

鉛直壁背後域への波の透過に関する研究

金山和雄*・藤原輝男*・田中宏平**・戸原義男**

1. まえがき

海底との間に自由空間を有する構造物、海面との間に自由空間を有する構造物、たとえば前者ではカーテン防波堤、浮防波堤、後者では潜堤、Stepなどがあげられる。これらの構造物に波が入射した場合、どの程度の波がこれにより反射され、背後域にどの程度透過するかについて研究を進めた。この透過率および反射率について適正な評価ができれば、これら構造物の規模決定に有用である。そこで一般に良く知られている有限振幅波理論を用い、有限水深の下で、運動量保存則の観点から理論を展開し透過率、反射率に関して新しい理論的取扱いを得た。

2. 従来の研究

この種の問題を最初に手がけたのは Ursell・F であり 1947 年に次のような理論的厳密解を発表した¹⁾。

$$K_T = \frac{K_1(2\pi d/L)}{\sqrt{\pi^2 I_1^2(2\pi d/L) + K_1^2(2\pi d/L)}} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 I_1 , K_1 : 次数 1 の第 1 種および第 2 種の Modified Bessel Function, d : 鉛直壁の静水面下の長さ, L : 波長

式 (1) は無限水深の下で、微小振幅波理論を用いて得たものである。森平らは 1964 年、有限水深に対しても適用できるように式 (1) に修正を加え次式を発表した²⁾。

$$K_T = \frac{F(d/L) - F(h/L)}{1 - F(h/L)},$$

$$F(x) = \frac{K_1(2\pi x)}{\sqrt{\pi^2 I_1^2(2\pi x) + K_1^2(2\pi x)}} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 h は前面水深である。式 (1) に対し Wiegel, R. L. は 1960 年有限水深の下で微小振幅波理論を用い、エネルギー保存則の立場から次式を発表した³⁾。

$$K_T = \sqrt{\frac{\sinh 2k(h-d) + 2k(h-d)}{\sinh 2kh + 2kh}} \dots\dots\dots (3)$$

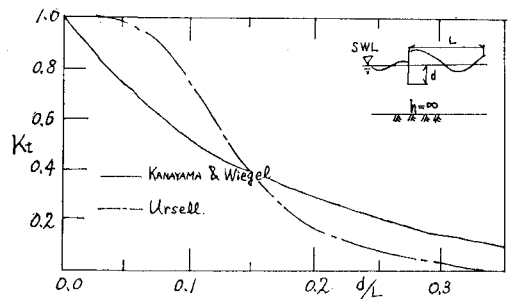
Wiegel は積分の近似に Bessel Function を用い上式を導いたが同じ結果を双曲線関数を直接積分しても得られる。

これに対して著者は有限水深の下で有限振幅波理論を用い、運動量保存則の立場からこれら構造物による透過率及び反射率に関して次式を導いた。

$$K_T = 4 \sqrt{\frac{\sinh 4k(h-d) + 4k(h-d)}{\sinh 4kh + 4kh}},$$

$$K_R = 4 \sqrt{\frac{\sinh 4kh - \sinh 4k(h-d) + 4kd}{\sinh 4kh + 4kh}} \dots (4)$$

式 (4) は Wiegel の欠点である、長波性の波において実際とあわないと言う点を充分補うことが実験により確かめられた。図—1 は著者の式 (K_T) と Wiegel の式を無限水深に適用し、Ursell の式と対比したものである。著者と Wiegel の式は無限水深では一致し、Ursell と比較して d/L が小の時は小さい値を、 d/L が大の時は大きな目の透過率を与えることがいえる。

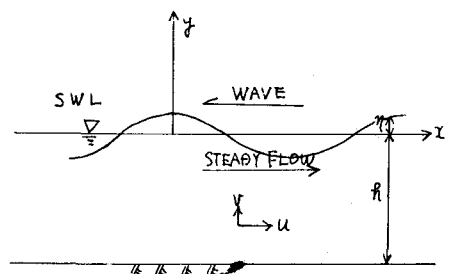


図—1 Transmission coefficient curve ($h=\infty$)

