

三陸大津波の数値実験

岩崎 敏夫*・楊 沢 民**

1. 序 論

津波の防災施設の設計に最近の津波の研究における成果を反映せしめるために、「設計津波」の提案を行い、投資対象として適当と考えられる津波の規模を考え、波源域より沿岸に至る津波の伝播、変形、遡上を数値計算により実行することを目標とし、1973年に「設計津波」の波源域設定のための検討を行い、そのディメンションおよび地盤変動を与える方法を示した¹⁾(以下前報と称する)。本報は構造物を設置する対象地点に対して、この波源域をどのような相対的位置に、かつ方向におくかについて、実際に、大陸棚斜面に波源域を設定して数値計算を行い、沿岸沖合における津波の波形を求めることによって検討を行ったものである。

前報の方法により求めると、津波のマグニチュード m に対して波源域は表-1の大きさとなる。以下にはこの大きさの波源域を取扱う。

なお本報の要はすでに発表したが一部に計算上の不備があったのを修正し、かつ資料を大幅に追加して報告するものである²⁾。

2. 数値計算の方法と境界条件

海洋中の津波の発生および伝播については、周知の次の基礎方程式を用いる。

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{M}{h+\zeta-\eta} \cdot \frac{\partial M}{\partial X} + \frac{N}{h+\zeta-\eta} \cdot \frac{\partial M}{\partial Y} = -g(h+\zeta-\eta) \frac{\partial \zeta}{\partial X} - \frac{\tau_b^{*X}}{\rho_w} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{M}{h+\zeta-\eta} \cdot \frac{\partial N}{\partial X} + \frac{N}{h+\zeta-\eta} \cdot \frac{\partial N}{\partial Y}$$

$$= -g(h+\zeta-\eta) \frac{\partial \zeta}{\partial Y} - \frac{\tau_b^{*Y}}{\rho_w} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} - \frac{\partial \eta}{\partial t} = - \left(\frac{\partial M}{\partial X} + \frac{\partial N}{\partial Y} \right) \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 X, Y は水平直交座標、 $M=UH, N=VH, H=h+\zeta-\eta, U, V$ は X, Y 方向の一様分布流速、 H は全水深、 ζ は津波の天文潮よりの偏差で正は上昇したとき、 η は海底の上昇量。また τ_b^{*X}, τ_b^{*Y} は海底摩擦の (X, Y) 成分で、

$$\vec{\tau}_b = \rho_w \cdot \gamma_b^2 |\mathbf{V}| |\mathbf{V}| \dots\dots\dots (4)$$

すなわち $\mathbf{V}$ は (U, V) なる成分よりなる流速ベクトルであり、また ρ_w は水の密度、 γ_b^2 は摩擦係数であり、普通 2.6×10^{-8} c.g.s. にとられている。

式(1)~(3)を差分化して数値積分する方法は日野が解説した方法によった³⁾。ただし差分化するにあたり流量フラックス M, N は(偶, 偶)分割点および(奇, 奇)分割点に、水位 ζ は(偶, 奇)分割点および(奇, 偶)分割点において求めることとし、時間ステップ Δt ごとに、 (M, N) と ζ とを交互に求めて記憶容量の減少をはかっている。

海側境界条件は従来流速が長波の水粒子軌道速度と同じになるものとして次式を与えている。

$$M \text{ または } N = \zeta \sqrt{gh} \dots\dots\dots (5)$$

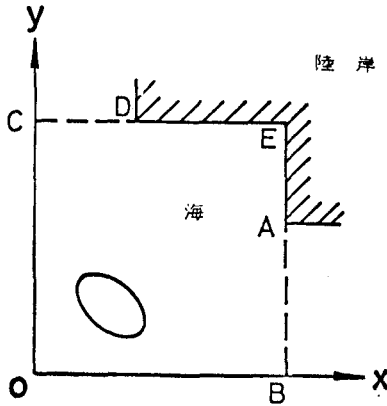
しかしたとえば図-1のような計算領域の中に波源域が存在し、ABOCD が海で DEA が陸である場合には式(5)をそのまま使用することは誤りである。何となれば梶浦の1次元理論によって、正の方向に進行する波に対し、波速 c 、波幅 b として

