

方向スペクトルをもつ沖波の浅海域における 伝播の計算について

永井康平*・堀口孝男*・高井俊郎**

1. まえがき

大部分の港湾や海岸の構造物は、浅海に建設されている。従来、そこにおける構造物の設計波は、波浪推算で求めた沖波の有義波を正弦波に置き換え、その屈折、碎波等を考慮して決められる場合が多かった。しかし正弦波を用いると、現実の波の周波数と波向に関する多様性を無視する結果、浅海波高の平面分布に異常な高低差を生じること等が近年問題視されている。そこで、現地波浪の不規則性を方向スペクトルを用いて考慮し、より妥当な浅海域での波の変形の計算法開発を試みた。

不規則波の伝播の計算に関しては、屈折による変形は Pierson 他¹⁾に始まり、Longuet-Higgins²⁾、Karlsson³⁾、Collins⁴⁾、永井⁵⁾、海底摩擦による変形では Hasselman 他⁶⁾、碎波による変形については合田⁷⁾等の研究がある。本稿では、まず碎波以外に外力の授受がない場合の定常状態における不規則波の伝播について、shoaling と屈折は永井と Karlsson の方法にならい、また碎波は合田のモデルを用いた計算方法の検討結果を報告する。

2. スペクトルの伝播の計算理論

(1) 成分波の重ね合わせ法に基づく計算法

不規則波高の浅海域での変形は、上述の範囲において

$$H_{1/3} = K_s K_b (H_{1/3})_0 = K_s K_r K_b (H_{1/3})_0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

と表わしう。ここで K_s は浅水係数、 K_r は屈折係数、 K_b は碎波係数であり、添字 0 は深海波の値を示す。不規則波の成分波の係数を K_s 、 K_r とすると、その線型重ね合わせ法により⁸⁾、式 (1) の K_s 、 K_r は

$$K_s = 4.00 \left[\int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_s^2 D_0^* d\theta_0 df_0^* \right]^{1/2} \quad \dots (2)$$

$$K_r = 4.00 \left[\int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_r^2 D_0^* d\theta_0 df_0^* \right]^{1/2} / K_s \quad \dots\dots\dots (3)$$

で求められる。ここで、 D 、 θ 、 f はそれぞれ方向スペクトルとその成分波の波向と周波数であり、肩記号 * は次のように無次元化した値を意味する。すなわち、

$$D^* = FS^*, \quad S^* = S / (H_{1/3}^2 T_{1/3}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$f^* = T_{1/3} f = \bar{T} f / 0.9, \quad \theta_0^* = (T_{1/3})_0 \theta \quad \dots\dots\dots (5)$$

上式で S は周波数スペクトル、 F は方向関数であり、有義波周期 $T_{1/3}$ と平均周期 $\bar{T}$ との関係は、実測値等を参考にして仮定した⁸⁾。一方、 K_b は合田⁷⁾のモデルを用い、

$$K_b = G(H_{1/3}, T_{1/3}, d, \tan \beta) \quad \dots\dots\dots (6)$$

の関数表示で求められる。ここで d は水深、 β は海底の傾き角である。実際に用いる周波数スペクトルの形は

$$S^* = a f^{*-5} \exp(-b f^{*-4}), \quad a = b/4 \quad \dots\dots\dots (7)$$

とし、係数 b の値は次の二種類を用いた⁸⁾。

$$b = \begin{cases} 1/(0.9^4 \pi) \dots\dots\dots \text{Pierson-Moskowitz 型} \\ 0.675/0.9^4 \dots\dots\dots \text{Bretschneider 型} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (8)$$

方向関数としては $\cos^{2l}\theta$ 型および SWOP のもの

$$F = \frac{(2l)!!}{(2l-1)!!} \cos^{2l} \left(\frac{\pi}{2} \frac{\theta}{\theta_{\max}} \right) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$F = [1 + \{0.5 + 0.82 \exp(-0.4419 f^{*4})\} \cos 2\theta + 0.32 \exp(-0.4419 f^{*4}) \cos 4\theta] / \pi \quad \dots\dots\dots (10)$$

