

海浜流の数値計算法とその応用

橋 本 宏*・宇 多 高明**

1. ま え が き

海岸には海岸侵食防止や海岸の積極的利用のため突堤や離岸堤が造られることが多い。これらの構造物が十分にその機能を発揮するように設計するには、漂砂現象の十分な理解が必要であり、このためにはその海岸における海浜流の状態を把握することが必要である。

海浜流の研究は Bowen¹⁾ 以来盛んに行われて来た。日野²⁾ は rip current を安定・不安定問題として扱い、その発生の予測を行った。これらは解析的方法によるものであり、基本現象の認識には有力な方法である。しかし現地海岸のように複雑な地形変化がある場合には数値計算が必要となる。

従来、同じ長波の運動である潮流の数値計算は、差分法を用いて行われて来た。一方海浜流の基本式は radiation stress の項を除けば潮流のそれと同形であるから、stress 項を適当な方法によって差分化すれば似た方式で計算をすることができる。本報告では、現地海岸のように複雑な地形変化がある場合にも適用できる数値計算法について述べ、さらにいくつかの数値計算例について報告する。

2. 基礎方程式

計算に使用する方程式は図-1のように座標軸を取って、 x, y 方向の流量を M, N 更に平均水面からの水位を η とすれば、次の式 (1)~(3) である。

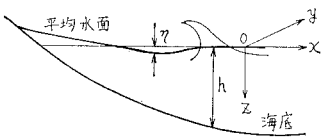


図-1 座 標 軸

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -g(h+\eta)\frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{2M}{h+\eta}\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{N}{h+\eta}\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M}{h+\eta}\frac{\partial N}{\partial y} - \gamma_0 \frac{M}{h+\eta} U_0 + L \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial y} \right) \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -g(h+\eta)\frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{M}{h+\eta}\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{N}{h+\eta}\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{N}{h+\eta}\frac{\partial N}{\partial y} - \gamma_0 \frac{N}{h+\eta} U_0 + L \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial S_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} \right) \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} S_{xx} &= E \left\{ \frac{C_g}{C} (1 + \cos^2 \theta) - \frac{1}{2} \right\}, \\ S_{yy} &= E \left\{ \frac{C_g}{C} (1 + \sin^2 \theta) - \frac{1}{2} \right\}, \\ S_{xy} &= E \frac{C_g}{C} \sin \theta \cdot \cos \theta \\ E &= \frac{1}{2} \rho g a^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

$$C_g/C = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{2k(h+\eta)}{\sinh 2k(h+\eta)} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \dots\dots\dots (6)$$

$$M = U(h+\eta), \quad N = V(h+\eta) \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 h : 水深、 γ_0 : 底面摩擦係数、 L : 水平方向渦動粘性係数、 θ : 入射角、 a : 振幅、式(1)、(2)の最後の項は radiation stress を示す。また摩擦項は Longuet-Higgins³⁾ に従って、摩擦力が平均流流速と波による底面水平速度成分の積に比例するとしている。したがって U_0 は、

$$U_0 = \frac{a\sigma}{\sinh kh} \dots\dots\dots (8)$$

である。ただし摩擦力をこの形におくには、平均流流速が波のそれに対して小さい場合である。平均流流速が大きい場合は、摩擦力はその速度の二乗に比例する形にするべきである。式(5)は未知数 η を含んでいるが、 η は h に対して小さいから、第1近似としては、 $h+\eta=h$ とする。

3. 差分方程式

数値計算は図-2に示すように変数を配置して Implicit に解いた⁴⁾。ただし $a, \theta, S_{xx}, S_{yy}$ は η 点で与え、 S_{xy} は h 点に与える。距離、時間間隔を ds, dt とすると、 $dt/2$ 後の値に対しては、 $M_{m,n}$ 点を中心にして次のように差分化する。なお ' で $dt/2$ 後の値を表わす。

