

風波の成分波の波速について

加 藤 始*・鶴 谷 広 一*

1. 結 言

風波はある範囲の成分波よりなるため、その特性を表わすためにパワースペクトル表示が行われる。実用上は通常周波数スペクトルが用いられるが、この場合、各成分波の波数 k は角周波数 ω といわゆる分散方程式

$$\omega^2 = \alpha_1 k g \dots\dots\dots (1)$$

によって1対1に対応しているとの前提に立っている。線型理論では式(1)の表現で $\alpha_1=1.0$ であるが、実際の風波では $\alpha_1>1$ で、しかも α_1 は周波数に依存する係数のようである。

一方、流れの中での風波を測定して成分波の特性を表わそうとする場合には、波高計で直接測定される周波数スペクトルは局所的な流れの大きさにより変化するのであまり意味がなく、波数スペクトルあるいはそれと同等な真の周波数についてのスペクトル(加藤・佐野¹⁾参照)による表示が必要である。このスペクトル変換を行うためには、その場所の流れに対応した波速の計算が必要であるが、特に重要なのは吹送流に対する波速である。著者の一人はすでに、吹送流の分布を表面近くだけに存在する放物線分布と仮定した場合の波速を第2次近似まで求め、実用上第1次近似までの計算で十分な精度が得られることを示した²⁾。しかし、これは(分布形の妥当性もさることながら)線形理論に基づいた計算結果で、実際の風波のように強い非線形性をもった波では、その成分波の波速の実測結果との比較が必要であった。

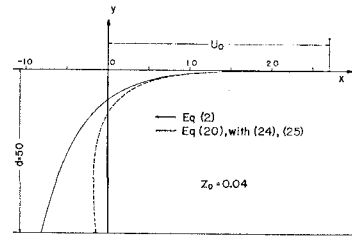
最近、Efimov 他³⁾は海で風波の成分波の波速の測定を行い、高周波数成分の波速が吹送流を考慮しない微小振幅波としての波速より非常に大きいことを報告している。この論文では、風洞水路において順流時と流れなしの場合の風波の成分波ごとの波速を測定し、一方吹送流の分布についても再検討して実際に近い流速分布に対する波速を計算し、この両者の比較を行う。

吹送流を取扱った研究はこれまでにかなりあるが、吹送流の分布を測定した例は非常に少ない。事実、表面での値 u_0 や下部の反流域での流速の測定はできるが、吹送流の分布を知るには一番重要な水面のごく近くでの流速の測定は、波があるため非常に困難だからである。

最近、水面近くの吹送流の大きさが対数的に減少するという実験結果が Shemdin⁴⁾, Dobroklonsky & Lesnikov⁵⁾ などにより発表されたが、われわれの実験でも水面のごく近傍では同様の傾向が見出された。そこで本論文では、対数分布の吹送流に対する波速の一次近似解を求めるとともに、吹送流の大きさの定量的な測定も行い、それらに基づいて波速の理論値を計算している。

2. 対数分布の吹送流に対する波速の計算

対数型の分布としては、表面 $y=0$ の条件を考慮して次式の分布を用いる(図—1参照)。



図—1 対数分布

$$U(y) = u_0 - U_r \ln \left(\frac{z_0 - y}{z_0} \right) \dots\dots\dots (2)$$

通常のように、波による速度成分 u, v を流関数 ϕ

$$\phi = \phi(y) e^{ik(x-ct)} \dots\dots\dots (3)$$

で表わし、線型の運動方程式を変形すると次式を得る。

$$(U-c)(\phi'' - k^2\phi) - U'\phi = 0 \dots\dots\dots (4)$$

満足すべき境界条件は表面張力 T_1 も考慮すると

$$\phi = 0, (y = -d) \dots\dots\dots (5)$$

$$(U-c)[(U-c)\phi' - \phi U'] = g_r \phi, (y=0) \dots\dots\dots (6)$$

$$g_r = g + (T_1 k^2 / \rho) \dots\dots\dots (7)$$

前報²⁾と同様に $\epsilon \equiv u_0/c_0$ をパラメータとしてせつ動法による1次近似解を求める。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \phi_0 + \epsilon \phi_1 + \epsilon^2 \phi_2 + \dots \\ c &= c_0 + \epsilon c_1 + \epsilon^2 c_2 + \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