を用いた。ここで、 $l=1, 2, 3, \dots, l!! = l \cdot (l-2) \cdot \dots \cdot 4 \cdot 2$ 、 $\theta_{\max}$ は卓越波向 α から測った成分波の方向 θ の最大値、 $|\theta| \leq \theta_{\max}$ である。 l が大きいほど方向分布幅は狭まる。

なお、浅海波と深海波の周期比 $K_T = T_{1/3} / (T_{1/3})_0$ は

$$K_T = \left[\frac{(b\pi)^{1/2} \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} D^* d\theta df_0^*}{\int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f_0^{*2} D^* d\theta df_0^*} \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

で求められる。

以上述べた計算法は方向スペクトルを単一成分波に分割し、線型重ね合わせ法により変形量を求めるものである。この場合、スペクトルの分割は周波数については等エネルギー的に m_f 個 (band 幅 Δf)、方向は等間隔 $\Delta\theta$ ごとに m_θ 個に分けた⁸⁾。また、実際の計算においては、次のような条件を仮定した。

1) 成分波の屈折は Snell の法則に従う (したがって、

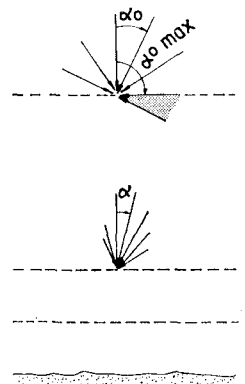


図-1 波向の問題

* 正会員 運輸省港湾局防災課

** 正会員 運輸省第二港湾建設局横浜調査設計事務所

eikonal 方程式の近似条件が満足されること)。

- 2) 波のエネルギーは沖側の深海からのみ供給され、海岸線において砕波・消滅するものとする。
- 3) 図-1 の $\alpha_{0\max}$ より大きい沖側に向う方向成分については考慮しない(沖に向うエネルギー無視)。
- 4) 沖波は時間的, 場所的に変化しない(定常状態)。
- 5) 成分波の周期は変化しない(成分波の線型性)。

こうした計算法の実例として, 平行直線状等深線海岸の場合には, 成分波のエネルギー保存則

$$D^*(f^*, \theta) \Delta \theta \Delta f^* = K_0^2 D_0^*(f^*, \theta) \Delta \theta_0 \Delta f^* \dots (12)$$

より, 屈折および shoaling 後の値が次式で求められる⁹⁾。

$$D^*(f^*, \theta) = K_s^2 D_0^*(f^*, \theta_0) / \tanh(kd) \dots (13)$$

$$K_s^2 = [\{ 1 + 2kd / \sinh(2kd) \} \tanh kd]^{-1} \dots (14)$$

$$K_H = \frac{H_{1/3}}{(H_{1/3})_0} = 4.00 \left[\int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} D^* d\theta df^* \right]^{1/2} \dots (15)$$

ここで k は成分波の波数 $k = 2\pi/L$ である。一般の地形条件の場合には, Munk 他⁹⁾ 等の方式で全成分波の K_r を求めておき, 式(1)以下を適用することになる。

(2) エネルギー平衡方程式に基づく計算法

これはエネルギーの平衡方程式を差分化して, 直接数値計算により D を implicit に求める方法である。外部エネルギーの授受を Q , エネルギー伝播速度ベクトルを ϕ とすると, エネルギー平衡方程式は次式で表わされる³⁾。

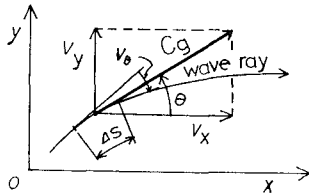


図-2 エネルギーの伝播速度

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \nabla \cdot (D\phi) - Q = 0 \dots (16)$$