* 正会員 建設省土木研究所海岸研究室長
** 正会員 建設省土木研究所海岸研究室

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t/2} (M'_{m,n} - M_{m,n}) = & -g(h+\eta)_{m,n} \cdot \frac{1}{\Delta s} \cdot (\eta'_{m+1,n} - \eta'_{m,n}) \\ & - \frac{\gamma_b [M_{m,n}^2 + 1/16 (N_{m,n} + N_{m+1,n} + N_{m,n-1} + N_{m+1,n+1})^2]^{1/2}}{(h+\eta)_{m,n}^2} \cdot U_{0m,n} - \frac{2}{\Delta s(h+\eta)_{m,n}} |M_{m,n}| (M'_{m,n} \\ & - M_{m-1,n}) - \frac{1}{8\Delta s(h+\eta)_{m,n}} (N_{m,n} + N_{m+1,n} + N_{m,n-1} + N_{m+1,n+1}) (M_{m,n+1} - M_{m,n-1}) - \frac{M_{m,n}}{2\Delta s(h+\eta)_{m,n}} \\ & \times (N_{m,n} - N_{m,n-1} + N_{m+1,n} - N_{m+1,n-1}) + \frac{L}{(\Delta s)^2} (M_{m,n+1} + M_{m,n-1} + M_{m+1,n} + M_{m-1,n} - 4M'_{m,n}) \\ & - \frac{1}{\rho \Delta s} [(S_{xx})_{m+1,n} - (S_{xx})_{m,n} + (S_{xy})_{m,n} - (S_{xy})_{m,n-1}] \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ただし式 (9) 右辺第 3 項は $M_{m,n} > 0$ の場合であり, $M_{m,n} < 0$ のときは $M_{m-1,n}$ が $M_{m+1,n}$ となる。次に式 (3) を $\eta_{m,n}$ に中心を置いて差分化すると,

$$\frac{1}{\Delta t/2} (\eta'_{m,n} - \eta_{m,n}) + \frac{1}{\Delta s} (M'_{m,n} - M'_{m-1,n}) + \frac{1}{\Delta s} (N_{m,n} - N_{m,n-1}) = 0 \dots\dots\dots (10)$$

式 (9), (10) を適当な境界条件のもとに計算すれば M' η' が求まる。次に N' は式 (2) を $N_{m,n}$ に中心に置いて差分化すれば,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t/2} (N'_{m,n} - N_{m,n}) = & -g(h+\eta)_{m,n} \frac{1}{\Delta s} (\eta_{m,n+1} - \eta_{m,n}) \\ & - \frac{\gamma_b [1/16 (M'_{m-1,n} + M'_{m-1,n+1} + M'_{m,n} + M'_{m,n+1})^2 + N_{m,n}^2]^{1/2}}{(h+\eta)_{m,n}^2} \cdot U_{0m,n} - \frac{2}{\Delta s(h+\eta)_{m,n}} |N_{m,n}| \\ & \times (N'_{m,n} - N_{m,n-1}) - \frac{N_{m,n}}{2\Delta s(h+\eta)_{m,n}} (M'_{m,n} - M'_{m-1,n} - M'_{m-1,n+1} + M'_{m,n+1}) - \frac{1}{2\Delta s(h+\eta)_{m,n}} \\ & \times (M'_{m-1,n+1} + M'_{m-1,n} + M'_{m,n+1} + M'_{m,n}) (N_{m,n+1} - N_{m,n-1}) + \frac{L}{(\Delta s)^2} (N_{m,n+1} + N_{m,n-1} + N_{m+1,n} + N_{m-1,n} \\ & - 4N'_{m,n}) - \frac{1}{\rho \Delta s} [(S_{xy})_{m,n} - (S_{xy})_{m-1,n} + (S_{yy})_{m,n+1} - (S_{yy})_{m,n}] \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

ただし右辺第 3 項は $N_{m,n} > 0$ の場合であり, $N_{m,n} < 0$ のときは $N_{m,n-1}$ が $N_{m,n+1}$ となる。 Δt 後の計算には, 同様にして式 (2), (3) から N'' と η'' が求まり, また式 (1) より M'' が求められる。

4. 計算条件

計算に際しては, radiation stress を与えるために波高, 波向, 水深を各格子点において与えなければならない。したがって波高分布を与えることも実際には手間がかか

るので, 水深のみを与えて stress 項を計算できるようにするのが望ましいが, 計算方法が確立していないのでここでは屈折, 回折計算を別々に計算することにした。防波堤背後の波高分布は, 回折理論によれば, Fresnel 積分で与えられる。この関数では計算が複雑なので, 三井ら⁵⁾の提案した近似公式を用いた。ただしこれらの計算においては, 水深は一定であるとしているから, 水深変化の影響は別に計算する必要がある。また水深が小さくなると碎波が起こるが, 碎波線より岸側では波高は水深に比例して減少するものとした。

