

海面上に放出された温排水の拡がりについての数値解析

林 泰 造*・宮 原 英 治**・有 田 正 光***

1. 緒 言

中央大学水理実験室では温排水の拡がりについての実験を以前、数年間に亘って行ったことがあり、その研究結果はいくつかの論文として発表されている^{1)~4)}。それらの論文においては、実験結果を説明するための理論的考察をいろいろと行ってきたが、そのいずれも実験を十分に説明することはできなかった。

しかし、最近、Harleman-Stolzenbach の研究^{5),6)}に接してその解法に啓発され、この問題の理論的考察を再度行った。その結果、はじめて実験結果をよく説明しうる理論を得たので、本報はこれを報告し、あわせて実物を対象として行った2, 3の場合についての数値計算結果を述べるものである。

2. 基 本 式

図-1 のような半無限海域の表面に温排水が矩形水路から放出される場合を考える。海域の水深は温排水によりつくられる表層の厚さより大きいものとする。

座標軸を図示のようにとるとき、現象の基本式は次のように表わされる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \epsilon_q \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \epsilon'_q \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (2a)$$

$$\frac{\partial vu}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \epsilon_q \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \epsilon'_q \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (2b)$$

$$p = \int_z^{\eta} \rho g dz \quad \dots\dots\dots (2c)$$

$$\frac{\partial u \Delta T}{\partial x} + \frac{\partial v \Delta T}{\partial y} + \frac{\partial w \Delta T}{\partial z}$$

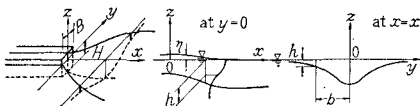


図-1 温排水の拡がりの模式図

* 正 会 員 工 博 中央大学教授 理工学部土木工学科

** 正 会 員 工 修

*** 学生会員 中央大学大学院 理工学研究科

$$= \epsilon_T \left(\frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial y^2} \right) + \epsilon'_T \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial z^2} - k \Delta T \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 u, v, w はそれぞれ x, y, z 方向への流速の3成分； ρ は水の密度； p は水圧； ϵ_q, ϵ'_q はそれぞれ水平および鉛直方向への渦動粘性係数； g は重力の加速度； η は水面変位； ΔT は周囲水水温よりの上昇温度； ϵ_T, ϵ'_T は水平および鉛直方向における熱の渦拡散係数； k は空気中への放熱係数，である。

式(2c)を x 方向および y 方向に微分し、 $z = -\infty$ では $\partial p / \partial x = \partial p / \partial y = 0$ となるべきことを考慮すると(2c)中の η が定められて、その結果次式をうる。

$$\frac{\partial p}{\partial x} = g \beta \int_{-\infty}^z \frac{\partial \Delta T}{\partial x} dz, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = g \beta \int_{-\infty}^z \frac{\partial \Delta T}{\partial y} dz \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 β は水の体積膨張係数で、 $\beta = -(1/\rho) \partial \rho / \partial T$ である。式(4)を式(2a)および(2b)に代入すると次式をうる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} &= -\beta g \int_{-\infty}^z \frac{\partial \Delta T}{\partial x} dz + \epsilon_q \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ &\quad + \epsilon'_q \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (2a') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial vu}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} &= -\beta g \int_{-\infty}^z \frac{\partial \Delta T}{\partial y} dz + \epsilon_q \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \\ &\quad + \epsilon'_q \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (2b') \end{aligned}$$

式(1), (2a'), (2b'), (3)の4式が所要の基本式となる。

3. 解のために設定する条件

(1) $u, \Delta T, h$ の分布形状について

分布形状の相似性を仮定して、次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} u &= u_c f\left(\frac{y}{b}\right) f\left(\frac{z}{h}\right) = u_c f(\zeta_y) f(\zeta_z) \\ \Delta T &= \Delta T_c t\left(\frac{y}{b}\right) t\left(\frac{z}{h}\right) = \Delta T_c t(\zeta_y) t(\zeta_z) \\ h &= h_c f\left(\frac{y}{b}\right) = h_c f(\zeta_y) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし、 u_c は温噴流軸上表面流速で $u_c = u_c(x)$ ； ΔT_c は

同軸上表面水温で $\Delta T_0 = \Delta T_0(x)$; h_0 は同軸線縦断面における表層の厚さで $h_0 = h_0(x)$; b は軸線から u/u_0 の一定値 ($\epsilon^{-1} = 0.3679$) の点までの距離で $b = b(x)$; h は u/u_0 の同じ一定値の点までの水深で $h = h(x)$; $\zeta_y = y/b$; $\zeta_z = z/h$; また, f および t はそれぞれ流速分布および上昇水温分布を与える関数で, この形を次のよう (Gaussian) に仮定する。

$$f(\zeta) = \exp(-\zeta^2), \quad t(\zeta) = \exp(-\zeta^2/2) \dots\dots\dots (6)$$

