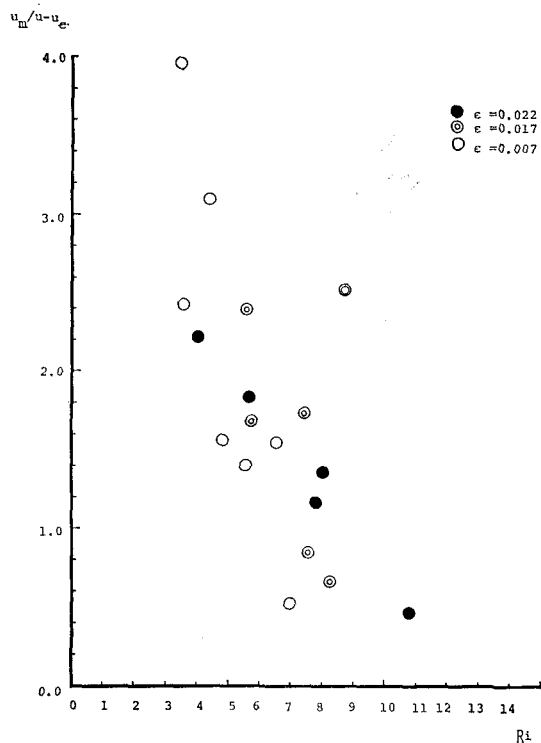


図-4 K versus R_i

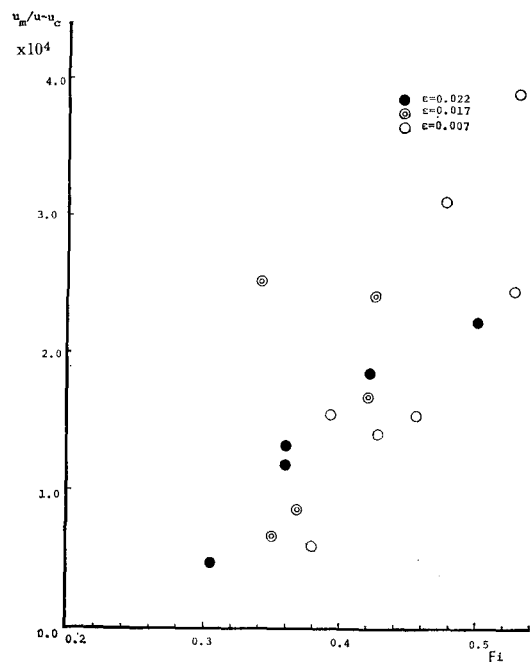


図-3 K versus F_i

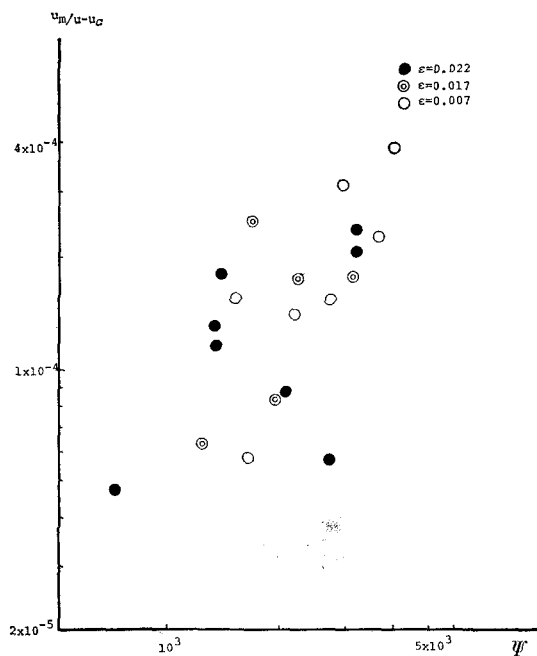


図-5 K versus Ψ

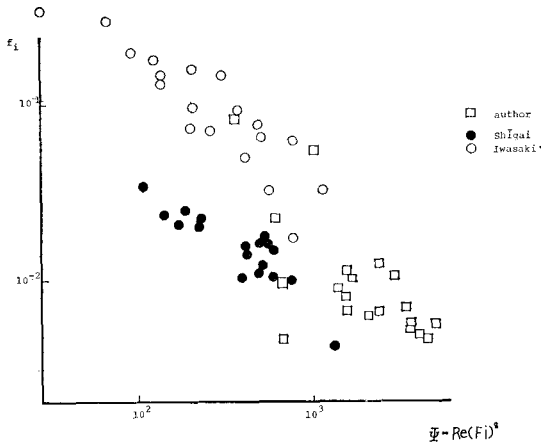


図-6 f_i versus Ψ

—6で、従来の研究とほぼ一致していることがわかる。なお、混入速度 u_m は混合量係数 K を用いて次式で表わされている。

$$u_m = K(u_1 - u_0) \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 u_1 は上層流速、 u_0 は限界流速である。ところで、これらの結果で注目すべきは、図-3から図-5に示す通り、混合量係数 K を F_i , R_i , Ψ のいずれでまともてもそれぞれに一定の傾向を認めうる点である。岸や須賀らの結果の追試たりうること示すと同時に、 F_i , R_i , Ψ のいずれでも表示しようということは、逆に、境界面における混合現象をこれらの指標よりはさらに端的に表示しよう直接的な因子が存在するのではないかと考えざるをえない。その理由は 1. に記した通りである。

(3) 実験の検証と直接指標の探索

上記実験結果と推論をより明確なものにするために、実験自体が正常なものであったか否かの検証も必要であろう。そこで角度をかえて、実験中の流速、濃度、内部波形状の変動特性をも併せ検討しておく。これらの変動特性を取り上げた理由は、これらが境界面における水質混合を直接支配する因子とより密接に関係しているものと類推したことによる。さて、実測した乱れ特性の一例を図-7, 8に示す⁹⁾。図-7は水質および速度のスペクトルであり、図-8は水質・速度のコ・スペクトルである。なおこれらは、くさび先端より4mの点で観測したものである。流速および水質のパワースペクトルは、いずれも低周波側で -3, 高周波側で -5/3 の傾きを示している。また、コ・スペクトルは、Reynolds Flux $\overline{u'c'}$ の周波数分解であり水質混合に重要であるが、本例では -7/3 の傾きを示している。また、図-9に内部波および水質のスペクトルの比較例を示す。本例からは、特に低周波側に密接な関連が存在すると考えられるが、このことは水質混合と内部波特性との依存性を示しているわけである。なお、図-7, 図-8, 図-9に示されるこれら

