

# 有限水域における透過及び不透過島堤による 波の散乱 (理論解と実験)

井 島 武 士\*・周 宗 仁\*\*

## 1. はしがき

本文は著者<sup>1)</sup>が発表した理論解について検証実験を行い、その結果と理論結果を比較するものである。本研究室の実験水路は幅 1 m で延長 25 m の二次元造波水路であるので、水路壁の影響は非常に大きく無視できないため、本文はまず、水路壁の影響を考慮した場合の理論解析の方法を示し、数値計算によりモデル島堤の周辺の波高分布を求め、これについて実験を行った結果を示し、実験と計算結果についての考察を述べたものである。

## 2. 理論解析 (透過堤体の場合)

水深一定の実験水路に鉛直側面をもつ任意形状の透過性モデル島堤がある場合、一定周期の正弦波が入射するとする。図-1 のように、水路壁、堤体との距離を充分大きく取った仮想境界線及び堤体の幾何学的境界線によ

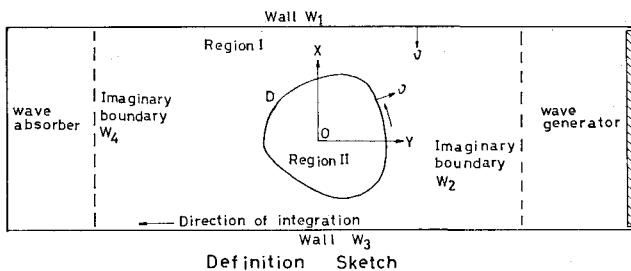


図-1

り流体域を堤外域 (I) と堤内域 (II) に分け、堤体内部での流体運動は流速に比例する抵抗を受ける空隙物質内の運動と仮定することにより、速度ポテンシャルをもつことになる。堤外域の流体運動は自由表面をもつ完全流体の微小振幅波運動であるから、両者における運動は共に  $\Phi(x, y, z)e^{-i\omega t}$  の形の速度ポテンシャルをもち、 $\Phi$  は次の Laplace の方程式を満足する。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots \quad (2.1)$$

外域 (I) 及び内域 (II) で、式 (2.1) の一般解は次のようにになる。

$$\begin{aligned} \Phi_1(x, y, z) &= \frac{g\zeta_0}{\sigma} \left[ \{f_0(x, y) + f_1(x, y)\} \right. \\ &\quad \times \left. \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(x, y) \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \right] \end{aligned} \quad \dots \quad (2.2)$$

$$\Phi_2(x, y, z) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \sum_{s=1}^{\infty} f_3^{(s)}(x, y) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \quad \dots \quad (2.3)$$

ここで、 $k$ ,  $k_n$ ,  $\bar{k}_s$  は次の式で決まる固有値である。

$$\left. \begin{aligned} kh \tanh kh &= -k_n h \tan k_n h \\ &= \sigma^2 h / g \quad (n=1, 2, 3, \dots) \\ \bar{k}_s h \tanh \bar{k}_s h &= (1+iV\mu/\sigma) \cdot \sigma^2 h / g \\ &= (s=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (2.4)$$

また  $f_1$ ,  $f_2^{(n)}$  および  $f_3^{(s)}$  はそれぞれ次の Helmholtz の方程式を満足すべき関数である。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_1}{\partial y^2} + k^2 f_1 &= 0 \\ \frac{\partial^2 f_2^{(n)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_2^{(n)}}{\partial y^2} - k_n^2 f_2^{(n)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial^2 f_3^{(s)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_3^{(s)}}{\partial y^2} + \bar{k}_s^2 f_3^{(s)} = 0 \quad \dots \quad (2.6)$$

Green の定理によって、 $f_1$  および  $f_2^{(n)}$  は次の積分方程式を満足する関数である。

$$\begin{aligned} f_1(x, y) &= -\frac{1}{2} \int_{W_1+W_2+W_3+W_4+D} \left[ f_1(\xi, \eta) \cdot \frac{\partial}{\partial \nu} \left( -\frac{1}{2} i H_0^1(kr) \right) \right. \\ &\quad \left. - \left( -\frac{1}{2} i H_0^1(kr) \right) \cdot \frac{\partial}{\partial \nu} f_1(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \quad \dots \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} f_2^{(n)}(x, y) &= -\frac{1}{2} \int_{W_1+W_2+W_3+W_4+D} \left[ f_2^{(n)}(\xi, \eta) \cdot \frac{\partial}{\partial \nu} \left( -\frac{1}{\pi} K_0(k_n r) \right) \right. \\ &\quad \left. - \left( -\frac{1}{\pi} K_0(k_n r) \right) \frac{\partial}{\partial \nu} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \quad \dots \quad (2.8)$$