とにおいて ϵ^0, ϵ^1 などの式を解く。まず0次の解は

$$\phi_0 = A \sinh k(y+d) \dots\dots\dots (9)$$

$$c_0^2 = (g_r/k) \tanh kd \dots\dots\dots (10)$$

* 正会員 運輸省港湾技術研究所海洋水理部

ε^1 についての式は

$$\phi_1'' - k^2 \phi_1 = -(U''/u_0)\phi_0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\phi_1 = 0, \quad (y = -d) \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\phi_1' - (g\tau/c_0^2)\phi_1 = 2\left(\frac{U}{u_0} - \frac{c_1}{c_0}\right)\phi_0' - \frac{U'}{u_0}\phi_0, \quad (y=0) \quad \dots\dots\dots (13)$$

式 (12) を満足する式 (11) の解 ϕ_1 は次のように書ける。

$$\phi_1 = -\frac{1}{k} \int_{-d}^y \frac{U''(\xi)}{u_0} \phi_0(\xi) \sinh k(y-\xi) d\xi \quad (14)$$

式 (9), (12), (13) から c_1 を求め, $c_1/c_0 = G$ とおくと,

$$G \equiv \frac{c_1}{c_0} = 1 + \frac{U_r}{u_0} \left(\frac{Q}{2k \sinh 2kd} - \frac{1}{2kz_0 \tanh kd} \right) \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$Q = 2k \left[\frac{\cosh 2kd}{2kz_0} - \frac{1}{y_2} + \sinh y_2 \{ \text{Chi}(y_1) - \text{Chi}(y_2) \} + \cosh y_2 \{ \text{Shi}(y_2) - \text{Shi}(y_1) \} \right] - \frac{d}{z_0(z_0+d)} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$y_1 = 2kz_0, \quad y_2 = 2k(d+z_0) \quad \dots\dots\dots (17)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} \text{Shi}(x) &= x + \frac{x^3}{3 \cdot 3!} + \frac{x^5}{5 \cdot 5!} + \dots \\ \text{Chi}(x) &= \log|x| + \frac{x^2}{2 \cdot 2!} + \frac{x^4}{4 \cdot 4!} + \dots \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

以上により 1 次近似の波速は次のように得られる。

$$c = c_0 + \varepsilon c_1 = c_0 + u_0 G \quad \dots\dots\dots (19)$$

なお, 式 (1) の分布を多少修正した

$$U_1(y) = u_0 - U_r \ln \left(\frac{z_0 - y}{z_0} \right) - by \quad \dots\dots\dots (20)$$

および

$$U_{11}(y) = u_0 - U_r \ln \left(\frac{z_0 - y}{z_0} \right) - a(y+d_1)^2 \quad \dots\dots\dots (21)$$

の流速分布に対する 1 次近似の波速を同様に計算すると式 (15) の G を使ってそれぞれ次のように表わされる。

$$c_1 = c_0 + u_0 G + \frac{b}{2k} \tanh kd \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$c_{11} = c_0 + u_0 G + \frac{ad_1}{k} \tanh kd - \frac{a}{2k^2} \frac{(\sinh 2kd - 2kd)}{\sinh 2kd} \quad \dots\dots\dots (23)$$