上式において, ともに Gaussian としながらも $f = t^2$ としたのは Taylor の渦度輸送理論に基づいて考えたことに当る。

(2) 下層水の連行について

Ellison-Turner⁷⁾ による 2 次元的成層流の場合の下層水の連行を表わす式を準用して, 下層水の連行速度 (図-2), w_e を下式で表わすこととする。

$$w_e = w_e(x, y) = \alpha [\exp(-CR_i)] \cdot \sqrt{u_s^2 + v_s^2} \quad (7)$$

ただし, u_s, v_s はそれぞれ表面流速の x, y 方向成分で $u_s = u_s(x, y), v_s = v_s(x, y)$; $\alpha \approx 0.075$; R_i は局所 Richardson 数で $R_i = \beta \rho g \Delta T_s h / (u_s^2 + v_s^2)$; ΔT_s は表面水温で $\Delta T_s = \Delta T_s(x, y)$; C は定数で, 流速および水温の分布形状を式 (6) のように考えるとき, これは

$$C = C_E \cdot I_1 I_2 / I_3^2 \dots\dots\dots (7a)$$

で表わされる。ここに, I_1, I_2, I_3 は次節に示される定積分の値であり, また C_E は Ellison-Turner の C の値で $C_E = 4.0$ である。Ellison-Turner の式における Richardson 数は

$$R_i = \Delta_E h_E / V_E^2$$

で定義され, Δ_E, h_E, V_E は

$$V_E h_E = \int u dz, \quad V_E^2 h_E = \int u^2 dz$$

$$\Delta_E h_E V_E = \int [(\rho_a - \rho) / \rho_a] g u dz$$

で定義されるものであるから, われわれの場合の C の値は $C = 4.0 \times 0.724 \times 0.886^3 / 0.627^3 = 8.17$ となる。式 (7) の u_s, v_s に式 (6) の分布形を代入して若干の計算の後, 同式は次のように書き直される。

$$w_e = \alpha \exp \left[-CR_{i0} \frac{h_0}{H} \frac{\Delta T_0}{u_0^2} \frac{u_0^2}{\Delta T_0} \left(1 + \frac{\zeta_y^2}{2} \right) \right] \times u_0 f(\zeta_y) \dots\dots\dots (8)$$

ただし, H は放出口断面の水深; また, R_{i0} は放出口点における温噴流の Richardson 数で, 次のように記される。

$$R_{i0} = \beta \rho g \Delta T_0 H / u_0^3 \dots\dots\dots (9)$$

(3) 大気中への放熱について

式 (3) に見られるように, 海面より単位面積当り $k \Delta T_s$ の放熱が定常的になされていると考える。既述のように k は放熱係数である。

(4) 拡散係数について

水平方向の乱れの拡散係数 ϵ_q と乱れによる熱量の拡散係数 ϵ_T とは近似的に等しいと考えて, $\epsilon_q = \epsilon_T \equiv \epsilon$ とおき, また Richardson の法則と Orlob の論文⁹⁾ に基づいて次のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= 0.05 [b(x)]^{4/3} \\ &\quad (b = 3 \sim 3 \times 10^2 \text{ cm の範囲に対して}) \\ \epsilon &= 0.03 [b(x)]^{4/3} \\ &\quad (b = 3 \times 10^2 \sim 3 \times 10^5 \text{ cm の範囲に対して}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ただし, ともに数値は m, sec 系とする。

また, プリュームの理論において通常採用されている仮定として, $u, v, \Delta T$ についての x 方向の拡散項は y 方向への拡散項に比べて無視しうるものとする。

(5) 水面および無限遠方の流速ならびに上昇水温

$y = \pm \infty, z = 0$, および $z = -\infty$ における条件は次のようであるとする。

$$\left. \begin{aligned} y = \pm \infty: \quad u = v = \Delta T = 0 \\ z = 0: \quad w = 0 \text{ および } \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial \Delta T}{\partial z} = 0 \\ z = -\infty: \quad u = v = \Delta T = 0 \text{ および } w = w_e \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

(6) $x=0$ における条件

放出口, すなわち $x=0$ における実際の条件は

$$u = u_0, \Delta T = \Delta T_0, h = H \dots\dots\dots (12)$$

である。ただし, u_0 は放出口における流速; ΔT_0 は放出口における上昇水温, である。しかし, $x > 0$ の断面については, 式 (5) および (6) により表わされるように, $u, \Delta T, h$ にはすべて Gauss 分布を仮定しているのので, $x=0$ においても式 (12) で表わされる“矩形分布”に等価な Gauss 分布で近似することが望ましい。このため, $x=0$ における $u, \Delta T, h$ を

$$\left. \begin{aligned} u &= u_{0eq} f(\zeta_y) f(\zeta_z), \quad \Delta T = \Delta T_{0eq} f(\zeta_y) f(\zeta_z) \\ h &= h_0 f(\zeta_y) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