そこで上述の仮定を適用し, Q の砕波は式(6)で後に考えることとすると, 式(16)は図-2を参照して,

$$\frac{\partial}{\partial x}(Dv_x) + \frac{\partial}{\partial y}(Dv_y) + \frac{\partial}{\partial \theta}(Dv_\theta) = 0 \dots (17)$$

を解くことに帰する。ここで, ϕ は Munk 他⁹⁾ により

$$\phi = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_g \cos \theta \\ C_g \sin \theta \\ \frac{C_g}{C} \left(\frac{\partial C}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial C}{\partial y} \cos \theta \right) \end{pmatrix} \dots (18)$$

であり, C_g, C は成分周波数での群速度と波速である。

式(17)の各項を差分化するに当たり, switching type を用い, また図-3の定義と仮定3)に注目すると,

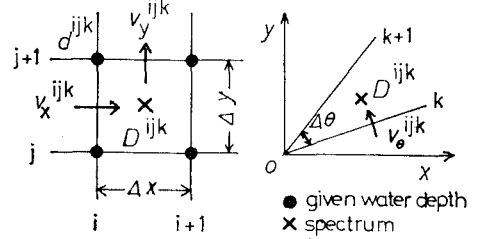


図-3 座標系の定義

$$\frac{\partial}{\partial x}(Dv_x) = (D^{ijk} v_x^{i+1jk} - D^{i-1jk} v_x^{ijk}) / \Delta x \quad v_x \geq 0$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(Dv_y) = \begin{cases} (D^{ijk} v_y^{ijj} - D^{ij-1k} v_y^{ijk}) / \Delta y & v_y \geq 0 \\ (D^{ij+1k} v_y^{ijk} - D^{ijk} v_y^{ij-1k}) / \Delta y & v_y < 0 \end{cases}$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta}(Dv_\theta) = \begin{cases} (D^{ijk} v_\theta^{ijk+1} - D^{ijk-1} v_\theta^{ijk}) / \Delta \theta & v_\theta^{ijk} \geq 0, v_\theta^{ijk+1} \geq 0 \\ (D^{ijk+1} v_\theta^{ijk+1} - D^{ijk-1} v_\theta^{ijk}) / \Delta \theta & v_\theta^{ijk} \geq 0, v_\theta^{ijk+1} < 0 \\ (D^{ijk} v_\theta^{ijk+1} - D^{ijk} v_\theta^{ijk}) / \Delta \theta & v_\theta^{ijk} < 0, v_\theta^{ijk+1} \geq 0 \\ (D^{ijk+1} v_\theta^{ijk+1} - D^{ijk} v_\theta^{ijk}) / \Delta \theta & v_\theta^{ijk} < 0, v_\theta^{ijk+1} < 0 \end{cases} \dots (19)$$

と差分化される。ここでは, D^{ijk} に沖波のスペクトルを与えて x の正の方向(海岸の方向)に計算を前進させるものとしており, D^{i-1jk} は既知量である。したがって, 式(19)を式(17)に代入すると次式が得られる。

$$a_1 D^{ijk} + a_2 D^{ij-1k} + a_3 D^{ij+1k} + a_4 D^{ijk-1} + a_5 D^{ijk+1} = b D^{i-1jk} = B \dots (20)$$

係数の値は, たとえば $v_y \geq 0, v_\theta^{ijk} \geq 0, v_\theta^{ijk+1} \geq 0$ のとき

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= v_x^{i+1jk} / \Delta x + v_y^{ijk} / \Delta y + v_\theta^{ijk+1} / \Delta \theta \\ a_2 &= -v_y^{ij-1k} / \Delta y, \quad a_4 = -v_\theta^{ijk} / \Delta \theta \\ a_3 &= a_5 = 0, \quad b = v_x^{ijk} / \Delta x \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

となる。他の場合でも a_1 が $a_2 \sim a_5$ よりも大きな値である。そこで, 式(20)からある i で $j=1 \sim N, k=1 \sim L$ の D に関する連立方程式を解くのに, 係数マトリクス $[A]$ が対角優位である特性を考え, Gauss-Seidel 法を用いた。