一般流がない場合の吹送流の分布 $U(y)$ については,

$$\int_{-d}^0 U(y) dy = 0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

となる必要がある。後で述べる実験結果に合うよう、底面での境界層は無視し、式 (20) の分布を採用して

$$U(-d/2) = U(-d) \quad \dots\dots\dots (25)$$

とすると, U_r と b は次のように与えられる。

$$U_r = \frac{u_0}{\left\{ \left(1 + \frac{z_0}{d} \right) \ln \left(\frac{d+z_0}{z_0} \right) - \ln \left(\frac{d+z_0}{d/2+z_0} \right) - 1 \right\}} \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$b = \frac{2}{d} U_r \ln \left(\frac{d+z_0}{d/2+z_0} \right) \quad \dots\dots\dots (27)$$

この条件にあった分布の例を図-1 に点線で示す。

3. 実験および解析方法

(1) 実験装置と実験ケース

実験は港湾技研の大型風洞水路を使って行った。この水路の平面略図は図-2 のとおりで、測定部は幅 1.5m, 高さ 1.3m (水深 0.5m) の矩形一様断面である。

この論文で述べる波速測定のための主な実験ケースは、一般流がない場合と、順流で流量最大 ($Q \approx 243 \text{ l/sec}$) の場合の 2 つで、風速はいずれも送風機の回転数を rpm 300 (A 点で $\bar{V} \approx 8.2 \text{ m/sec}$) としている。

順流時には、図-2 の①に示す水路の下に給排水用ボックスから水を入れ、整流板と金網で整流して測定部に流し、④の砂利とステンレスくずによる消波装置の下

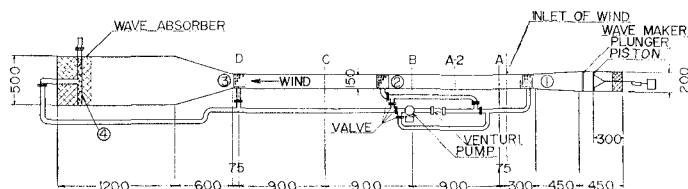


図-2 水路平面図

孔あきパイプから水を出して環流させる。この順流時の流速分布は、小型のプロペラ流速計を用いて測定した。

波高の測定には容量型波高計 (計測技研製) を 2 本使用し、出力電圧はデジタル・データレコーダ (DATAC-2000) で磁気テープに記録し、計算機で後の処理を行った。

吹送流の性質を調べるためには、幅 60 cm, 高さ 85 cm (水深 30 cm), 全長約 22 m の小型風洞水路も使用した。表面での吹送流の大きさ u_0 は計算機用カードで作った径 6 mm の円形の紙片を流し、沈まないで所定の区間を流下するものの時間をストップウォッチで 30 回程度はかって測定した。また吹送流分布の観察と測定には水素

気泡発生器と hot-film 流速計 (DISA: 55 D 01+55 D 10) を用いた。後者による場合、波があつては都合が悪いので、日野他⁶⁾によって表面活性剤として用いられたラウリル硫酸ナトリウム (以下、「表面活性剤」と略す) を水路の水の量に対して一定量だけ水中に入れて風波を消した。この場合の表面張力は水道水の 78% 程度 (約 57 dyne/cm) であった。

hot-film 流速計の検定は、検定用タンク (加藤他⁷⁾ 参照) で水路と同じ濃度に表面活性剤を入れた水で行った。リニアライザーの設定は入力 E_A に対し出力 E_L が

$$E_L = KE_A^m \quad \dots\dots\dots (28)$$

($m=2.75$) となるようにした。overheating ratio は $\alpha=0.05$ としたが、検定曲線の一例を図-3 に示す。

使用した水が真水でないため、時間とともにプローブの汚れによる出力の低下が生じたが、このため水路での測定では一点ごとにその直前にプローブをはずしてアルコール中で小筆でよく洗い、水中に入れて約 1 分間のデータを記録するようにした。

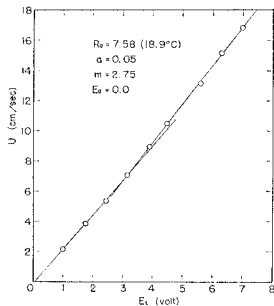


図-3 hot-film 検定曲線

(2) 波速測定法

波速の測定には、前述の 2 本の波高計を水路軸方向に l (cm) だけ離して設置し、その記録をクロススペクトル解析した ($N=8400$, $\Delta t=1/30$ 秒, ラグ=150)。