3. 理論的考察

(1) 有限振幅浅水波による運動量輸送^{4),5),6)}

流体は非圧縮完全流体とし、流体運動は非回転と仮定する。速度ポテンシャル ϕ , および流れ関数 ψ は 図—2



図—2 Notation and definition of symbols

* 正会員 山口大学工学部土木工学科

** 正会員 九州大学農学部農業工学科

に示す座標の下では次式を満足する。

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \dots\dots\dots (5)$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \dots\dots\dots (6)$$

式(5), (6)を満足しかつ水底の条件 $v=(\partial \phi / \partial y)_{y=-h}=0$ を満たす ϕ, ψ に対し佐藤は次式を与えこの理論を展開している。

$$\phi = cx - c\beta \cosh kh(h+y) \sin kx \dots\dots\dots (7)$$

$$\psi = cy - c\beta \sinh kh(h+y) \cos kx \dots\dots\dots (8)$$

水表面の条件 $y=\eta$ で $\phi=0$ を式(8)に用い、さらに η をべき級数に展開すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \eta &= \beta \sinh kh(h+\eta) \cos kx \\ &= \left(\sinh kh + k\eta \cosh kh + \frac{k^2 \eta^2}{2!} \sinh kh + \dots \right) \\ &\quad \times \beta \cos kx \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

式(9)は定常流の波形の式であり、逐次近似により η を求め x の正方向に進行する波を考えると水面波形に対して次式を得る。

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1}{2} ka^2 \coth kh + a \cos k(x-ct) \\ &\quad + \frac{1}{2} ka^2 \coth kh \cos 2k(x-ct) \\ &\quad + \frac{1}{4} k^2 a^3 \left(\coth^2 kh + \frac{1}{2} \right) \cos 3k(x-ct) + \dots \\ &\dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

同様に $y=-d(d<h)$ に対応する水中波形 η' は式(8)において $y=\eta'-d$, $\phi=cd$ とおくことにより次式のように求まる。

$$\eta' = \beta \sinh k(h-d+\eta') \cos kx \dots\dots\dots (11)$$

式(11)と式(9)の比較により同様の方法で水中波形 η' は次式となる。

$$\begin{aligned} \eta' &= \frac{1}{2} kr^2 \coth k(h-d) + r \cos kx \\ &\quad + \frac{1}{2} kr^2 \coth k(h-d) \cos 2kx \\ &\quad + \frac{1}{4} k^2 r^3 \left\{ \coth^2 k(h-d) + \frac{1}{2} \right\} \cos 3kx \\ &\dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ここに、

$$r = a \{ \sinh k(h-d) / \sinh kh \}$$

よって $\phi=0$, $\phi=cd$ なる波の間で、正方向への一様流れの有する運動量は一波長当り次式で与えられる。

$$\begin{aligned} M_{\eta} &= \rho cdL + \frac{1}{2} ka^2 \rho cL \\ &\quad \times \left\{ \coth kh - \frac{\sinh k(h-d) \cosh k(h-d)}{\sinh^2 kh} \right\} \\ &\dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

同様に定常波流のそれは次式となる。

$$M_{sw} = - \int_0^L \int_{\phi=cd}^{\phi=0} \rho \frac{\partial \phi}{\partial y} dx dy = \rho cdL \dots\dots\dots (14)$$

ゆえに c なる速度で伝播する波が水表面と $y=d$ の間で有する一波長当りの運動量は式(13), (14)より次のようになる。

$$M' = \pi \rho a^2 c \left\{ \coth kh - \frac{\sinh k(h-d) \cosh k(h-d)}{\sinh^2 kh} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

水深にわたっての一波長の有する運動量は次式となる。

$$M = \pi \rho a^2 c \coth kh \dots\dots\dots (16)$$

有限振幅浅水波は一波長当り波の進行方向に式(16)なる運動量を有しているのである。

この運動量の分布は式(15)より次式となる。

$$m' = \frac{\pi \rho c k a^2}{\sinh^2 kh} \cosh 2k(h-d) \dots\dots\dots (17)$$

この種の波は一周期後には水の実質を波の進行方向に移動せしめるのであって、その移動速度は一波長について次式で表示される。

$$u' = \frac{1}{\rho L} \frac{\partial M'}{\partial d} = ck^2 a^2 \frac{\cosh 2k(h-d)}{2 \sinh^2 kh} \dots\dots\dots (18)$$