実際の計算においては, 与条件として沖波 D^{ijk} および水深 d^{ijk} を与えるほか, メッシュ側方の境界条件として次の4通りのものを与えた(x 方向への前進型の計算であるので海岸線の手前で計算を打ち切り, 海岸線沿いの y 方向の境界条件は与えなくてすむ)。

- 1) 側方からのエネルギー入力なし
($D^{i1k} = D^{iN+1k} = 0$)
- 2) 側方へのエネルギー流れなし
($v_y^{i2k} = v_y^{iN+1k} = 0$)

3) 地形および波浪条件が軸対称

$$(D^{iN+1k} = D^{iNLk-k+1})$$

4) 内外同一スペクトルで近似

$$(D^{iN+1k} = D^{iNk}, i=2, 3 \dots, M)$$

3. スペクトルの伝播の計算結果と検討

(1) 平行直線状等深線海岸

まず単純重ね合せ法で不規則波の浅水係数 K_s を求めたのが 図-4 である。方向スペクトルの分割数は

$$m_f = m_\theta = 36 (\Delta\theta = 5^\circ)$$

とした。不規則波の場合、正弦波の K_s を滑らかにした変化を示し、その最低値は 0.94 と正弦波の 0.91 よりもやや大きい。Pierson-Moskowitz と

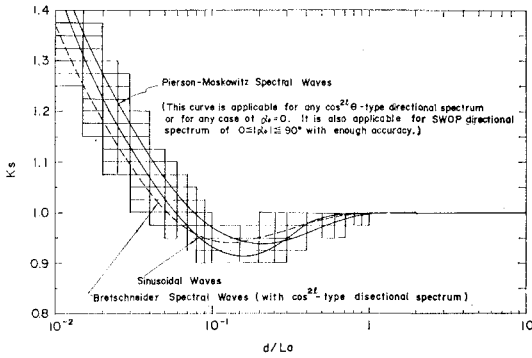


図-4 不規則波の浅水係数 K_s (含正弦波の K_s)

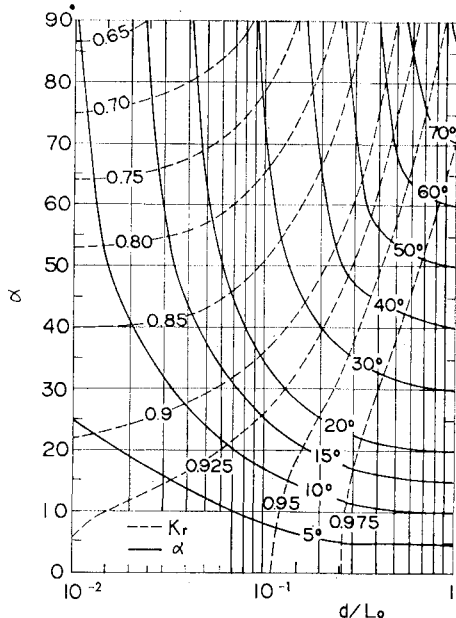


図-5 不規則波の屈折係数 K_r と卓越波向 α (沖波が Pierson-Moskowitz の S と SWOP の F の場合)

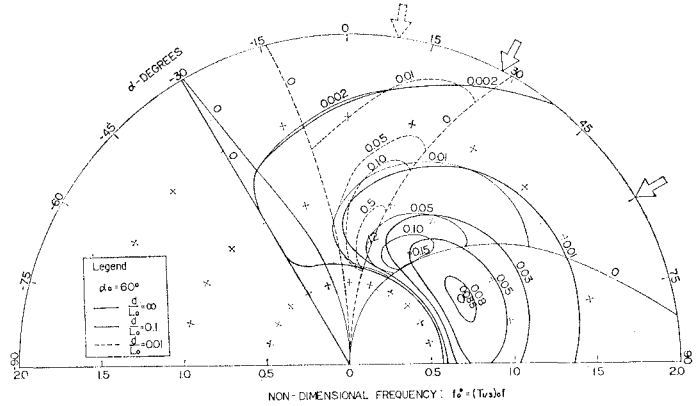


図-6 屈折による方向スペクトルの変化 ($\alpha_0 = 60^\circ$)