いままとも単純な場合として、振幅 a_1 で波数 k 、角周波数 ω_1 の単一正弦波に対して、一応振幅 a_2 の反射波が存在した場合について考えると、風上の波高計の信号は

$$\eta(x, t) = a_1 \cos(kx - \omega_1 t) + a_2 \cos(-kx - \omega_1 t + \varepsilon) \quad \dots\dots\dots (29)$$

$\eta(x, t)$ と $\eta(x+l, t)$ との cross correlation を計算し、そのフーリエ変換の実数部、虚数部として cospectrum $Co(f)$ と quad-spectrum $Q(f)$ を計算して $f=f_1$ における位相角 θ を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{Q(f_1)}{Co(f_1)} \\ &= \frac{(a_1^2 - a_2^2) \sin kl}{(a_1^2 + a_2^2) \cos kl + 2a_1 a_2 \cos(2kx + kl - \varepsilon)} \quad \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

したがって、反射波が全く存在しなければ ($a_2=0$)

$$\theta = kl = 2\pi l / L \quad \dots\dots\dots (31)$$

すなわち、波速 c は次のように求まる。

$$c = 2\pi f \cdot l / \theta \quad \dots\dots\dots (32)$$

式 (30) からわかるように、この方法は反射波があると大きな影響を受けることに注意が必要である。われわれの水路において周期 $T=1.02$ sec の波で実測した反射率は約 5.0% であった。実験における主要な風波の波長はこれよりはるかに小さいので、反射率はさらに小さくて無視してよいと考えられる。

ついでながら、 $a_1 \gg a_2$ であっても完全に $a_2=0$ でないならば、 $\cos kl \rightarrow 0$, すなわちまず $L \rightarrow 4l$ のとき式 (30) は不正確になるおそれがあり、このためには

$$l \ll L/4 \quad \dots\dots\dots (33)$$

と波高計間隔を小さくするのがよいことになるが、実際には後で述べるように l/L をあまり小さくすると θ の値が過小になり、波速が過大にでるようである。

4. 実験結果とその検討

(1) 吹送流と順流時流速分布

流れなしのケースでは、2 つの風洞水路で水素気泡法により吹送流の観察を行った。その結果、反流の生じる範囲もその絶対値も時間的にゆるやかにかなり変化しているが、反流の分布は反流域の上端数 cm を除いてほぼ一様であることがわかった。図-2 に示す水路の B, C 点の水路中央で観察した吹送流=0 となる深さは、通常静水面下 8~12 cm 程度で、反流の大きさは平均約 2~3 cm/sec であった。

紙片を流して測定した表面流速の値は表-1 のとおりである。流れなしの場合、Keulegan⁹⁾ は u_0 はフエッチ

表-1 表面流速測定値 (単位: cm/sec)

	流れなし (u_0)	順 流 時		
		($u_0' + U_0$)	U_{00}	u_0'
B	27.2	58.5	35.4	23.1
C	27.0	58.8	36.6	22.2
D	29.6	58.1	35.7	21.4

に依存しないとしているが、今回の結果では D 点で u_0 はやや大きくなっており、これはこの点で波が $H_{1/3} \approx 5.6$ cm と相当大きくなり、波の質量輸送も大きくなるためであろう。 u_0 と風速との比は C 点で $u_0/V_\infty = 0.028$ で、これまでの実験結果とほぼ同じである。順流のケースでは風ありでの値 ($u_0' + U_0$) と風なしでの表面流速 U_{00} とが示してあるが、 $U_0 = U_{00}$ と仮定して吹送流のみによる値 u_0' を求めると表-1 の右端のようになり、流れなしの場合の u_0 より小さくなっている。Plate & Trawle⁹⁾ も風洞実験で同様の傾向を見出し、これは流れによる水中の渦動粘性の増加が原因であるとしている。