よって水表面から水底の間で一周期の間に輸送される運動量は $m'u'$ を積分することにより次式で与えられる。

$$M_I = \frac{\rho c^2 k^2 H^4}{256 \sinh^4 kh} (\sinh 4kh + 4kh) \dots\dots\dots (19)$$

一方水底と任意水深 d との間を通して輸送される運動量 M_T は同様の方法で次式となる。

$$M_T = \frac{\rho c^2 k^2 H^4}{256 \sinh^4 kh} \{ \sinh 4k(h-d) + 4(h-d) \} \dots\dots\dots (20)$$

一方水面と任意水深 d との間を通して輸送される運動量 M_R は次式となる。

$$\begin{aligned} M_R &= \frac{\rho c^2 k^2 H^4}{256 \sinh^4 kh} \{ \sinh 4kh - \sinh 4k(h-d) \\ &\quad + 4kd \} \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

次に Wiegel の理論と著者の理論との対比の意味を含めて、波のエネルギー分布、運動量の分布について考察する。図-3, 4 はおのおの運動量、エネルギーの分布を相対水深 h/L をパラメーターとして、無次元化して表示したものである。これによると相対水深が大きいほど、運動量、エネルギーともに水表面に集中する傾向を示し、長波性の波においては両者とも分布が平滑化されるが、エネルギー分布は長波性の波においても水深による変化が大きい。それに比して運動量の分布は相対水深が小さくなると一様分布に近い性状を呈している。このエネルギー分布の性状からエネルギー保存則を用いた