Bretschneider のスペクトルによる差は、前者の S が低周波数側に偏っているため、水深の影響を相対的に深い所から受けるためである。次に不規則波の屈折係数 K_r と卓越波向 α の変化を 図-5 に示した。 α_0 が小さいと正弦波と大きな差はない。このときの各水深における方向スペクトルの変化を $\alpha_0 = 60^\circ$ の場合について表わしたのが 図-6 であり、浅い所ほど卓越波向 (図中の矢印) が等深線に直角に近づくこと、方向分布幅が狭まること、低周波成分が増大すること等がわかる。

一方汀線から 40 miles の水深が 1 000 feet である直線勾配海岸での不規則波の伝播を energy balance の方法で解いた結果が 図-7 である。沖波の条件は $(H_{1/3})_0 = 30 \text{ ft} = 9.144 \text{ m}$, $(T_0)_0 = 10.74 \text{ sec}$ とし、計算メッシュは

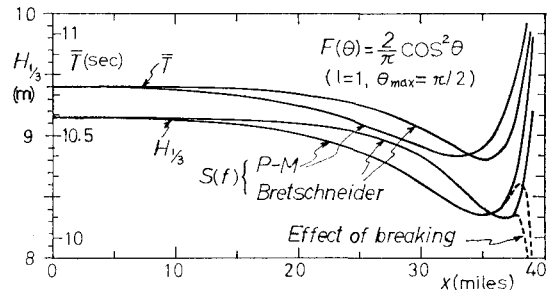


図-7 直線勾配海岸での不規則波の変形の計算例

$\Delta x = \Delta y = 1 \text{ mile}$, $m_f = 15$, $m_\theta = 30$ ($\Delta\theta = 6^\circ$), 側方境界条件は対称とした。この結果は上述した重ね合せ法の結果と一致しており、波高、周期とも約 9% の落ちこみがあること、さらに浅い所で両者とも発散するが、碎波係数 K_b を考慮すると波高 $(H_{1/3})_b$ に上限値が現れること等が読みとれる。

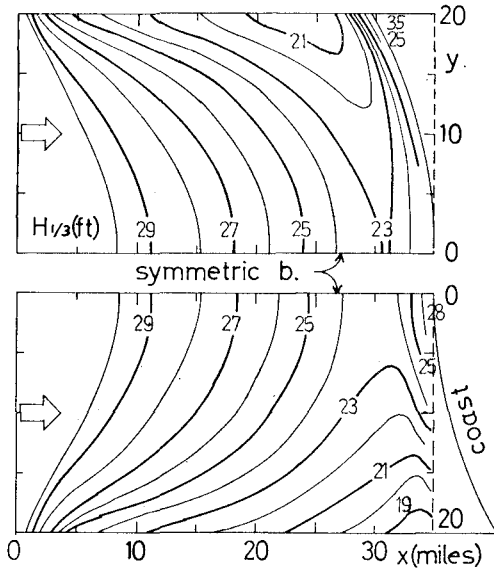
(2) 一般的等深線海岸

Energy balance の計算法が特長を発揮するのは、平面的変化をもつ等深線の海岸の場合である。しかし、この種の境界値問題の常として、側方境界条件の適切な選択