の乱れ特性は、従来の観測例に矛盾するものではない。以上より、本実験結果が理論的な側面をも満たすば妥当なものであると考える。

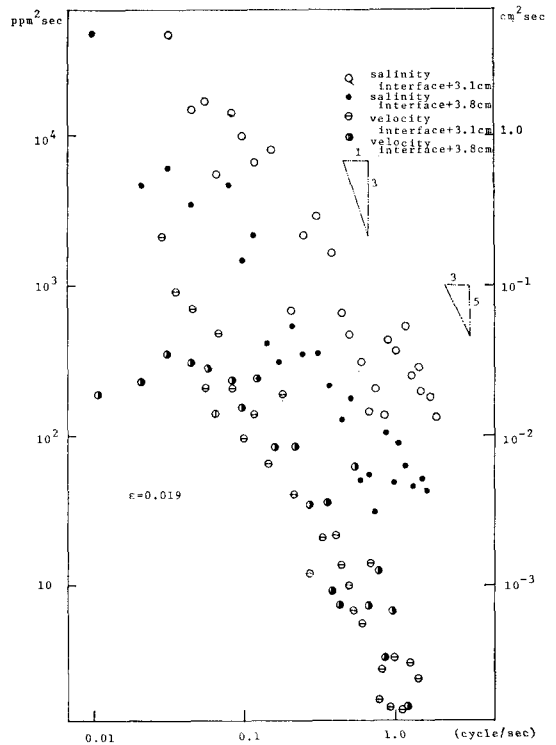


図-7 Spectra of velocity and salinity

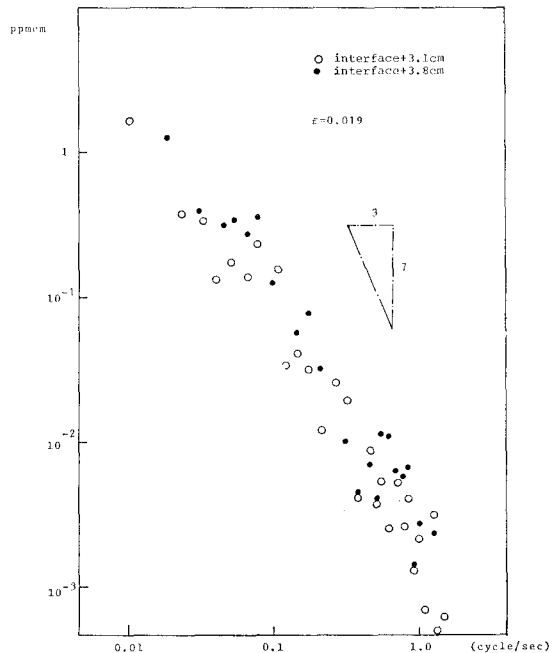
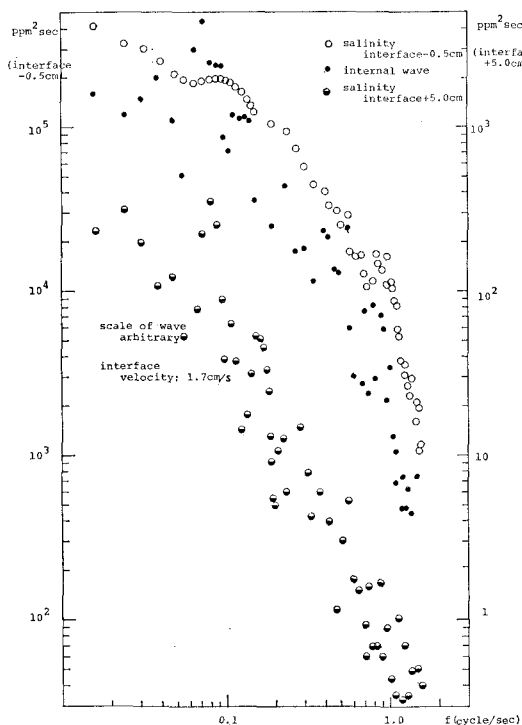


図-8 co-spectra of velocity and salinity



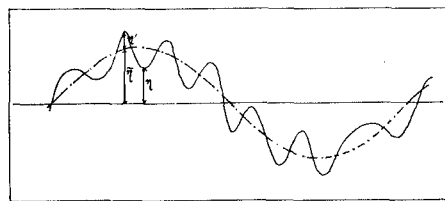
図—9 Spectra of internal wave and salinity

3. 内部波特性による境界面での水質混合量の定量化について

淡塩水二層境界面における水質物質の移送あるいは混合が境界面に発生する内部波特性に大きく影響されるであろうことは Keulegan をはじめ多くの研究者によって指摘されてきた⁷⁾。ただ、いずれも波動運動自体に水質の混合作用があるというよりは砕波段階で混合が開始するという考え方が強い。しかし、濃度差のある場で量的にバランスした水の流出入現象を伴う内部波では、波形が保存された状態でも水質物質の移送が発生しうるのである点を考慮すれば、必ずしも砕波条件に限定する必要はないものとも考えうる。そこで、ここではいくつかの問題を残すけれども、内部波の平均的な波動運動自体にもいかに水質の混合作用があるかを検討してみることにする。当然、局地的な波形の変形が、局所的な波面の破壊ひいては水の流出入に関与するものと考えている。したがって、もし以下の考察を十分検証できれば二層境界面における水質混合現象を F_i , R_i , Ψ などと異なり内部波の特性値自体で直接表示しうようになるものと期待している。

(1) 理論的考察

いま、図—10 に示すように平均的には一点鎖線のごとく規則的な周期関数で表わされる内部波の形状も実際の流れの場では図中に実線で示すように微小な変形を伴うものと考えうる。しかも、この微小な変形が波面の