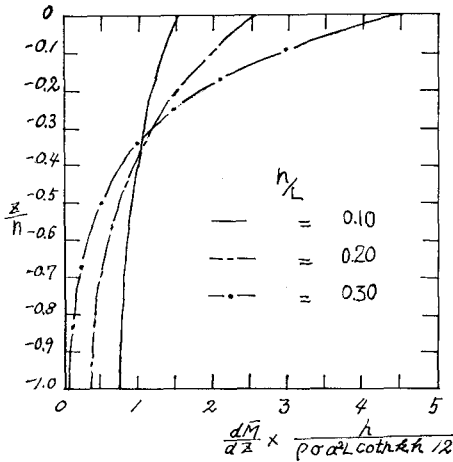


図-3 Momentum distribution

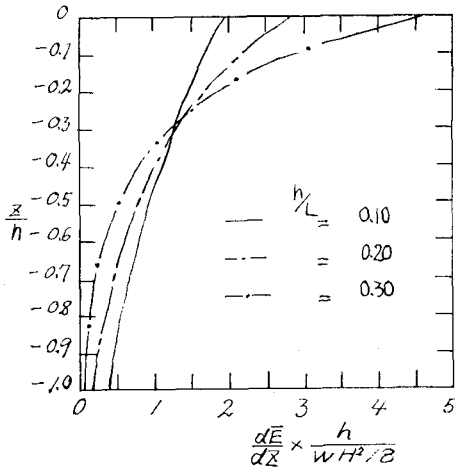


図-4 Vertical wave energy distribution

Wiegel の理論値が長波性の波において小さ目の値を与えることが理解できると同時に運動量保存則を適用することによりこの欠点が補えることが推察できよう。

(2) 透過率および反射率の定義

3. (1) で述べた理論に基づき、図-6, 7 に示す構造物前面での波の反射率および背後域への波の透過率について考察する。まず次の仮定をもうける。

1. 入射波は規則波とする。
2. 図-5 に示すように入射波が構造物壁面 (0~d) まで入射する。

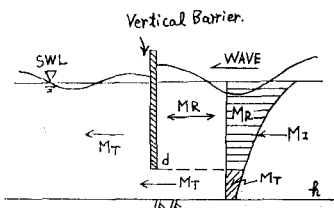


図-5 Notation and definition of symbols

で有する運動量はすべて反射され反射波を形成する。

3. 構造物背後域に形成される透過波は自由空間を通して輸送された運動量 (\$M_T\$) によるものとする。

4. 構造物による運動量の損失係数を \$f\$ とする。

a) 水底と構造物間に自由空間を有する場合

図-6 (a), (b) なる構造物に波が入射した場合について考察する。入射波高を \$H_I\$、反射波高を \$H_R\$、透過波高を \$H_T\$ とする。入射波、反射波、透過波の運動量輸送量をおおの \$M_I, M_R, M_T\$ とすれば式 (19) よりそれぞれ次式のように表示される。

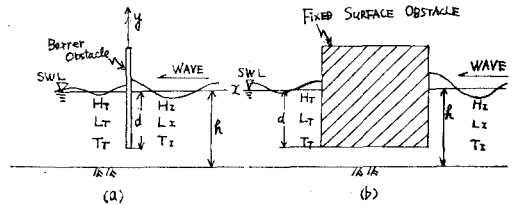


図-6 Definition Sketch of Surface Obstacle

$$M_I = \frac{\rho c^2 k^2 H_I^4}{256 \sinh^4 kh} (\sinh 4 kh + 4 kh) \quad \dots\dots (22)$$

$$M_R = \frac{\rho c^2 k^2 H_R^4}{256 \sinh^4 kh} (\sinh 4 kh + 4 kh) \quad \dots\dots (23)$$

$$M_T = \frac{\rho c^2 k^2 H_T^4}{256 \sinh^4 kh} (\sinh 4 kh + 4 kh) \quad \dots\dots (24)$$

式 (23), (24) に示す反射波、透過波のもつ運動量輸送量は入射波の有するその一部であるから、仮定 2, 3 よりこれらを入射波高 \$H_I\$ を用いて示すと式 (20), (21) より次式を得る。

$$M_R = \frac{\rho c^2 k^2 H_I^4}{256 \sinh^4 kh} \{ \sinh 4 kh - \sinh 4 k(h-d) + 4 kd \} \quad \dots\dots (25)$$

$$M_T = \frac{\rho c^2 k^2 H_I^4}{256 \sinh^4 kh} \{ \sinh 4 k(h-d) + 4 k(h-d) \} \quad \dots\dots (26)$$

運動量保存則より \$M_I, M_T, M_R\$ の間には次の関係が成立する。

$$M_I = M_T + M_R + f M_I \quad \dots\dots (27)$$

両辺を \$M_I\$ で除すと

$$(1-f) = \frac{M_T}{M_I} + \frac{M_R}{M_I} \quad \dots\dots (28)$$

上式に式 (22), (23), (24) を用いれば

$$(1-f) = \left(\frac{H_T}{H_I} \right)^4 + \left(\frac{H_R}{H_I} \right)^4 = K_T^4 + K_R^4 \quad \dots\dots (29)$$

ここに、\$K_T\$ は透過率、\$K_R\$ は反射率、すなわち透過率 \$K_T\$、反射率 \$K_R\$ として次の関係式を得る。

$$K_T = \sqrt[4]{\frac{M_T}{M_I}}, \quad K_R = \sqrt[4]{\frac{M_R}{M_I}} \dots\dots\dots (30)$$

上式に式(22), (25), (26)を用いると次式を得る。

$$K_T = \sqrt[4]{\frac{\sinh 4kh - \sinh 4k(h-d) + 4kd}{\sinh 4kh + 4kh}},$$

$$K_R = \sqrt[4]{\frac{\sinh 4kh - \sinh 4k(h-d) + 4kd}{\sinh 4kh + 4kh}} \dots\dots\dots (31)$$

b) 水面と構造物間に自由空間を有する場合

図-7(a), (b)に示す構造物に波が入射した場合について考察する。a)の場合と同様に考えると M_I, M_R, M_T に対する表示は式(22), (23), (24)と同一である。ただし仮定2,3により入射波高 H_I による M_R, M_T の表示は式(25), (26)において右辺を入れかえた形となり次式で与えられる。