上式で  $(\xi, \eta)$  は水路壁  $W_1$ ,  $W_3$ , 仮想境界線  $W_2$ ,  $W_4$

\* 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木学教室  
\*\* 学生会員 九州大学大学院博士課程

および堤体の境界線  $D$  上の点の座標を表わし、外域の任意点  $(x, y)$  との距離  $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$  である。またコーシーの積分定理により点  $(x, y)$  が  $(\xi, \eta)$  になったときは、次の関係式を得る。

$$\begin{aligned} f_1(\xi, \eta) &= - \int_{W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + D} \\ &\quad \left[ f_1(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left( -\frac{1}{2} i H_0^1(kr) \right) \right. \\ &\quad \left. - \left( -\frac{1}{2} i H_0^1(kr) \right) \frac{\partial}{\partial \nu} f_1(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} f_2^{(n)}(\xi, \eta) &= - \int_{W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + D} \\ &\quad \left[ f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left( -\frac{1}{\pi} K_0(k_n r) \right) \right. \\ &\quad \left. - \left( -\frac{1}{\pi} K_0(k_n r) \right) \frac{\partial}{\partial \nu} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \quad (2.10)$$

同様に  $f_3^{(s)}$  は内域(II)のみに存在するから、次の積分方程式を満足する。

$$\begin{aligned} f_3^{(s)}(x, y) &= \frac{1}{2} \int_D \left[ f_3^{(s)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left( -\frac{1}{2} i H_0^1(\bar{k}_s r) \right) \right. \\ &\quad \left. - \left( -\frac{1}{2} i H_0^1(\bar{k}_s r) \right) \frac{\partial}{\partial \nu} f_3^{(s)}(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} f_3^{(s)}(\xi, \eta) &= \int_D \left[ f_3^{(s)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left( -\frac{1}{2} i H_0^1(\bar{k}_s r) \right) \right. \\ &\quad \left. - \left( -\frac{1}{2} i H_0^1(\bar{k}_s r) \right) \frac{\partial}{\partial \nu} f_3^{(s)}(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \quad (2.12)$$

堤体の幾何学的境界線  $D$  上の任意点  $(\xi, \eta)$  においては、外域(I)と内域(II)の流体運動による mass flux と energy flux の連続性が成り立たねばならないため、次の関係式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_1(\xi, \eta, z)_D}{\partial \nu} &= \frac{\partial \Phi_2(\xi, \eta, z)_D}{\partial \nu} \\ \Phi_1(\xi, \eta, z)_D &= \frac{1+i\mu V/\sigma}{V} \Phi_2(\xi, \eta, z)_D \end{aligned} \quad (2.13)$$

上式に式(2.2), (2.3)を代入すると次のようになる。

$$\begin{aligned} &\left[ \frac{\partial}{\partial \nu} f_0(\xi, \eta) + \frac{\partial}{\partial \nu} f_1(\xi, \eta) \right]_D \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \nu} f_2^{(n)}(\xi, \eta)_D \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \\ &= \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \nu} f_3^{(s)}(\xi, \eta) \frac{\cosh \bar{k}_s(h+z)}{\cosh \bar{k}_s h} \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} &[f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta)]_D \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(\xi, \eta)_D \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \end{aligned}$$

$$= \sum_{s=1}^{\infty} f_3^{(s)}(\xi, \eta)_D \frac{\cosh \bar{k}_s(h+z)}{\cosh \bar{k}_s h} \quad (2.15)$$

$\cosh k(h+z)$ ,  $\cos k_n(h+z)$  が  $0 \geq z \geq -h$  で完全直交関数系であることにより、上式の各項に  $\cosh k(h+z)$  または  $\cos k_n(h+z)$  を乗じて積分すると、次の関係式を得る。

$$\left. \begin{aligned} f_1(\xi, \eta)_D &= - \left[ f_0(\xi, \eta)_D + \frac{\alpha}{N_0} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{f_3^{(s)}(\xi, \eta)}{1 - (\bar{\lambda}_s/\lambda_0)^2} \right] \\ f_2^{(n)}(\xi, \eta)_D &= - \frac{\alpha}{N_n} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{f_3^{(s)}(\xi, \eta)}{1 + (\bar{\lambda}_s/\lambda_n)^2} \\ \frac{\partial}{\partial \nu} f_1(\xi, \eta)_D &= - \left[ \frac{\partial}{\partial \nu} f_0(\xi, \eta)_D \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta}{N_0} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\partial f_3^{(s)}(\xi, \eta)/\partial \nu}{1 - (\bar{\lambda}_s/\lambda_0)^2} \right] \\ \frac{\partial}{\partial \nu} f_2^{(n)}(\xi, \eta)_D &= - \frac{\beta}{N_n} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\partial f_3^{(s)}(\xi, \eta)/\partial \nu}{1 + (\bar{\lambda}_s/\lambda_n)^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