図—10 η and η'

局部的かつ瞬間的な破壊に至ることもありうると考えてみる。すなわち、波高 $\bar{\eta}$ の平均波は $\bar{\phi}$ なる速度ポテンシャルを有し、波面近くで $\bar{v}$ なる鉛直方向の流速を持つと考えうるのに対し、実際の波はそれぞれに微小な変数を伴ない、 $\eta = \bar{\eta} + \eta'$, $\phi = \bar{\phi} + \phi'$, $v = \bar{v} + v'$ を持つものと表示しうる。ところで、境界面となる内部波の波面では次の境界条件式が成立しているはずである。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{\partial \phi}{\partial y} \quad \text{at } y = \eta \quad (2)$$

上式に η , ϕ および $u = \bar{u} + u'$ を代入して次式をえる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\eta} + \eta') + (\bar{u} + u') \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\eta} + \eta') &= \bar{v} + v' \\ \text{at } y = \bar{\eta} + \eta' & \quad (3) \end{aligned}$$

式(3)を $y = \bar{\eta}$ のまわりで展開し η' の二次以上の項を無視し、さらに一周周期ごとの離散的な量を無限大までとって平均化する。無限大までとれば、 $\bar{\eta}' = 0$, $\bar{v}' = 0$, $\bar{u}' = 0$ の条件より次式をえる。

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} = \bar{v} + u_e \quad \text{at } y = \bar{\eta} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし } u_e &= \frac{\partial v'}{\partial y} \eta' - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \eta' \frac{\partial \eta'}{\partial x} - u' \frac{\partial \eta'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y} \eta' \frac{\partial \eta'}{\partial x} \\ &\quad - \frac{\partial \bar{u}'}{\partial y} \eta' \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} \quad (5) \end{aligned}$$

式(4)は境界面の運動学的条件式の右辺に第2項 u_e が存在することを示唆する。すなわち複雑な境界面の挙動を理想的な波としてモデル化すれば、モデルと実際の差 η' , v' などに起因するみかけの鉛直方向流速 u_e が現われ、これが混入量 q と何らかの関係にあるものと考えてみる。特に式(5)より、 u_e が η' , $\frac{\partial \eta'}{\partial x}$ と関係していることが推論される。 η' は境界面に考えた波からの差、すなわち乱れの程度をあらわし、 $\frac{\partial \eta'}{\partial x}$ は局所的な砕波に関する項とも考えられ、二層境界面の水質混合を波の立場から説明する際にはこれらが重要なパラメータとなりうると考えられる。上で得られた示唆をもとに、具体的に u_e を求めるためには、境界面を微小振幅の波と考え、式(4)において左辺第2項を無視した上で、

$$\bar{\eta} = a \sin(\omega t - kx) \quad (6)$$

$$\bar{\phi} = -ace^{ky} \cos(\omega t - kx) \quad (7)$$

から求める $\bar{v}$ を代入すると次式をえる。ここで、 a は振

幅, $\frac{2\pi}{\sigma}$ は周期, $\frac{2\pi}{k}$ は波長, c は波速, t は時間, x は距離。

$$u_e = (1 - e^{ky}) a \sigma \cos(\sigma t - kx) \dots\dots\dots (8)$$

$x=0$ の点を考え,

$$u_e = (1 - e^{ka \sin \sigma t}) a \sigma \cos \sigma t \dots\dots\dots (9)$$

これを平均すると次式をえる。

$$\bar{u}_e = \frac{1}{2} \frac{1}{2\pi/\sigma} \int_0^{2\pi/\sigma} |u_e| dt = \frac{\sigma}{2\pi k} (e^{ka} - e^{-ka}) - \frac{a\sigma}{\pi} \dots\dots\dots (10)$$

以上の結果, 次のような推論が可能であろう。すなわち, 波面が不規則な実際の波では波面近辺では当然不規則な鉛直方向の流速が発生している。その鉛直方向流速の不規則量が境界面での水質混合に何らかの関係を持つものと考え, その平均量をひとまずみかけの流速 u_e と定義すれば, 混入速度 u_m は u_e と何らかの関係があるものとまとめうる。したがって, いま平均的な波形が正弦波で表わされるような内部波を対象とする場合, u_e は式(10)で表わされることから, 混入速度 u_m は e^{ka} などに関係する値であること, いいかえれば式(1)の K 値は e^{ka} 値などに関連する値であることを類推しうる。