次に水中に表面活性剤を入れて風波を消して hot-film で測定した表面近傍の流速の測定結果を図-4~5 に示す。図-4 は小型風洞 (フエッチ ≈ 9.8 m, $V_\infty \approx 7.6$ m/sec)

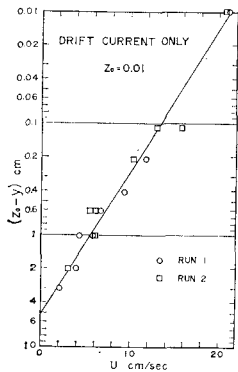


図-4 吹送流測定結果

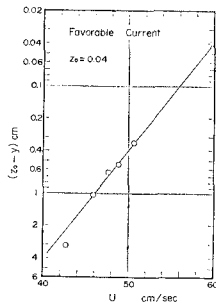


図-5 表層流速測定結果

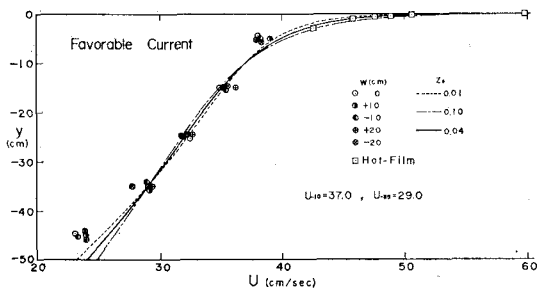


図-6 順流流速分布 (C点)

における流れなしの結果で、式(2)の分布に対応して $z_0 = 0.01$ と仮定してプロットしたものである。図-5は大型風洞における順流のケースで、こちらは $z_0 = 0.04$ として示してある。このように、それぞれ z_0 を 0.01~0.04 程度にとると水面近傍で式(2)の分布がかなりよくあてはまることがわかる。

順流のケースでは各点で流速分布を測定しているが、C点での結果を図-6に示す。図中の曲線は、図-10に示す波速の理論値計算のために使う式(21)の分布で、 $y = 0, -10, -35$ cmの3点で実測値に合せてある。

(2) 波の方向分散の影響

実際の風波のように方向分散があると、水路軸方向の波数の平均値 $\overline{k_x(\omega)}$ は方向分散がないときに比べて小さくなる。 $c = \omega/k$ であるから、波速はそれだけ小さくなることになる。2次元スペクトルを $\phi_0(\omega, \alpha)$ とすると、 c が増加する割合 β は次のように表わされる³⁾。

$$\beta = \int_{\alpha} \phi_0(\omega, \alpha) d\alpha \int_{\alpha} \phi_0(\omega, \alpha) \cos \alpha d\alpha \quad \dots (34)$$

いま、通常よく仮定されるように

$$\phi_0(\omega, \alpha) = \begin{cases} B \cdot S(\omega) \cos^n \theta \\ 0, & |\theta| > \pi/2 \end{cases} \quad \dots (35)$$

とおくと、 $n=2$ のとき、 $\beta = 1.180$ 、 $n=4$ のとき $\beta = 1.105$ となる。また、 l だけ離れた2点の水面変動のクロススペクトルは次のように表わされる¹⁰⁾。

$$Co(\omega) = \omega \int_{\alpha} \phi_0(\omega, \alpha) \cos(r \cos \alpha) d\alpha \quad \dots (36)$$

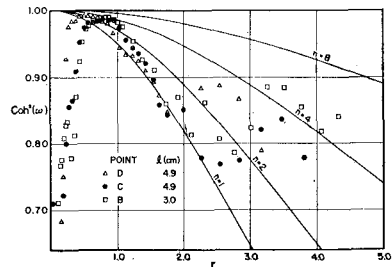
$$Q(\omega) = \omega \int_{\alpha} \phi_0(\omega, \alpha) \sin(r \cos \alpha) d\alpha \quad \dots (37)$$

$$r = \omega^2 l / g \quad \dots (38)$$

コヒレンス $Coh^2(\omega)$ は

$$Coh^2(\omega) = \frac{Co^2(\omega) + Q^2(\omega)}{S^2(\omega)} \quad \dots (39)$$