水平方向渦動粘性係数 L は Longuet-Higgins⁶⁾ によれば,

$$L = N\rho x \sqrt{gh} \dots\dots\dots (12)$$

ただし N は $0 < N < 0.016$ の定数であり, x は岸からの距離である。ここでは一応 $N=0.01$ とした。次に摩擦係数については, 同じく Longuet-Higgins⁸⁾ を参照して $\gamma_b=0.00637$ と置いた。

境界条件は, 海岸や構造物によって流れが阻止される場所では流量を 0 と置き, 流入や流出がある場合にはその値を与える。なおここで対象とした離岸堤は不透過なものである。また境界に仮想上の壁面を考える必要もあるが, この場合にはその影響が小さくなるよう十分大き

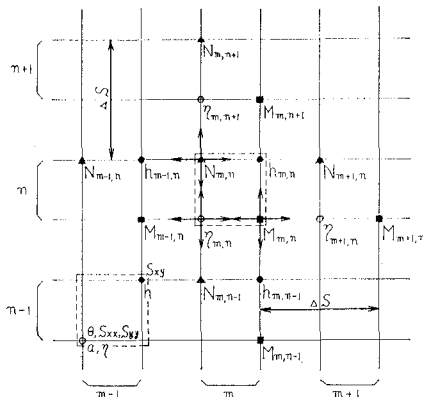
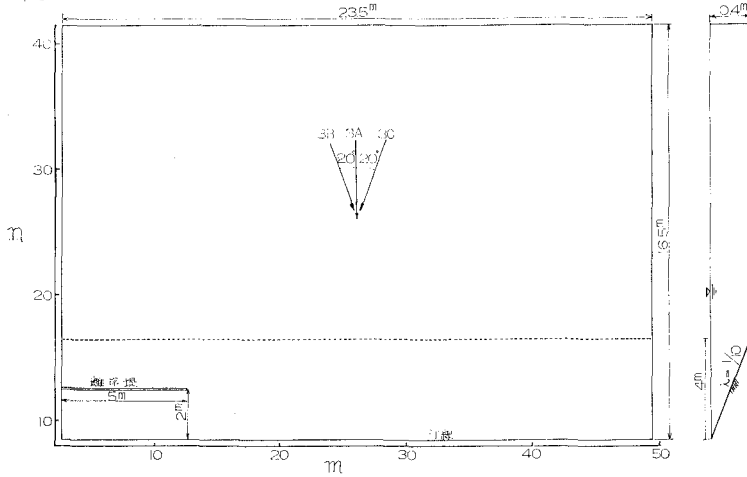
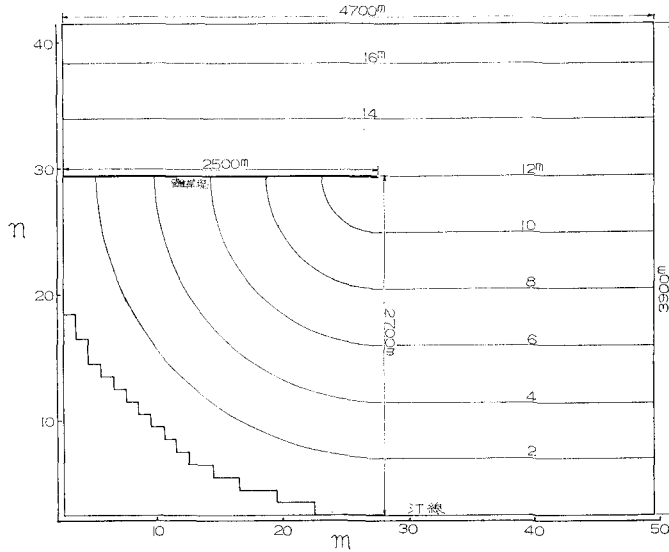


図-2 変数の配置



図—3 離岸堤の配置 (No. 3)



図—4 離岸堤の配置 (No. 4)

な領域を取らなければならない。計算を行ったのは図—3 に示すような模型を対象とするものと、図—4 に示す大規模な離岸堤を対象とした場合である。また計算の安定性を調べるために小さな矩形領域についても計算を行った。これらの計算に際して使用した波の条件や格子間隔は、表—1 に示してある。