(2) 実験結果による検証

先に示した実験結果から, 各実験ごとに振幅 a を求め, 実験条件から $k \approx 1$ とみなした上で e^{ka} を算定し, 対応する q 値と e^{ka} 値との関係を示したのが 図-11 である。実験数が限られているのであまり明確なことはいえないが, 図から判断する限り混合量係数 K を内部波

の波形特性である a や k で表示しうる可能性を指摘しうる。前述のごとく, K 値を F_i , R_i , Ψ でも表示することは, これらの因子を支配する ρ や u や h などが a や k を支配する因子でもあることを考慮すれば両者の結果に矛盾はない。

4. おわりに

本研究では淡塩水境界面における水質物質の混合量は, 汚濁解析への活用を前提とする限り, Keulegan タイプに表示するのが好都合であることを指摘するとともに, この表示に必要な混合量係数に関する実測結果をいくつか従来の結果に追加した。さらにその定量結果の表示に当っては内部フルード数やリチャードソン数, さらにはクーリガン数を用いることもさることながら, 振幅などの内部波特性値で表示する方が望ましいのではないかという一つの提言を試みたものである。検討過程でいくつか大胆な仮定や近似を用いている関係上, 今後さらに詳細に検証すべき問題を残しているが, 標題に関する今後の研究課題として一つの興味ある方向を示したものと考えている。

最後に, 本研究実施に当り指導頂いた京都大学工学部衛生工学教室 末石富太郎教授に感謝するとともに, 実験に便宜を計って頂いた同土木工学教室海岸工学研究室各位に謝意を表わす。さらに, 研究実施に全面的に協力頂いた研究生, 白湯良一氏に心から感謝の意を表わす。

参 考 文 献

- 1) 住友: 鉛直方向の速度勾配の大きい流れにおける水質分散の近似解法, 土木学会第28回年次学術講演会, 1973年10月
- 2) 末石・住友・山田: 感潮河川における汚濁の解析, 土木学会第28回年次学術講演会, 1973年10月
- 3) 岸・加藤: 二層流の風による混合に関する研究, 土木学会第14回海岸工学講演会, 1967年
- 4) 須賀・高橋: 塩水くさびに関する大型水路実験による二・三の考察, 土木学会第26回年次学術講演会, 1971年
- 5) 中村・稲松: 神通川河口の塩水くさびについて, 土木学会第13回海岸工学講演会, 1966年
- 6) 山田: 淡塩水二層流の混合に関する研究, 京都大学修士論文, 1973年3月
- 7) Keulegan G. H.: Interfacial instability and mixing in stratified flow, Jour. Res. Nat. Bur. Stand., Vol. 43, 1949
- 8) 末石・住友・松岡: 二層境界面における水質混合について, 土木学会第28回年次学術講演会, 1973年10月
- 9) 栗山: 境界面における水質混合に関する基礎的研究, 京都大学卒業論文, 1974年3月

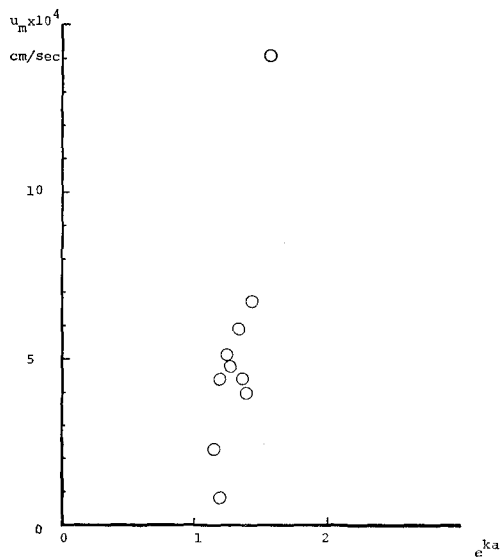


図-11 u_m versus e^{ka}