$$z^+ = \frac{Q}{bc} + \zeta = \text{const.} \dots\dots\dots (6)$$

表-1 波源域のディメンション

m	M	Et ($\text{ton}\cdot\text{m}$)	a (km)	b (km)	η_{max} (m)	註
1	7.45	1.000×10^{11}	32.61	27.35	8.534	M : 地震のマグニチュード Et : 津波のエネルギー
2	7.85	3.985×10^{11}	70.72	42.28	9.301	a : 波源域長径半軸 b : 波源域短径半軸
3	8.23	1.585×10^{12}	202.0	89.77	7.535	η_{max} : 海底上昇高

* 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科
** 正会員 工修 日本港湾コンサルタント株式会社



図—1 計算領域の説明図

また負の方向に進行する波に対し、

$$z^- = \frac{Q}{bc} - \zeta = \text{const.} \dots\dots\dots (7)$$

(M, N) を用いて変更すると、

$$X \text{ の正方向に } \frac{M}{c} + \zeta = z_M^+ \dots\dots\dots (8)$$

$$X \text{ の負方向に } \frac{M}{c} - \zeta = z_M^- \dots\dots\dots (9)$$

$$Y \text{ の正方向に } \frac{N}{c} + \zeta = z_N^+ \dots\dots\dots (10)$$

$$Y \text{ の負方向に } \frac{N}{c} - \zeta = z_N^- \dots\dots\dots (11)$$

そこで境界の外側から進入する波がないものとするれば、

$$\text{AB 上で } N=0 \text{ また } z_M^+ = 0 \text{ よって } M=c\eta \dots\dots\dots (12)$$

$$\text{OC 上で } N=0 \text{ また } z_M^+ = 0 \text{ よって } M=-c\eta \dots\dots\dots (13)$$

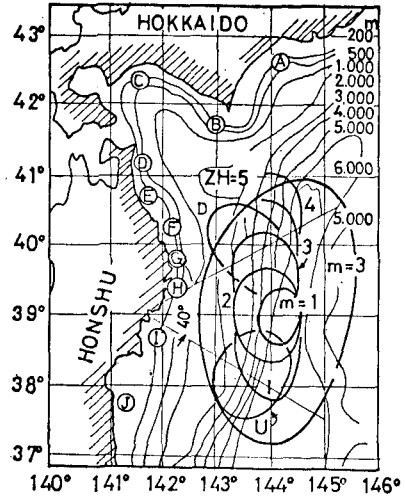
$$\text{OB 上で } M=0 \text{ また } z_N^+ = 0 \text{ よって } N=-c\eta \dots\dots\dots (14)$$

$$\text{CD 上で } M=0 \text{ また } z_N^- = 0 \text{ よって } N=c\eta \dots\dots\dots (15)$$

すなわち式(12)~(15)によらねばならない。

次に境界上で η または M, N のいずれかが分らないと内部の点の計算ができない。このためにはたとえば境界上の ζ の値を内部の点の外挿より求め、その結果として計算不安定に陥りやすく、丸めなど特殊な工夫を行ったことが報告されている。しかし物理的には、このような外挿は双曲型の特性を無視した取扱いと考えられ、伝播時間を考慮に入れるために著者は次の方法を用いた。

すなわち M, N を求むべき点では $2\Delta t$ 以前のその点での M または N の値と、 Δt 以前の4周の ζ の値を必要とするが、境界外の ζ の値は伝播に要した時間だけ前の境界上の問題点での ζ を、その時刻の M または N より式(12)~(15)を利用して求めて、その値にとる。また、境界上の ζ を求むべき点では同様に伝播時間以前の