ここで

$$\begin{aligned} \alpha &= i \frac{\mu}{\sigma} \left( 1 + i \frac{V\mu}{\sigma} \right), \quad \beta = i \frac{V\mu}{\sigma} \\ \lambda_0 &= kh, \quad \lambda_n = k_n h, \quad \bar{\lambda}_s = \bar{k}_s h \\ N_0 &= \frac{1}{2} (1 + 2\lambda_0 / \sinh 2\lambda_0) \\ N_n &= \frac{1}{2} (1 + 2\lambda_n / \sin 2\lambda_n) \end{aligned}$$

水路壁  $W_1$  および  $W_3$  上では、法線方向の流速が零の条件から

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial}{\partial \nu} \Phi_1(\xi, \eta, z) \right]_{W_1} &= 0 \\ \left[ \frac{\partial}{\partial \nu} \Phi_2(\xi, \eta, z) \right]_{W_3} &= 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

すなわち

$$\left. \begin{aligned} &\left[ \frac{\partial}{\partial \nu} f_0(\xi, \eta) + \frac{\partial}{\partial \nu} f_1(\xi, \eta) \right]_{W_1} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \nu} f_2^{(n)}(\xi, \eta)_{W_1} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} = 0 \\ &\left[ \frac{\partial}{\partial \nu} f_0(\xi, \eta) + \frac{\partial}{\partial \nu} f_1(\xi, \eta) \right]_{W_3} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \nu} f_2^{(n)}(\xi, \eta)_{W_3} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

式(2.18)に  $\cosh k(h+z)$  または  $\cos k_n(h+z)$  を乗じて積分すると、次の関係式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \nu} f_1(\xi, \eta)_{W_1} &= - \frac{\partial}{\partial \nu} f_0(\xi, \eta)_{W_1} \\ \frac{\partial}{\partial \nu} f_1(\xi, \eta)_{W_3} &= - \frac{\partial}{\partial \nu} f_0(\xi, \eta)_{W_3} \end{aligned} \quad (2.19)$$



$$\left. \begin{aligned} & \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\{\bar{F}_s^{(s)}\}}{1-(\lambda_s/\lambda_0)^2} [\alpha\{H^{(s)}\} - \beta\{H_{22}\}] \\ & = -N_0[\{F_0\}_D - \{H_{21}\}\{\bar{F}_0\}_{W_1} - \{H_{22}\}\{\bar{F}_0\}_D \\ & \quad - \{H_{23}\}\{\bar{F}_0\}_{W_3}] \\ & \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\{\bar{F}_s^{(s)}\}}{1+(\lambda_s/\lambda_n)^2} [\alpha\{H^{(s)}\} - \beta\{K^{(n)}\}\{U\}] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (2.32)$$

式(2.32)は堤体の境界線  $D$  上の  $\partial f_s^{(s)}/\partial \nu$  に関する連立一次方程式である。これを解いて  $\partial f_s^{(s)}/\partial \nu$  が確定し、式(2.27)により  $f_s^{(s)}$  が決まり、そして式(2.16)により境界線  $D$  上の  $f_1$ ,  $\partial f_1/\partial \nu$ ,  $f_2^{(n)}$  及び  $\partial f_2^{(n)}/\partial \nu$  が決まり、式(2.22), (2.23)および(2.24)から外域 I および内域 II の任意点に対する  $f_1(x, y)$ ,  $f_2^{(n)}(x, y)$  および  $f_3^{(s)}(x, y)$  が決まる。このようにして、各領域の任意点における速度ポテンシャルが確定し、各点での回折係数  $K_d$  は次のように決まる。

$$K_d^{(1)} = |f_0(x, y) + f_1(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(x, y)| \quad (2.33)$$

$$K_d^{(2)} = \left| \frac{1+i\mu V/\sigma}{V} \sum_{s=1}^{\infty} f_3^{(s)}(x, y) \right| \quad (2.34)$$

### 3. 理論解析(不透過堤体の場合)

不透過堤の場合には、流体域は外域 I のみで、その速度ポテンシャルは次のようになる。

$$\phi(x, y, z) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} (f_0(x, y) + f_1(x, y)) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \quad (3.1)$$