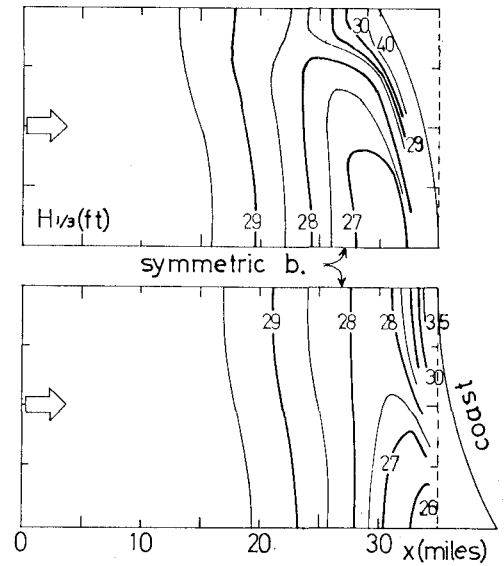
が大きな課題となる。常識的にいって、計算領域内のスペクトルから境界のそれを外挿するのが良いと考えられるが、その方法では、式(20)の a_1 の値が小さくなり、マトリクス[A]の対角優位性がなくなり、計算が収束しない。そこで、半径40 mileの円弧状海岸線をもち、円の中心を通る対称軸上で海岸線から40 milesの点でその直角方向の水深が5000 feet、そこから汀線まで6次の放物線で急激に浅くなるモデル海岸³⁾において、沖波が $(H_{1/3})_0=30$ ft (Pierson-Moskowitzの S と $\cos^2 \theta$ の F)のとき、2.(2)であげた4つの境界条件による波高の差を比較したのが図-8である。計算メッシュ等他の

条件は図-7の場合と同じとしている。図の波高分布からみて、これらの境界条件の中では、4)の内外同一スペクトル近似が最適と判断される。

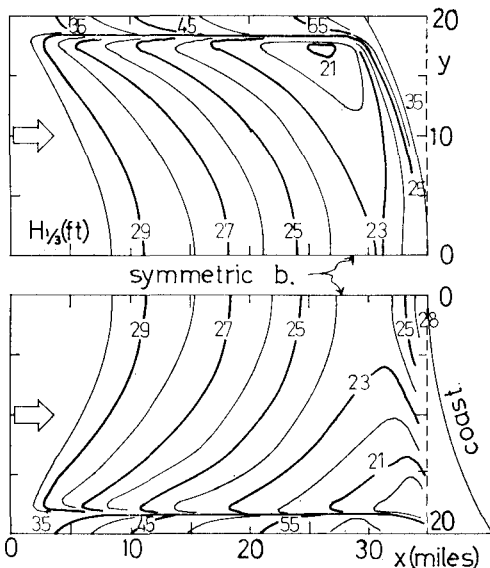
最後に energy balance の計算法の現地海岸への適用例として、小川原海岸で $(H_{1/3})_0=3.1$ m, $(T_{1/3})_0=6.9$ sec, 進入卓越波向 ESE (D_0 の形と分割法は図-8と同じ)の条件で計算した結果を図-9に示した。メッシュは $\Delta y=400$ m で一定, $\Delta x=400, 200, 100$ m と通減している。境界条件は上の検討結果に鑑み、両サイドとも同一スペクトル近似を採用した。図中上図は従来の単一正弦波を用いた計算結果であり、これと比較することにより、