とにおいて, 式 (13) の Gauss 分布で計算した値と式 (12) の矩形分布で計算した値とが $x=0$ の断面において, i) 温排水の流量, ii) 温排水の運動量, iii) 移流熱量の 3 つの量を互にそれぞれ等しくするように 3 つの値, $u_{0eq}, \Delta T_{0eq}, h_0$ を定める。またさらに幾何学的相当の条件として

$$b_0 / (B/2) = h_0 / H$$

を付加する。このようにして定められる $x=0$ における諸値は次のようである。

$$\left. \begin{aligned} u &= u_{0eq} = (I_1/I_3)u_0 = 1.732u_0 \\ \Delta T &= \Delta T_{0eq} = (I_1I_2/I_5I_{10})\Delta T_0 = 1.369\Delta T_0 \\ b &= b_0 = (1/2 \sqrt{\lambda} I_1) \sqrt{I_3/I_2} \sqrt{A} \\ &= (0.510/\sqrt{\lambda}) \sqrt{A} \\ h &= h_0 = (\sqrt{\lambda}/I_1) \sqrt{I_3/I_2} \sqrt{A} \\ &= 1.020 \sqrt{\lambda} \sqrt{A} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ただし, I_1, I_2 等は次節に示される定積分の値; A は放出口における流水断面積; λ は放出口流水断面の縦横比で $\lambda = H/B$ である。本研究においては $x=0$ における条件として式(12)に代えて式(14)を採用する。

4. 方程式の解

温排水噴流の u の y 方向分布については式(5)のように相似性の仮定をおくことができるが, v の y 方向分布については u の分布形等と関係づけられねばならないはずであるから, $v = v_s f(\zeta_y)$ と考えた上で, 以下にまず v の表面流速 v_s の y 方向分布形を導く。

式(5)の u の表現と式(7)とを式(1)に代入し, 次にこの式(1)の両辺を $y=0 \sim y, z=-\infty \sim 0$ の範囲で積分すると, v_s に対して次式をうる。

$$v_s = u_0 \frac{db}{dx} \zeta_y f(\zeta_y) + \frac{\alpha b u_0}{I_1 h c f(\zeta_y)} \exp \left(-CR_{i0} \frac{h_c}{H} \frac{\Delta T_c}{u_c^2} \frac{u_0^2}{\Delta T_0} \right) \cdot \left\{ G(\zeta_y) - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_c}{H} \frac{\Delta T_c}{u_c^2} \frac{u_0^2}{\Delta T_0} + 1}} F(\zeta_y) \right\} \quad (15)$$

ただし

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^\infty f(\zeta) d\zeta = \int_0^\infty \exp(-\zeta^2) d\zeta = 0.886 \\ F &= \int_0^{\zeta_y} \exp(-2\zeta^2) d\zeta \\ G &= \int_0^{\zeta_y} \exp \left[- \left(\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_c}{H} \frac{\Delta T_c}{u_c^2} \frac{u_0^2}{\Delta T_0} + 1 \right) \zeta^2 \right] d\zeta \end{aligned}$$

である。

v の分布形状が求められたので, 次は $u_c, \Delta T_c, b, h$ を求めることを考える。現象の基本式(1), (2a'), (2b') および(3)の各両辺を $y=0 \sim \infty, z=-\infty \sim 0$ の間で定積分すると, これらの4式はそれぞれ次の4式のようになる。

$$\frac{I_1}{\sqrt{2}} \frac{d}{dx} (bh_c u_c) - \alpha b u_0 \frac{1}{\sqrt{\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_c}{H} \frac{\Delta T_c}{u_c^2} \frac{u_0^2}{\Delta T_0} + 1}} \exp \left(-CR_{i0} \frac{h_c}{H} \frac{\Delta T_c}{u_c^2} \frac{u_0^2}{\Delta T_0} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$I_2 I_3 \frac{d}{dx} (bh_c u_c^2) + \beta g I_4 I_5 \frac{d}{dx} (bh_c^2 \Delta T_c) = 0 \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[I_2 I_6 \left(bh_c u_c^2 \frac{db}{dx} \right) - \sqrt{2} \alpha \frac{I_2 I_7}{I_1} \frac{b^2 u_c^2}{\sqrt{\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_c}{H} \frac{\Delta T_c}{u_c^2} \frac{u_0^2}{\Delta T_0} + 1}} \exp \left(-CR_{i0} \frac{h_c}{H} \frac{\Delta T_c}{u_c^2} \frac{u_0^2}{\Delta T_0} \right) \right. \\ \left. + \alpha \frac{I_2 I_8}{I_1} b^2 u_c^2 \exp \left(-CR_{i0} \frac{h_c}{H} \frac{\Delta T_c}{u_c^2} \frac{u_0^2}{\Delta T_0} \right) \right] - \beta g I_4 I_9 h_c^2 \Delta T_c \\ + \epsilon \left[I_1 \frac{h_c u_c}{b} \frac{db}{dx} - \sqrt{2} \alpha \frac{u_c}{\sqrt{\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_c}{H} \frac{\Delta T_c}{u_c^2} \frac{u_0^2}{\Delta T_0} + 1}} \exp \left(-CR_{i0} \frac{h_c}{H} \frac{\Delta T_c}{u_c^2} \frac{u_0^2}{\Delta T_0} \right) \right. \\ \left. + \alpha u_0 \exp \left(-CR_{i0} \frac{h_c}{H} \frac{\Delta T_c}{u_c^2} \frac{u_0^2}{\Delta T_0} \right) \right] = 0 \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