水路壁  $W_1$ ,  $W_3$  および堤体の幾何学的境界線  $D$  では法線方向の流速が零の条件から

$$\frac{\partial \phi}{\partial \nu} = 0 \quad \text{したがって} \quad \frac{\partial}{\partial \nu} f_1(\xi, \eta) = -\frac{\partial}{\partial \nu} f_0(\xi, \eta) \quad (3.2)$$

この関係式を式(2.25)に代入すると

$$\{F_1\} = -\{H\}\{\bar{F}_0\} \quad (3.3)$$

これは水路壁  $W_1$ ,  $W_3$  および堤体の境界線  $D$  での  $f_1$  に関する連立一次方程式である。これを解いて  $f_1$  が求められ、式(2.22)により、任意点  $(x, y)$  における  $f_1(x, y)$  が決まり、各点における回折係数  $K_d$  は次のようにある。

$$K_d = |f_0(x, y) + f_1(x, y)| \quad (3.4)$$

### 4. 数値計算

例として長軸  $b$  で短軸  $a$  の橿円柱および長さ  $2b$  で幅  $2a$  の矩形柱堤体について  $\sigma^2 h/g = 0.5$ ,  $b/h = 1.0$ ,  $a/b = 0.5$  として計算結果を示す。水路壁  $W_1$  および  $W_3$  に

20個ずつの短い要素を配置し(相隣る点の距離が入射波長の  $1/8$  となる)、堤体の境界線  $D$  上では、橿円と矩形と共に 16 個の短い要素を配置し(相隣る点の最大距離が入射波長の  $1/10$  程度となる)、合計 56 個の短い要素とする。また透過堤の場合は  $V=0.5$ ,  $V\mu/\sigma=1.0$  とし、 $n=1$ ,  $s=2$  とする。

### 5. 実験

長さ 25m, 幅 1m, 高さ 60cm の 2 次元造波水路において、橿円および矩形状堤体について実験を行った。橿円の場合は長軸  $b=20$ cm, 短軸  $a=10$ cm, 矩形の場合は長さ  $2b=40$ cm で幅  $2a=20$ cm とした。かくして透過堤として金網のわくにプラスチック製の異形プロック(合掌プロック模型)を詰めたものを用い、抵抗線式波高計を用いて各点の回折係数を測定した。水深を一定( $h=20$ cm)とし、 $\sigma^2 h/g=0.5$ (周期  $T=1.27$ 秒)の波に対して、透過および不透過の矩形および橿円柱状島堤により波の変形を測定した。かくして透過堤体の場合は空隙率  $V=0.4$ 。実験方法としては、前述の解析法の仮定に一致させ、造波板および消波装置の反射影響を現われないように、波を 10 波起して、ある点の波高を測定し、水面が静止してから同じような手続で次の点の波高を測定し、各点での測定值を入射波の波高で割って、各点の回折係数  $K_d$  を求める。