表—1 計算条件

番号	海底勾配	波高	周期	入射波向	格子間隔	格子の大きさ	摘要
No. 2	1/20	4.0 cm	1.6 sec	20°	20 cm	13×13	離岸堤なし
3—A	1/10	"	"	20°	50 "	49×41	
3—B	"	"	"	-20°	50 "	"	
3—C	"	"	"	0°	50 "	"	
4	12/2500	1.2 m	9.6	0°	100 m	49×49	トンボロあり

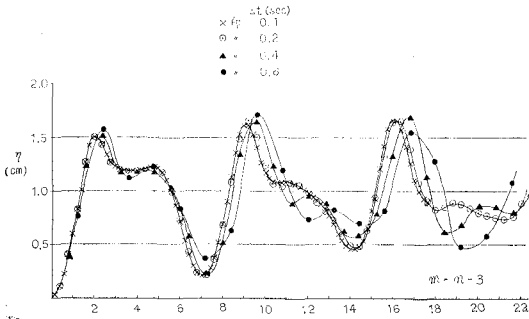
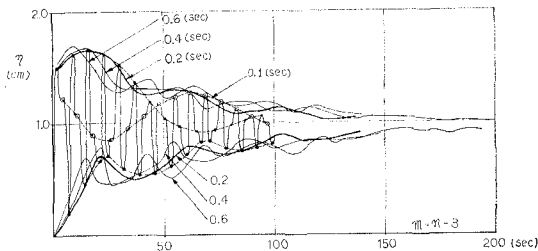
5. 計算結果とその考察

式 (9)～(11) を用いて計算を行う前に、この差分方程式の基本的性質を知るため、非線型項、拡散項を省略し、単純化した式によって安定性、収束性を調べた。

まず解析的には、さらに摩擦項を落として単純化した式によって検討すれば、この形の差分法は $\Delta s, \Delta t$ の取り方いかんにかかわらず安定である。しかし他の項を含む場合には $\Delta s, \Delta t$ は、流速や水位の場所的、時間的な波形分布をどの程度まで近似できるかによって決められる。計算領域の固有周期、波長を T, L とすれば、

$$\Delta s = \frac{L}{m}, \quad \Delta t = \frac{T}{n} \dots\dots\dots (13)$$

である。ただし m, n は正の整数である。

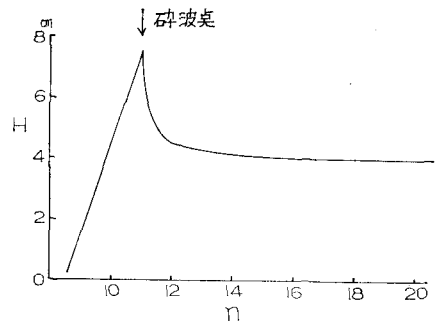
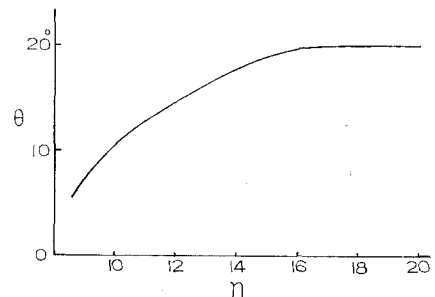
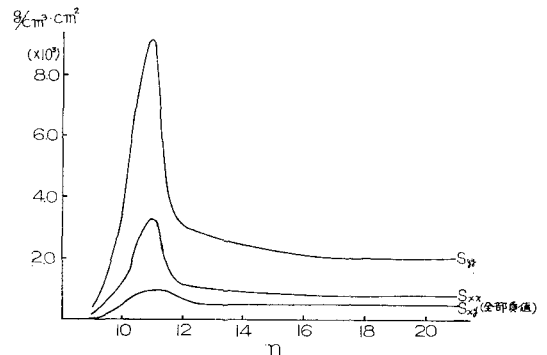
図-5 η の時間的变化図-6 η の時間的变化 (長時間)