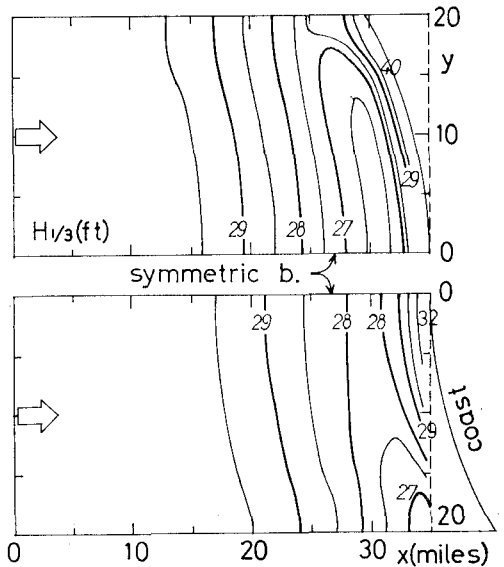
1) 側方からの入力なし



3) 側方境界線に関して軸対称

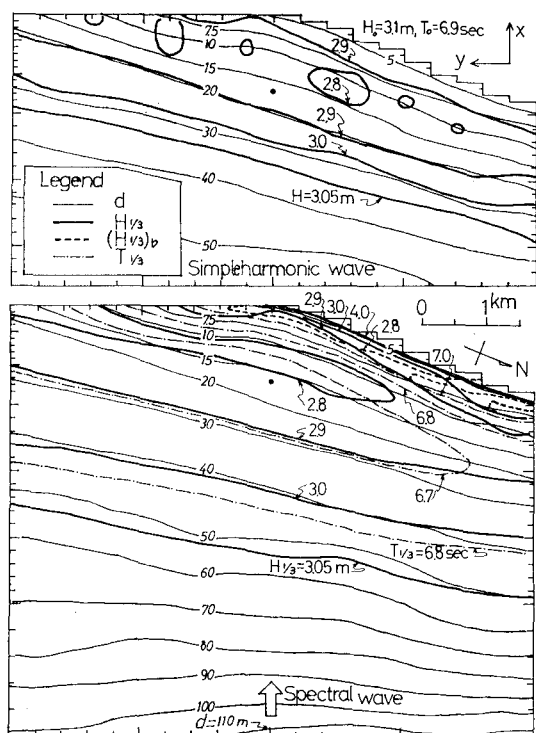


2) 側方境界線を横切るエネルギー流れなし



4) 軸対象側方境界線内外のスペクトル等置

図-8 側方境界条件の検討のための円弧状(放物線断面)海岸での計算例



図—9 現地海岸での正弦波と不規則波の変形の計算例

不規則波の計算値のほうが滑らかな変化をもつこと等の上に述べてきた特性で読みとれる。なお、同図には海底勾配を $\tan \beta = 0.02$ としたときの砕波後の波高 $(H_{1/3})_b$ も示した。

4. あとがき

構造物の計画・設計に当って、今後波の不規則性を考慮した手法⁸⁾が導入される機会がますます多くなると考えられる。本稿の結果は、実測値による検証等の検討課題を残しているけれども、設計波や不規則波の回折計算

の入力条件等の決定に際して参考になれば幸である。

なお本論の解析の過程で終始ご助言頂いた港湾技術研究所 合田良実室長ならびに計算の実施を委託した日本 I.B.M. 社 光永哲郎、笹尾忠弘各氏の絶大なご協力に対し、謝意を表します。

参考文献

- 1) Pierson, W.J., Jr. et al.: Practical Methods for Observing and Forecasting Ocean Waves by Means of Wave Spectra and Statistics, *U.S. Navy H.O. Pub.*, No. 603, 284 p. 1955.
- 2) Longuet-Higgins, M.S.: On the Transformation of a Continuous Spectrum by Refraction, *Proc., Cambridge Phil. Soc.*, Vol. 53 (1), pp. 226~229, 1957.
- 3) Karlsson, T.: Refraction of Continuous Ocean Wave Spectra, *Proc., A.S.C.E.*, J., WH Div., WW4, pp. 437~448, 1969.
- 4) Collins, J.I.: Prediction of Shallow-water Spectra, *J., Geophys. Res.*, Vol. 77, No. 15, pp. 2693~2707, 1972.
- 5) 永井康平: 不規則な海の波の屈折および回折の計算, 港湾技研報告, 第11巻第2号, pp. 47~119, 1972.
- 6) Hasselman, K. et. al.: Spectral Dissipation of Finite-depth Gravity Waves due to Turbulent Bottom Friction, *J., Marine Res.*, Vol. 26, No. 1, pp. 1~12, 1968.
- 7) 合田良実: 砕波を伴う不規則波の Shoaling に関する計算, 海洋学会春季大会講演集, pp. 152-1~2, 1972.
- 8) 永井康平: 不規則な海の波の防波堤による回折の計算, 第19回海岸工学講演会論文集, pp. 337~343, 1972.
- 9) Munk, W.H., and R.S. Arthur: Wave Intensity along a Refracted Ray, *Gravity Waves.*, U.S. National Bureau of Standards, Circular 521, pp. 95~108, 1952.