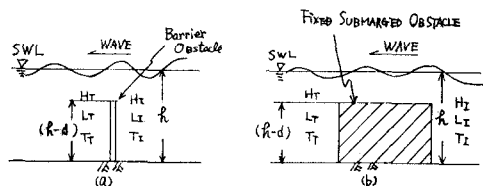


図-7 Definition sketch of submerged obstacle

$$M_R = \frac{\rho c^2 k^2 H_I^2}{256 \sinh^4 kh} \{ \sinh 4kh - \sinh 4k(h-d) + 4kd \} \dots\dots\dots (32)$$

$$M_T = \frac{\rho c^2 k^2 H_I^2}{256 \sinh^4 kh} \times \{ \sinh 4kh - \sinh 4k(h-d) + 4kd \} \dots\dots\dots (33)$$

同様に考察を進めて、式(30)を得、式(30)に式(22), (32), (33)を用いれば透過率、反射率に対して次の関係式を得る。

$$K_T = \sqrt[4]{\frac{\sinh 4kh - \sinh 4k(h-d) + 4kd}{\sinh 4kh + 4kh}},$$

$$K_R = \sqrt[4]{\frac{\sinh 4kh - \sinh 4k(h-d) + 4kd}{\sinh 4kh + 4kh}} \dots\dots\dots (34)$$

4. 透過率と反射率に関する実験的考察

今回は図-6(a)なる構造物に波が入射した場合について実験的考察を行う。

(1) 実験装置および方法

実験に供した装置を図-8に示す。造波水路は長さ

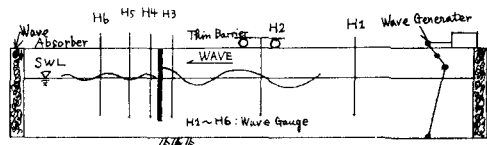


図-8 Arrangement for the test channel

20m, 深さ 0.9m, 幅 0.7m のものを用いた。造波機はフラッター型である。構造物の厚さは 0.8cm のものを用いた。波高測定は容量型波高計を用い、特に反射波の測定に際しては移動用の台車に波高計を固定し、台車を移動することにより最大波高 H_{max} , 最小波高 H_{min} の測定を行った。

本実験では水深 h を 4 種類 (25, 30, 35, 40 cm), 鉛直壁と水底の間隔を 5 種類 (1, 5, 10, 15, 20 cm), 変化させた。入射波としては波形勾配 0.05~0.1, 相対水深 0.08~0.5 の波を用いた。実験に際しては造波水路両端の壁による反射の影響が入らぬように消波及び測定時間に対して充分の注意を払った。

a) 入射波, 透過波の測定

入射波の測定は構造物を設置した状態で行った。波高, 波長, 周期の測定は 5 波の平均値によった。透過波は入射波に対応する波を読みとり H_T, L_T, T_T を決定した。

b) 反射率の測定

反射率の測定は Healy の方法に従った。入射波と反射波により構造物前面に重複波が発生する。この重複波の腹, 節の波高 H_{max}, H_{min} を測定し次式により反射率 K_R を決定した。

$$K_R = \frac{H_{max} - H_{min}}{H_{max} + H_{min}} \dots\dots\dots (35)$$

(2) 実験結果の考察

a) 反射率と波形勾配

実験結果より波形勾配と反射率の関係を図示したものが図-9, 10, 11 である。これらより次のことがいえる。

- 1) 相対水深が大きいくほど, 反射率は大きくなる。
- 2) $d/h=0.33$ の時, 波形勾配の増大に伴い反射率は大きくなる。
- 3) $d/h=0.5$ の時, 相対水深が小さい時は波形勾配の増大に伴い, 反射率も増大するが, 相対水深が