さて、表-1 の No.-2 の場合について計算した結果のうち、 η の時間的变化を図-5 に示す。この計算領域について平均水深から固有周期を計算すると $T \approx 6.7$ sec であり、式 (13) で $n \approx 30$ と置いた場合の $\Delta t = 0.2$ (sec) では精度良く計算ができと思われるが、 $\Delta t = 0.1$ (sec) と比較すると位相差が少し出ている。もちろん $\Delta t = 0.4$ や 0.6 では位相差はもっと大きい。また図-5 の波形は二つの極大値を持っており、それらの値が時間的に変化している。これらの極大値及び極小値の長い時間にわたる変化は図-6 に破線によって示してある。図より明らかなように極大、小値は個々の振動周期より長い周期で正弦的に変化しつつ減衰する。また図-6 には各時間間隔 Δt について二つの極大値の大きい方を連続的にプロットした線と、最少値をプロットした線が示されてあるが、 $\Delta t = 0.1$ sec と $\Delta t = 0.2$ sec では、図-5 の説明で述べたように位相差があるため、この包絡線の形及び位相が変化している。

以上のように Δt を小さくしても波形が変化する理由はこの振動がより高周波のものを含んでおり、その波形を近似するにはより細かな時間間隔を必要とするからであると考えられる。そしてこのような高周波の波の発生の原因は stress 全体を一挙に加えたことによるものであって、実際には例えば模型実験などにおいては、stress は時間的に滑らかに増大するため大きな周波数の波が起りにくいとされる。この点に関しては stress を次第に増加させるようにしなければ、実際現象の時間的変

化をシミュレートすると言えないので改善が必要である。

時間的变化については上に述べたが、もし収束した状態における U , V , η を求めたいのであれば、 Δt は相当大きくとれる。図-6 で示される計算では η の収束値は約 0.96 (cm) であるが、 Δt を変えた時その値に等しくなるステップ数は、 $\Delta t = 0.1$ では $N \approx 1000$ 以上、 $\Delta t = 0.2$ では $N \approx 1000$ 、 $\Delta t = 0.4$ では $N \approx 650$ 、 $\Delta t = 0.6$ で $N \approx 520$ 、 $\Delta t = 0.8$ で $N \approx 530$ 、 $\Delta t = 1.0$ では振動するため値なしとなっている。このことから Δt は固有周期の 1 割程度まで取ることができよう。

図-7 波高分布 ($m=30$)図-8 波向分布 ($m=30$)図-9 S_{xx} , S_{xy} , S_{yy} の分布 ($m=30$)

次に式 (9)~(11) を用いて、表-1 の 3-A, B, C について計算した結果について述べる。海岸線に直角方向の

波高, 波向, S_{xx} , S_{xy} , S_{yy} の分布の一例を 3-B についてのおの 図-7, 8, 9 に示す。波向は屈折し, 波高は砕波点まで増加し, それ以後では距離と共に減少している。この場合の $S_{\alpha\beta}$ は沖では一定で, 砕波点に近づくに

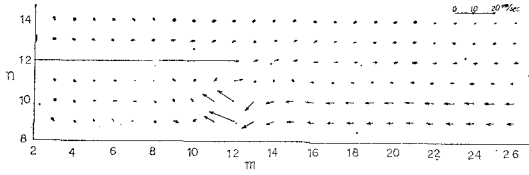


図-10 流速分布 (3A)

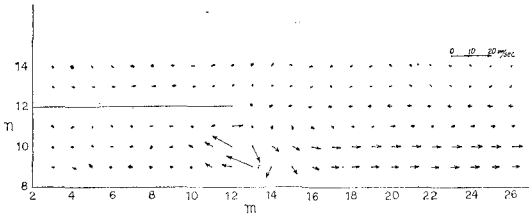


図-11 流速分布 (3B)

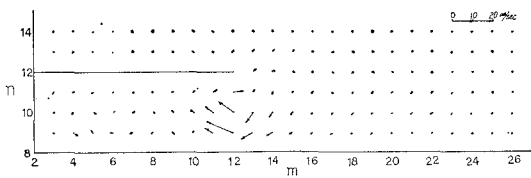


図-12 流速分布 (3C)

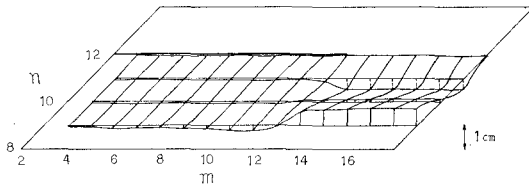


図-13 set-up の分布 (3A)