$$I_3 I_{10} \frac{d}{dx} (bh_c u_0 \Delta T_c) + I_{11} k b \Delta T_c = 0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここに, 新しく出た記号として,

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^\infty f(\zeta) d\zeta = \int_0^\infty \exp(-\zeta^2) d\zeta = 0.886 \quad (\text{既述}) & I_2 &= \int_0^\infty f^2(\zeta) d\zeta = \int_0^\infty \exp(-2\zeta^2) d\zeta = 0.627 \\ I_3 &= \int_0^\infty f^3(\zeta) d\zeta = \int_0^\infty \exp(-3\zeta^2) d\zeta = 0.512 & I_4 &= \int_0^\infty \int_{\zeta}^\infty t d\zeta d\zeta = \int_0^\infty \int_{\zeta}^\infty \exp \left(-\frac{1}{2} \zeta^2 \right) d\zeta d\zeta = 1 \\ I_5 &= \int_0^\infty t(\zeta) f^2(\zeta) d\zeta = \int_0^\infty \exp \left(-\frac{5}{2} \zeta^2 \right) d\zeta = 0.560 & I_6 &= \int_0^\infty \zeta f^3(\zeta) d\zeta = \int_0^\infty \zeta \exp(-3\zeta^2) d\zeta = 0.1667 \\ I_7 &= \int_0^\infty J(\zeta_y) f(\zeta_y) d\zeta_y = \int_0^\infty \int_0^{\zeta_y} \exp \{ -(2\zeta^2 + \zeta_y^2) \} d\zeta d\zeta_y = 0.338 \\ I_8 &= \int_0^\infty G(\zeta_y) f(\zeta_y) d\zeta_y = \int_0^\infty \int_0^{\zeta_y} \exp \left[- \left(\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_c}{H} \frac{\Delta T_c}{u_c^2} \frac{u_0^2}{\Delta T_0} + 1 \right) \zeta^2 - \zeta_y^2 \right] d\zeta d\zeta_y \\ &= \tan^{-1} \sqrt{\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_c}{H} \frac{\Delta T_c}{u_c^2} \frac{u_0^2}{\Delta T_0} + 1} / 2 \sqrt{\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_c}{H} \frac{\Delta T_c}{u_c^2} \frac{u_0^2}{\Delta T_0} + 1} \end{aligned}$$

$$I_9 = - \int_0^\infty f^2 \frac{df}{d\zeta} d\zeta = \int_0^\infty \zeta \exp\left(-\frac{5}{2}\zeta^2\right) d\zeta = 0.2$$
$$I_{11} = \int_0^\infty t d\zeta = \int_0^\infty \exp\left(-\frac{1}{2}\zeta^2\right) d\zeta = 1.253$$

$$I_{10} = \int_0^\infty f t d\zeta = \int_0^\infty \exp\left(-\frac{3}{2}\zeta^2\right) d\zeta = 0.724$$

5. 式の無次元化

流速および上昇水温の基準値として放出口点における値をとる。また、長さの基準としては放出口流水断面積の平方根に当る長さをとるのが最も便利である。このように考えて次の無次元諸量を導入する。

$$\left. \begin{aligned} u_0/u_0 &= u_r, \Delta T_0/\Delta T_0 = \Delta T_r; \\ x/\sqrt{A} &= x_r, b/\sqrt{A} = b_r, h_0/\sqrt{A} = h_r; \\ k_r &= k/u_0. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ただし、 A は既述のように放出口流水断面積で $A=HB$;
 B は放出口幅; H は放出口水深; 添字 0 は放出口点に