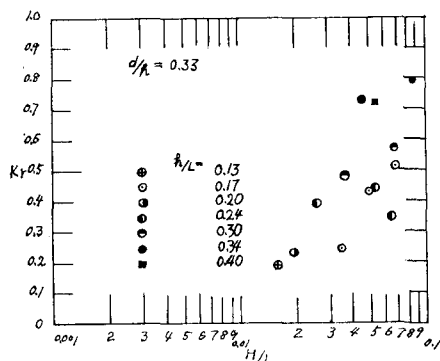
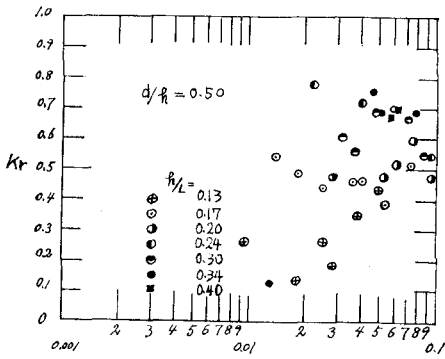
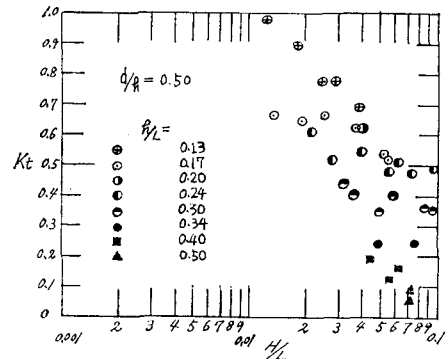


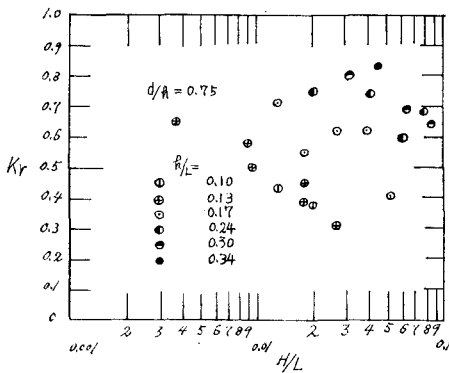
図-9 Relationship between wave steepness and reflection coefficient



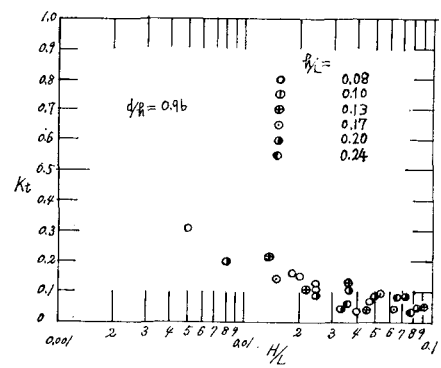
図—10 Relationship between wave steepness and reflection coefficient



図—13 Relationship between wave steepness and transmission coefficient



図—11 Relationship between wave steepness and reflection coefficient



図—14 Relationship between wave steepness and transmission coefficient

大きくなると横ばい、あるいはわずかに減少する傾向を示す。

- 4) $d/h=0.75$ の時、波形勾配の増大に伴い、反射率は減少する。

b) 透過率と波形勾配

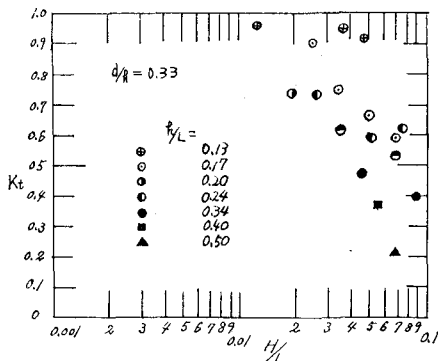
実験結果により透過率 K_T と波形勾配 H/L との関係を示したのが 図—12, 13, 14 である。これらより次のことが推察できる。

- 1) 波形勾配が大きくなると透過率は減少する。
- 2) 相対水深が小さくなると 1) の傾向が強くなる。
- 3) d/h が小さくなると 1) の傾向が強くなる。
- 4) d/h が大きくなると ($d/h=0.75$) 相対水深の小さい範囲では 1) の傾向を示すが相対水深が大きくなると波形勾配の増大に伴い、透過率は増大する。