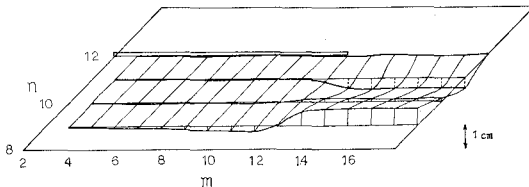


図-14 set-up の分布 (3B)

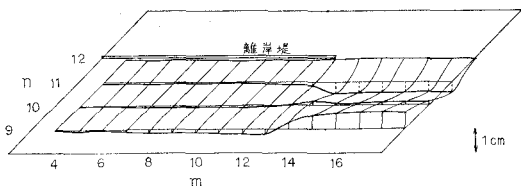


図-15 set-up の分布 (3C)

従い増加し, 砕波点より岸では減衰している。 M , N , η は初期条件として 0 においているから, 時間がたつと変化を生じ, やがて一定値に近づく。この一定になった場合について流況及び wave set-up を示したのが図-10~15 である。波が直角に入射する場合でも離岸堤の端近くには背後に向う流れが見られる。またこれとつり合うように沖側には離岸堤に沿って外へ出る流れが生じ, そこに large scale の渦が発生している。一方斜めに入射する場合においても, $+20^\circ$ の場合は当然であるが, -20° の場合でも堤の背後に向う流れが生じている。したがって, 相当広い範囲から砂が集まると予想される。水位については, 砕波点においては低下を, また汀線においては上昇を生じている。堤背後において汀線で水位低下を生じているのは, 格子間隔が大きいために, 波高の小さいところでは砕波による波高減少が計算に入らないためである。

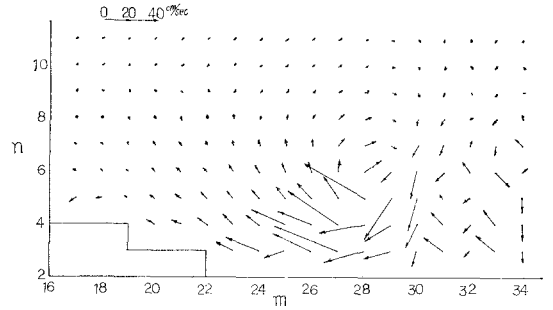


図-16 流速分布 (4)

大規模な離岸堤を設けた場合の流況変化は, 図-16 に示してある。これは離岸堤に対して波が直角に入射する場合であるが, 主として砕波線付近に大きな流れを生じている。回折に伴う沿岸方向の波高変化によって, 離岸堤による遮蔽域への沿岸方向の流れが発生し, これとつり合うように沖側には逆の方向の弱い流れがある。また少し離れたところで, 向岸及び離岸流が交互に発生している。これがどのような原因で発生するかは明らかでなく実際にも存在するかどうかの検討が必要であろう。

6. あとがき

海浜流の数値計算法について提案し, モデル計算を行ったが, 今後模型実験や現地観測結果に対してこの計算法を適用して比較検討を行う予定である。このためには摩擦係数や水平方向の渦動粘性係数などを適確に知る必要があるとともに, radiation stress を簡単に計算する方法を開発する必要がある。またここでは不透過の離岸堤を取り上げたが, 透過性の場合についても計算を行う予定である。

参 考 文 献

- 1) A. J. Bowen: Rip currents, J. Geophy. Res., Vol. 74, No. 23, October 20, 1969.
 - 2) 日野幹雄: 海浜流系の発生理論(3), 第20回海岸工学講演会論文集(1973)
 - 3) M. L. Longuet-Higgins: Longshore Currents Generated by Obliquely Incident Sea Waves, 1, J. Geophy. Res., Vol. 75, No. 33, November, 20, 1970.
 - 4) Dronkers, J. J., Tidal Computations for Rivers, Coastal Areas, and Seas, J. Hydraulic Division ASCE, No. HY 1, Pro, Paper 6341 January 1969.
 - 5) 三井 宏・筒井茂明・亀川和正: 現場向きの防波堤付近の波高分布推算法, 第18回海岸工学講演会論文集(1971)
 - 6) M. L. Longuet-Higgins: Longshore Currents Generated by Obliquely Incident Sea Waves, 2, J. Geophy. Res. Vol. 75, No. 33, November 1970.
-