おける値であることを示すもの; 添字 r は比值であることを示すものである。

式 (20) および (10) を前節で得た 4 つの常微分方程式 (16) ~ (19) に代入すると、これら 4 式はすべて無次元量で書き表わされて次のようになる。

$$\frac{d}{dx_r}(b_r h_r u_r) - \frac{\sqrt{2}}{I_1} \alpha b_r u_r \frac{1}{\sqrt{\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{\Delta T_r}{u_r^2} + 1}} \times \exp\left(-CR_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{\Delta T_r}{u_r^2}\right) = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\frac{d}{dx_r}(b_r h_r u_r^2) + \frac{R_{i0}}{\sqrt{\lambda}} \frac{I_4 I_5}{I_2 I_3} \frac{d}{dx_r}(b_r h_r^2 \Delta T_r) = 0 \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx_r} \left[I_1 I_2 I_6 \left(b_r h_r u_r^2 \frac{db_r}{dx_r} \right) - \sqrt{2} \alpha I_2 I_7 b_r^2 u_r^2 \frac{1}{\sqrt{\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{\Delta T_r}{u_r^2} + 1}} \exp\left(-CR_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{\Delta T_r}{u_r^2}\right) \right. \\ & \times \exp\left(-CR_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{\Delta T_r}{u_r^2}\right) \left. - I_1 I_4 I_9 \frac{R_{i0}}{\sqrt{\lambda}} h_r^2 \Delta T_r + \frac{I_1}{N_0} \left(2 \sqrt{\frac{I_2}{I_3}} I_1 b_r \sqrt{\lambda} \right)^{4/3} \left[I_1 \frac{h_r}{b_r} u_r \frac{db_r}{dx_r} \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{\Delta T_r}{u_r^2} + 1}} \right) \alpha u \exp\left(-CR_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{\Delta T_r}{u_r^2}\right) \right] \right] = 0 \quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dx_r}(b_r h_r u_r \Delta T_r) + \frac{I_{11}}{I_5 I_{10}} k_r b_r \Delta T_r = 0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

ただし、 N_0 は放出口における温排水の Reynolds 数
うの無次元積で、 $N_0 = \sqrt{A} u_0 / \epsilon_0$ である。

6. コンピューター計算のための式の変形

式 (21) の中の例えば左辺第 1 項は、項別微分を実施すると

となるが、このようにして式 (21) ~ (24) のすべての微分項を項別微分すると、結局、式 (21) ~ (24) の 4 式は次のように書き直される。

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} du_r/dx_r \\ d\Delta T_r/dx_r \\ db_r/dx_r \\ dh_r/dx_r \\ dp_r/dx_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (25)$$

ここに、 $p_r = db_r/dx_r$; また a_{ij} および c_i は次のような量である。

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} b_r h_r & 0 & h_r u_r & b_r u_r & 0 \\ 2 I_2 I_3 b_r h_r u_r & \frac{R_{i0}}{\sqrt{\lambda}} I_4 I_5 b_r h_r^2 & I_2 I_3 h_r u_r^2 & I_2 I_3 b_r u_r^2 & 0 \\ W_1 & W_2 & W_3 & W_4 & I_1 I_2 I_6 b_r h_r u_r^2 \\ b_r h_r \Delta T_r & b_r h_r u_r & h_r u_r \Delta T_r & b_r u_r \Delta T_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (26)$$

($i, j=1, 2, 3, 4, 5$)

$$c_i = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \frac{\alpha}{I_1} \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} b_r u_r \\ 0 \\ I_1 I_4 I_9 \frac{R_{i0}}{\sqrt{\lambda}} h_r^2 \Delta T_r + \frac{\alpha I_1}{N_0} \left(2 \sqrt{\frac{I_2}{I_3}} I_1 b_r \sqrt{\lambda} \right)^{4/3} P_1 u_r \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{P_2}} - 1 \right) \\ - \frac{I_{11}}{I_5 I_{10}} k_r b_r \Delta T_r \\ p_r \end{pmatrix} \dots\dots\dots (27) \quad (i=1, 2, 3, 4, 5)$$