5. 理論と実験との対比

今回は透過率に関する著者の式 (31) と Wiegel の導いた式 (3) について実験値との対応を考察する。図—15~24 はこれを表示したものである。

これらによると著者の式は相対水深の小さい場合においても現象との対応が良く、相対水深が大きい範囲においても Wiegel の理論に比較して現象との対応が良いことがいえる。これに対して Wiegel の理論は相対水深の小さい範囲で現象との対応が悪く、相対水深が大きい範囲では著者の式に比して大きい値を与えるようである。また相対水深が大きくなると両式による理論曲線は類似してくる。これは両式を深水に適用した場合 $K_T=e^{-kd}$ に帰着することに起因する。



図—12 Relationship between wave steepness and transmission coefficient

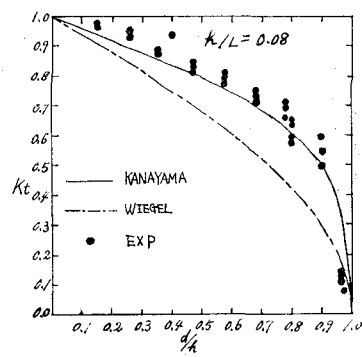


図-15

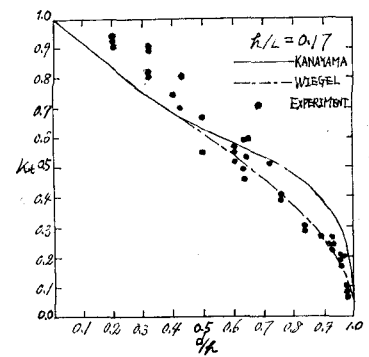


図-19

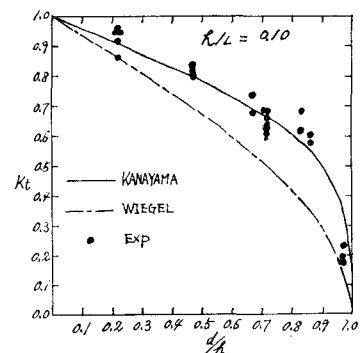


図-16

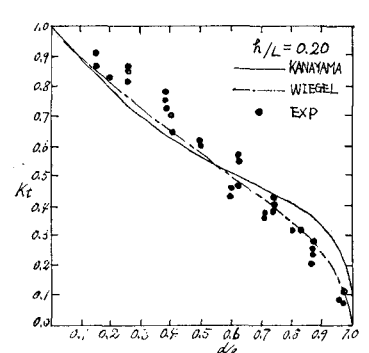


図-20

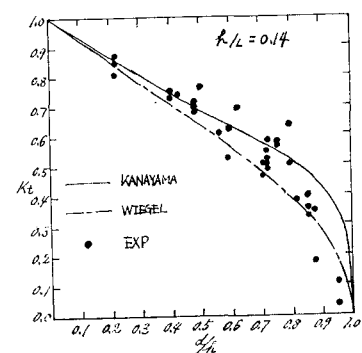


図-17

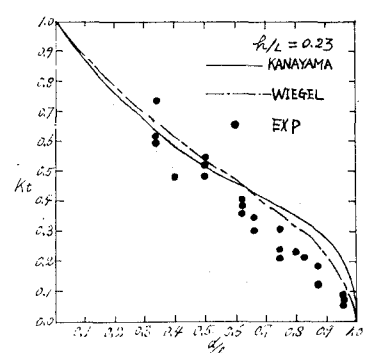


図-21

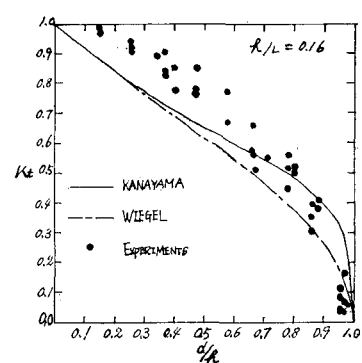


図-18

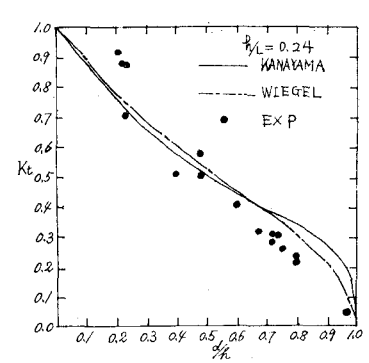
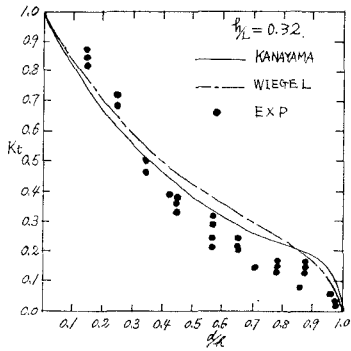
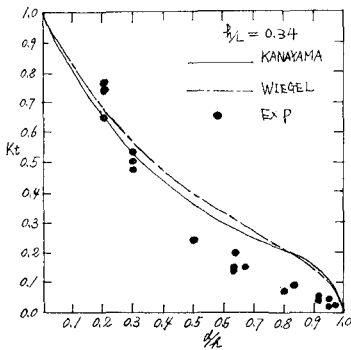


図-22



図—23



図—24

6. 結 論

水底との間に自由空間を有する構造物、水表面との間に自由空間を有する構造物の前面および後面における反射率、透過率に関する研究を行い、新しい理論的取扱いを得、Wiegel の理論との対比を試み以下の結論を得た。

1. 水底との間に自由空間を有する構造物 (図—6 (a), (b) 参照) に波が入射した場合の透過率 K_T 、反射率 K_R に対して次式を得た。

$$K_T = \sqrt{\frac{\sinh 4kh - \sinh 4k(h-d) + 4kd}{\sinh 4kh + 4kh}},$$

$$K_R = \sqrt{\frac{\sinh 4kh - \sinh 4k(h-d) + 4kd}{\sinh 4kh + 4kh}} \dots (31)$$