であるが、これに式(35)~(37)を代入すると $Coh^2(\omega)$ は r の関数として計算される。この計算結果と流れなしのケースでの実測値とを図-7に示すが、スペクトルのピークでの値はB, C, Dの順に $n=4$ の曲線から $n=2$ の曲線上に移っている。

図-7 $Coh^2(\omega)$ の変化

(3) 波速の測定結果

流れなしのケースにおける各点の波速の測定結果を図-8に示す。同図には $u_0 = 28.0$ cm/sec に対する理論値も曲線で示してあるが、 u_0 の約 1 cm/sec の差による曲線のずれは無視できる。スペクトルのピーク (矢印)

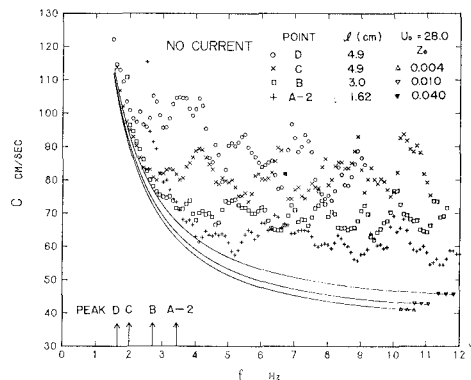


図-8 波速測定結果と理論曲線 (流れなし)

近傍では実測値のほうが理論値 ($z_0 = 0.01$) より B, C, D ではいずれも 7~8%, A-2 では約 14% 大きい (A-2 では l がやや小さすぎたおそれがある)。前述の方向分散の効果も考慮すると両者はかなりよく一致しているといえる。これに対しピークより高周波数側で c は理論値より非常に大きくなっており、各点ともピークの2倍、3倍の周波数の近くでその傾向が著しい。これは Efimov 他³⁾ も述べているように、卓越波の高調波成分の存在によるところが大きいと考えてよいであろう。

図-9 には、C点での4回の測定結果の平均値(実線)と、C点の風上5.2mの点で風を上方に排風して風も吹送流もない状態のC点で測定した波速の結果とを示す。後者は水野・光易¹¹⁾により議論された風圧の効果をチェックするためにも測定したものであるが、 $f \approx 2.2 \text{ Hz}$ の卓越波に対し高調波成分の山は明らかにあり、ただ吹送流がないのに対応して高周波数領域の波速の値は10~15 cm/sec 程度小さくなっているが、それでも流れがない場合の波速 c_0 (たとえば、 $f=4.0 \text{ Hz}$ で $c_0=40 \text{ cm/sec}$) よりかはるかに大きい。

図-10, 11 には順流のケースにおける波速の結果を示す。図-10 には理論値の曲線も示してあるが、上述の流れなしのケースと同様の傾向が見られる。また、ピークよりすこしだけ小さい周波数域で実験値は理論値より非常に大きくなる。この原因の大きなものとして、波高計間隔 l が波長 L にくらべて過小になることがあげら

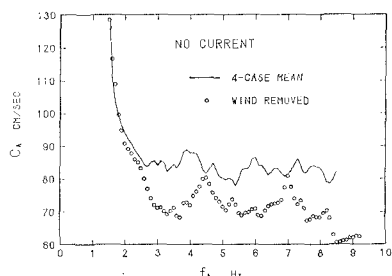


図-9 C点波速測定結果(4ケースの平均, 排風時)

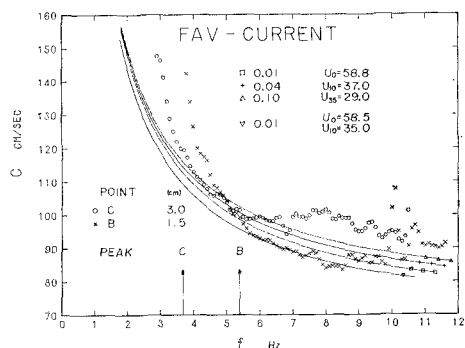


図-10 波速測定結果と理論曲線(順流)