ただし,

$$\begin{aligned} W_1 &= 2 I_1 I_2 I_6 p_r b_r h_r u_r - 2 \sqrt{2} \alpha I_2 I_7 \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} \left(b_r^2 u_r + P_0 \frac{b_r^2 h_r \Delta T_r}{u_r} \right) - \frac{1}{\sqrt{2}} \alpha I_2 I_7 P_0 \frac{P_1}{P_2^{3/2}} \frac{b_r^2 h_r \Delta T_r}{u_r} \\ &\quad + \alpha I_2 \frac{P_1 \tan^{-1} \sqrt{P_2}}{\sqrt{P_2}} \left(b_r^2 u_r + P_0 \frac{b_r^2 h_r \Delta T_r}{u_r} \right) - \frac{1}{4} \alpha I_2 P_0 \frac{P_1}{P_2} \frac{b_r^2 h_r \Delta T_r}{u_r} \left(\frac{1}{1+P_2} - \frac{\tan^{-1} \sqrt{P_2}}{\sqrt{P_2}} \right) \\ W_2 &= \alpha I_2 P_0 \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} b_r^2 h_r \left(\sqrt{2} I_7 + \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{I_7}{P_2} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \sqrt{P_2} \right) + \frac{1}{8} \alpha I_2 P_0 \frac{P_1}{P_2} b_r^2 h_r \left(\frac{1}{1+P_2} - \frac{\tan^{-1} \sqrt{P_2}}{\sqrt{P_2}} \right) \\ W_3 &= I_1 I_2 I_6 p_r h_r u_r^2 + \alpha I_2 \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} b_r u_r^2 (\tan^{-1} \sqrt{P_2} - 2 \sqrt{2} I_7) + \frac{I_1^2}{N_0} \left(2 \sqrt{\frac{I_2}{I_3}} I_1 b_r \sqrt{\lambda} \right)^{4/3} \frac{h_r u_r}{b_r} \\ W_4 &= I_1 I_2 I_6 p_r b_r u_r^2 + \alpha I_2 P_0 \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} b_r^2 \Delta T_r \left(\sqrt{2} I_7 + \frac{\sqrt{2}}{4} I_7 \frac{1}{P_2} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \sqrt{P_2} \right) \\ &\quad + \frac{1}{8} \alpha I_2 P_0 \frac{P_1}{P_2} b_r^2 \Delta T_r \left(\frac{1}{1+P_2} - \frac{\tan^{-1} \sqrt{P_2}}{\sqrt{P_2}} \right) \\ P_0 &= \frac{C R_{i0}}{\sqrt{\lambda}}, \quad P_1 = \exp \left(-P_0 \frac{h_r \Delta T_r}{u_r^2} \right), \quad P_2 = \frac{P_0}{2} \frac{h_r \Delta T_r}{u_r^2} + 1 \end{aligned}$$

式(25)は $du_r/dx_r, \dots, dp_r/dx_r$ についての連立1次方程式であるから, これを解いて $du_r/dx_r, \dots, dp_r/dx_r$ を次のように書き表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{du_r}{dx_r} &= \frac{D_1}{D} \\ \frac{d\Delta T_r}{dx_r} &= \frac{D_2}{D} \\ \frac{db_r}{dx_r} &= \frac{D_3}{D} \\ \frac{dh_r}{dx_r} &= \frac{D_4}{D} \\ \frac{dp_r}{dx_r} &= \frac{D_5}{D} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

ただし, D は

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{vmatrix}$$

また, D_j は D における第 j 列を c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 で置きかえたものである。

放出点 ($x_r=0$) における $u_r, \Delta T_r, b_r, h_r$ の値が式(14)から与えられるから, $x_r=0$ における a_{ij}, c_i の値は既知となり, したがって式(28)の5つの式の右辺は既知となる。したがって $x_r=0$ の断面の値((14)から与えられる $u_r, \Delta T_r, b, h$ とその他に $p_r=0$) から出発して Runge-Kutta-Gill の方法により式(28)を x_r について数値積分することにより $u_r, \Delta T_r, b_r, h_r, p_r$ について

の解を求めてゆくことができる。

7. コンピューテーション

数値計算は中央大学計算機センターの FACOM 230-25/35 を使用して行った。各積分ステップにおける積分誤差は 0.005 以下となるように積分間隔 dx を可変的に定めた。

(1) 実験と数値計算の比較

以前の論文^{3),4)}の中に発表した実験結果と計算との比較を行う。当時の実験に使用した水槽は $12 \times 5.6 \times 0.5$ m, 2 側面ガラス張りの平面水槽で, その短辺 (5.6 m の辺) の中央に放出口 (5.3×5.3 cm) をつくり, これから温排水を定常的に放出させて実験を行った。水槽内の水温分布測定のためには 50 本のサーミスターを必要個所に挿入し, これをデーターロガーで走査しデジタルに記録した。

計算と比較するためにとり出した実験のケースは次のようである。

$$\begin{aligned} \Delta T_0 &= 7.5^\circ\text{C}, \quad F_{r0} = \frac{u_0}{\sqrt{(\Delta\rho/\rho)gH}} \\ &= \frac{6.75}{\sqrt{0.00125 \times 980 \times 5.3}} = 2.64, \quad \lambda = H/B = 1 \\ k_r &= \frac{k}{u_0} = \frac{5.40 \times 10^{-4} \text{ cm/s}}{6.75 \text{ cm/s}} = 8.0 \times 10^{-5}, \\ N_0 &= \frac{u_0 \sqrt{A_0}}{\epsilon_0} = \frac{6.75 \times 5.3}{0.05 \times 5.3^{4/3}} = 7.8 \times 10 \end{aligned}$$

ただし, F_{r0} は放出口における温排水流の内部 Froude

数である。

図-3 は計算と実験との比較を示す。同図中の $b_{0.1}$ は $x=x$ の断面において、表面流速が同じ断面における軸上表面流速の 10% になる点までの半幅で、実験で測定されるブリュームの半幅とみなしてよいものである。

同様に、 $h_{0.1}$ は $y=0$ の断面において、流速が表面流速の 10% となるまでの水深で、実験で測定される表層の厚さとみなすことができる。また同図中の