2. 水面との間に自由空間を有する構造物 (図—7 (a), (b) 参照) に波が入射した場合の透過率 K_T 、反射率 K_R に対して次式を得た。

$$K_T = \sqrt{\frac{\sinh 4kh - \sinh 4k(h-d) + 4kd}{\sinh 4kh + 4kh}},$$

$$K_R = \sqrt{\frac{\sinh 4k(h-d) + 4k(h-d)}{\sinh 4kh + 4kh}} \dots (34)$$

3. 今回は式 (31) の K_T について実験を行い理論の妥当性に検証を加え次の結果を得た (図—15~24 参照)。

- 実験値と理論値との対比より長波性の波においても現象をうまく表現するといえよう。
 - 相対水深 $h/L > 0.1$ の範囲においても Wiegel と比較して良い結果を得た。
 - 著者の式と Wiegel の式において h を無限大にすると両者の式とも $K_T = e^{-kd}$ に帰着する。
4. 問題点として次の点を今後に残した。
- 構造物前面での部分重複波が考慮されていない。
 - 構造物の抵抗係数に関する考察が欠如した。
 - 波形勾配により K_T , K_R が変化することが認められたが理論式ではそれが表示できず平均的な値を与える。以上3点については検討中である。

この研究に協力して載いた中電技術コンサルタントの金子保氏、広島県庄原土木事務所の吉原英明氏に深い感謝の意を表すとともに、この研究が昭和48年度文部省科学研究費奨励研究 (A) によるものであることを付記する。

参 考 文 献

- Ursell, F.: The effect of a vertical Barrier on surface wave in deep water, Proc. Cambridge Phil Soc Vol. 43, Part 3, pp. 374~382, July 1947
- 森平倫正 etc.: カーテン防波堤とその特性について, 港湾技術研究所報告, Vol. 3, No. 1, pp. 1~27, April. 1964
- Wiegel, R. L.: Transmission of wave past a rigid vertical thin barrier, Proc. ASCE Waterway and Harbors Div. Vol. WW1, March 1960
- 井島武士: 海岸工学, 朝倉土木工学講座, pp. 25~33, 1973 年
- 永井莊七郎: 水理学, コロナ社, pp. 323~328, 1968 年
- 佐藤清一: 水理学, 森北出版, pp. 328~337, 1961 年