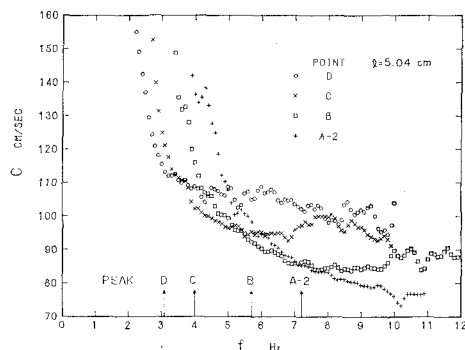


図-11 f - C 実測値(順流)

れる。別に規則波で行った測定では、 $l=5.0 \text{ cm}$ に対し $L \approx 308 \text{ cm}$ の波 ($l/L=0.016$) では 33% 過大な波速が得られ、 $l/L=0.126$ の波では 2% 大きいだけであった。この意味で 図-11 は l/L が少し大きい測定であるが、全体としてフェッチごとの変化もよくわかるので示したものである。

5. 結 論

対数型の吹送流に対する波速の1次近似式を計算し、吹送流の定量的な測定も行つて波速の線型理論値を求めるとともに、実際の風波の成分波の波速を測定して両者を比較した。その結果、高周波数領域で実測値は理論値より著しく大きくでることがわかったが、その最大の原因は波の高調波成分の存在によるものと思われる。このことは、流れの中での風波の測定結果、すなわち見かけの周波数 f についてのスペクトルを真の周波数 f_0 についてのスペクトルに変換するときなどに考慮すべきことで、今後さらに検討を必要とする。

最後に、実験に協力して頂いた水理研究室の各位に感謝の意を表します。なお、データ処理と計算には、港研の電子計算機 TOSBAC-3400 を使用している。

参 考 文 献

- 1) 加藤 始・佐野喜久雄: 流れの中の風波についての研究, 第17回海岸工学講演会論文集, 19~24, 1970.
- 2) 加藤 始: 放物線分布の吹送流に対する波速の計算, 第19回海岸工学講演会論文集, 113~118, 1972.
- 3) Efimov, V.V., Yu. P. Solov'ev and G.N. Khristoforov: Experimental determination of phase velocities of spectral components of wind waves. Izv. Acad. Sci., Atm. Oceanic Physics, Vol. 8, 436-446, 1972.
- 4) Shemdin, O.H.: Wind-generated current and phase speed of wind waves. J. Phys. Oceanog., Vol. 2, 411-419, 1972.
- 5) Dobroklonsky, S.S. & B.M. Lesnikov: A study of near surface layer of drift currents in laboratory conditions. Izv. Acad. Sci., Atm. Oceanic Physics, Vol. 8, 1177-1187, 1972.
- 6) 日野幹雄・片岡真二・金子大二郎: 風波におよぼす油膜の効果に関する実験, 第15回海岸工学講演会講演集, 1-9, 1968.
- 7) 加藤 始・佐野喜久雄・高松恭文: 水中の乱流測定のための Hot-film 流速計の特性, 港湾技研資料, No. 157, 21 p, 1973.
- 8) Keulegan, G.H.: Wind tides in small closed channels. J. Res. Nat. Bur. Stand., Vol. 46, 358-381, 1951.
- 9) Plate, E. & M. Trawle: A note on the celerity of wind waves on a water current. J. Geophys. Res., Vol. 75, 3537~3544, 1970.
- 10) Phillips, O.M.: The Dynamics of the Upper Ocean. Cambridge Univ. Press, 1966.
- 11) 水野信二郎・光易 恒: 逆風による波の減衰に関する研究 (2), 第20回海岸工学講演会論文集, 457~461, 1973.