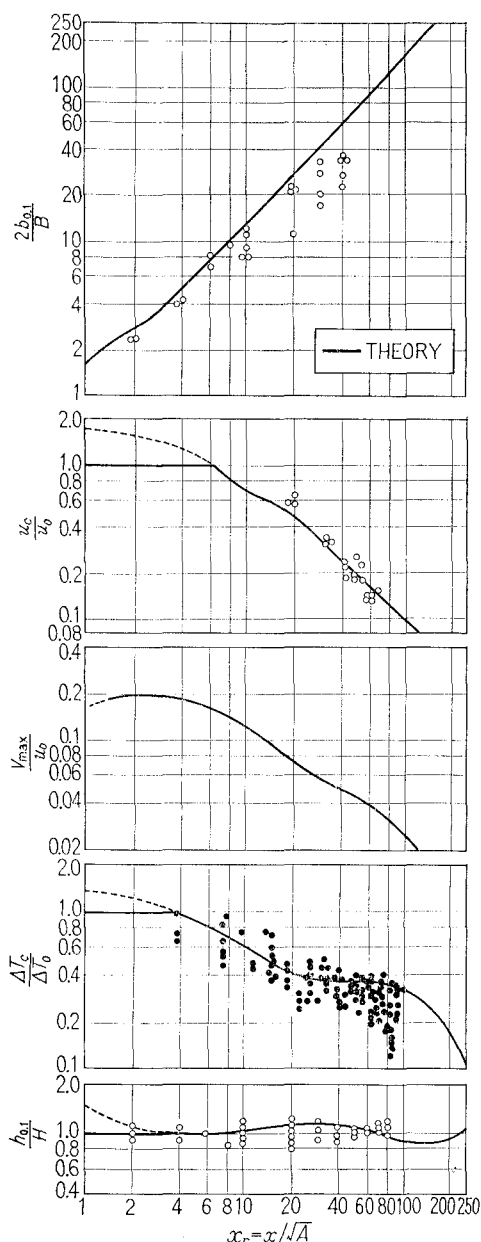
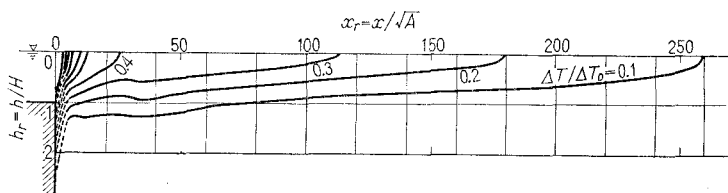
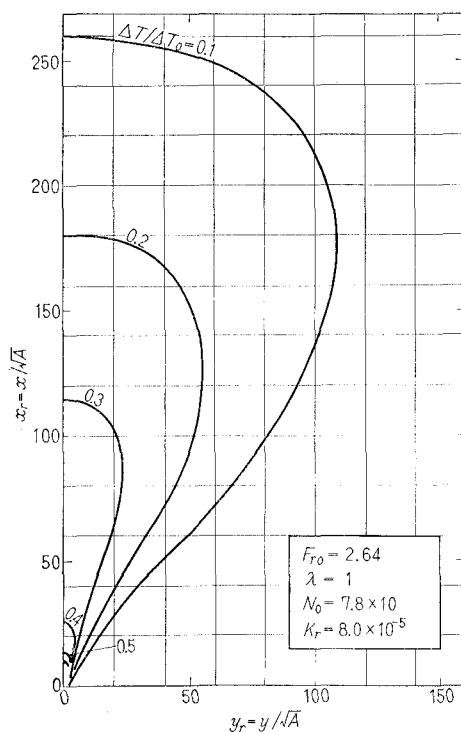


図-3 理論と実験の比較



(a)



(b)

図-4 図-3 の場合に対する等上昇水温線

$v_{\max}$ の理論値は式 (15) を無次元化した式から計算したものである。計算と実験との一致の度合は、全般的にみて非常に良好であると言える。このことから、本理論の妥当性が十分検証されたように考える。

図-4 (a) は同じ場合についての対称面内の等上昇水温線を、また同図 (b) は水面における等上昇水温線を描いたものである。

(2) 温排水の拡がり範囲の計算

実物で起こりうる寸法、基本諸値を念頭においてえらんだ次の 3 つの例について数値計算を行った。

- i) $F_{r0}=2$, $\lambda=1$, $N_0=2.9 \times 10^2$, $k_r=9.1 \times 10^{-6}$
- ii) $F_{r0}=4$, λ , N_0 および k_r : 同上
- iii) $F_{r0}=6$, λ , N_0 および k_r : 同上

これらに対する計算結果はそれぞれ 図-5, 6, 7 に示される。これらの図を比較するとき、Froude 数の影響は非常に大きく、Froude 数を小さくしてゆけば、影響範囲 (一定の $\Delta T/\Delta T_0$ の値以上の範囲) は急激に増大し