### 6. 実験と計算結果に対する考察

まず、不透過堤の場合について、図-2 および 3 にお

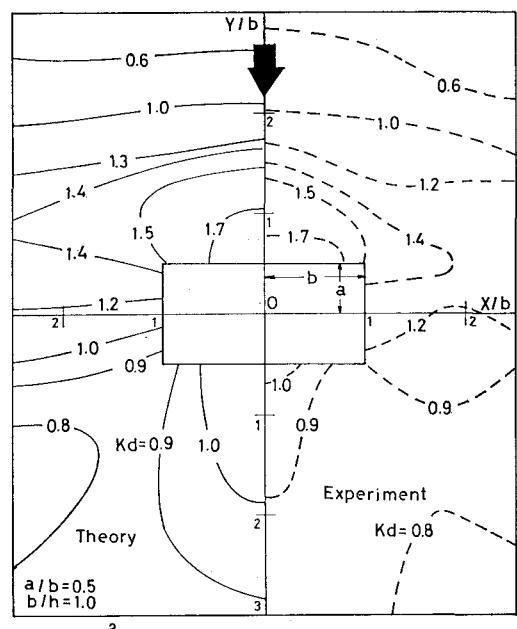


図-2

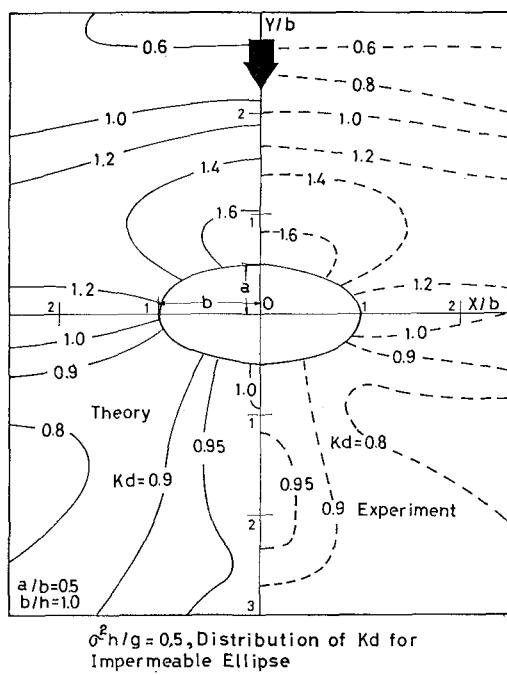


図-3

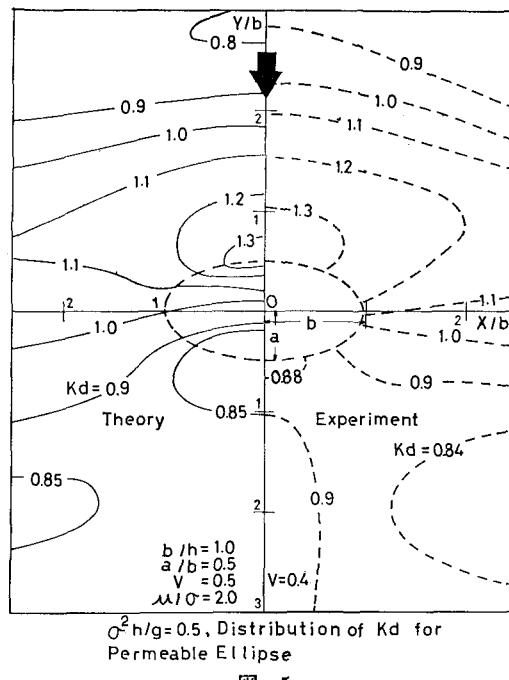


図-5

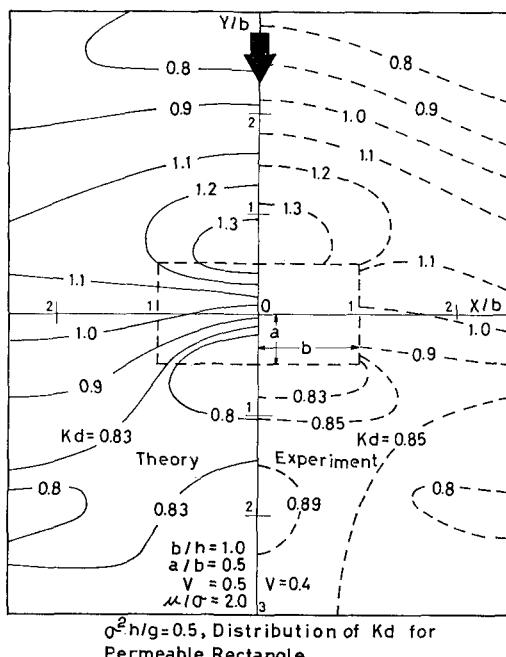


図-4

いて、実線は理論値、破線は実験値を示している。堤体前面の波の回折分布はほぼ一致しているが、堤体後面の回折分布はややずれている傾向が見られている。特に梢円柱の場合には堤体よりちょっと離れたところには、計

算値より実験値が少し高くなる傾向がある。これは消波装置の反射が多少影響しているためと思われる。図-4および5は透過堤の場合を示し、各図で実線は理論値、破線は実験値を示した。実験結果の傾向は不透過堤の場合とほぼ同じである。堤体前面の回折分布は理論値と良く一致するが堤体後面の分布は少し乱れている傾向が表わしている。

また透過堤の場合は、実験に用いた実測空隙率  $V=0.40$  が、理論計算では  $V$  と  $\mu/\sigma$  がいずれも仮想の量であると考えてよく、適当な組合せを仮定し、それぞれの計算結果と実験結果を比べて、最適値を見出すことができる。今回の場合は  $V=0.5$ ,  $\mu/\sigma=2.0$  が適当であることがわかる。

## 7. むすび

実験結果と計算結果との一致により、ここに述べた解析法の妥当なことが確められた。問題は  $V$  および  $\mu/\sigma$  の値の選び方にあり、この点についてなお詳細の研究を行う予定である。

## 参考文献

- 1) 井島武士・周宗仁・湯村やす・田淵幹修(1973): 任意形状の透過及不透過防波堤による波の散乱と波力、土木学会第20回海岸工学講演会論文集。