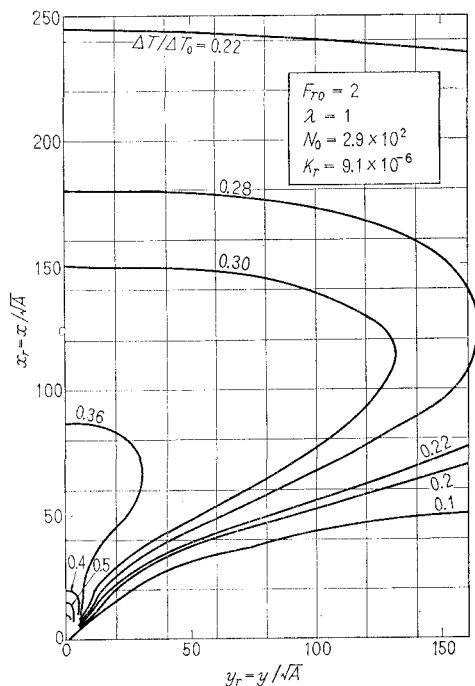


図-5 温排水の拡がり

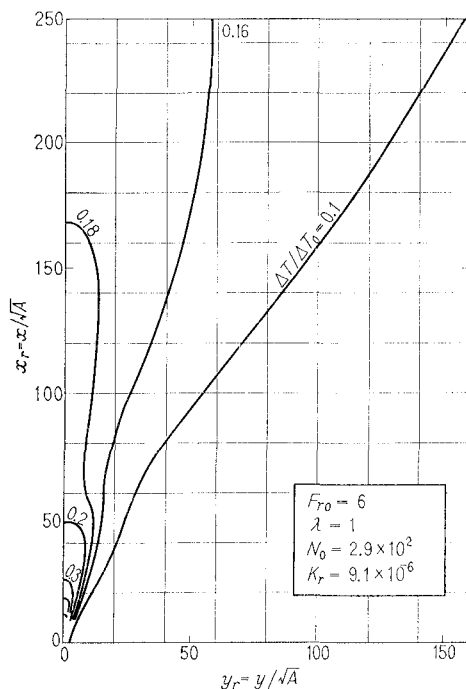


図-7 温排水の拡がり

てゆくことが認められる。

参 考 文 献

- 1) 林 泰造・首藤伸夫・川上克己: 火力発電所よりの放出冷却水の湾内拡散について, 第13回海岸工学講演会講演集, 1966, 12月, p. 302
- 2) T. Hayashi and N. Shuto: Diffusion of warm water jets discharged horizontally at the water surface, Proc. of the 12th Congress of IAHR, Sep. 1967, Vol. 4, p. 47.
- 3) 林 泰造・首藤伸夫・川上克己: 火力または原子力発電所より放出される温噴流の湾内拡散, 第15回海岸工学講演会講演集, 1968, 12月, p. 317.
- 4) 林 泰造・首藤伸夫・吉田 茂: 火力または原子力発電所より放出された温噴水の湾内拡散, 第13回水理講演会, 1969, 2月, p. 117.
- 5) K.D. Stolzenbach and D.R.F. Harleman: An analytical and experimental investigation of surface discharges of heated water, M.I.T. Ralph Parsons Lab. Rep. No. 135, Feb. 1971.
- 6) K.D. Stolzenbach, E.E. Adams and D.R.F. Harleman: A user's manual for three-dimensional heated surface discharge computation, M.I.T. Ralph M. Parsons Lab. Rep. No. 156, Sep. 1972.
- 7) T.E. Ellison and J.S. Turner: Turbulent entrainment in stratified flows, Journal of Fluid Mech., Vol. 6, 1959, p. 423.
- 8) G.T. Orlob: Eddy diffusion in homogeneous turbulence, Trans. ASCE, Vol. 126, 1961, p. 397.

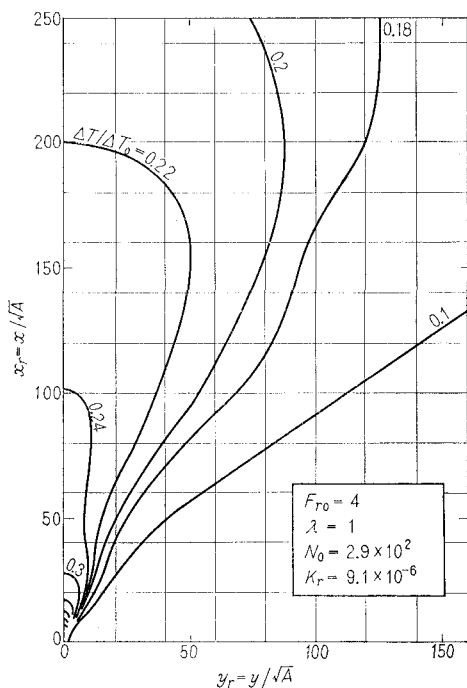


図-6 温排水の拡がり