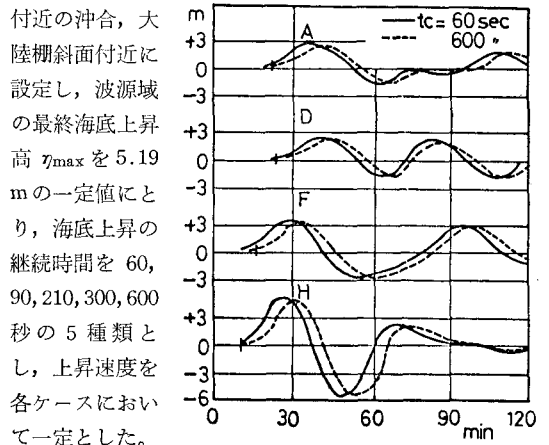
図—2 計算領域と波源域及び出力地点

その点での ζ の値より M または N を求めて、これをその点の4周のうちの境界外の点における値と考える。陸側境界条件は、従来ここで M も N も0にとられているが、今回は境界に垂直な方向の流量フラックスを0とし、境界に平行な方向は0でないものとした。しかるときは境界形状によって12種類の条件が生じてくるが詳細は省略する。

図—2 は計算の対象域で北海道南岸、三陸海岸を陸岸とし、タスカロラ海溝を含む海域である。分割距離 DS は24km、分割時間間隔 DT は30秒であった。どのケースについても計算不安定を生じていず、したがってまた平滑化の必要はなかった。

3. 波源域の海底上昇速度の影響

まず津波のマグニチュード m を3と指定して、前報1)の方法によって波源域の大きさを求め、これを大船渡湾および広田湾



図—3 海底上昇の継続時間の影響

ると $m=3$ の場合、 $\eta_{\max}$ は 7.535 m となるが、ここでは上昇速度の影響を知ることが目的なので、時分割の都合上、上記の $\eta_{\max}$ をとったものである。

結果の 1 例を図-3 に示す。沿岸波形は場所によってかなり異なった形状を呈するが、上昇速度による差異は最初の立上りの部分にのみ生じ、以後は各地点ごとにほとんどかわらない。いま波源域の半幅を 90 km、平均水深を 4925 m とし、disturbance time-size ratio を調べると、0.147~1.471 となり、impulsive region にほぼ入ると考えられる。すなわち前報で予想した通り発生波の波形は実際の海底の変動速度にかかわらない結果をえた。

4. 波源域と沿岸沖合の波形の関係

図-4, 5 は沿岸沖合 A 点と I 点における波形と、これに最も近い波源域周辺の地点における波形とを比較したもので、点 A は波源楕円長軸側、点 I は短軸側の代表として例示したものである。なおこの場合は $m=3$ とし、かつ $\eta_{\max}=7.535$ m とした。

図によると波源域縁辺では急激な水位上昇の後に、長軸側は 10 分程度、短軸側は 15 分程度の周期の振動が見られるのに対し、沿岸沖合では波形はきわめてなめらかとなり、周期 70 分ほどの甚だ緩慢な運動になっている。

三陸大津波の際には周期 10~20 分といわれているのに比し、この波形はいかにも緩慢である。その理由についてはひとつには次のように考えられる。

Hammack の実験では単一波が発生した直後は、アーセル数は 1 よりかなり小さく線型理論が適用されるが、伝播するにつれてほとんど 1 の程度となり、KdV 方程式で記述される分散が生じるといわれる。第 1 波の立上りの部分についてアーセル数を求める。すなわち、

$$U = \eta_0 / h^3 \| \eta_x \|^2 \dots \dots \dots (16)$$

ここに η_0 は第 1 波の最高偏差値、 h は水深、また η_x は第 1 波立上りの部分の最急勾配値で、 η/c (c は伝播速度で $\sqrt{gh}$ より求める) として求めてみる。すると、点 P_{6-11} で 8.7×10^{-4} 、点 A で 860 となる。すなわち波源域縁辺では線型で周波数分散を生じるに対し、陸岸沖合いでは、有限振幅長波理論で解きうるような振幅分散を生ずる非線型波となっている。Hammack は U が 1 の程度で KdV 分裂を生ずるように述べているが、Galvin⁴⁾ の実験結果では U が 100~500 で 3 個のソリトン分裂が期待され、このことは土屋・安田⁵⁾ の数値計算でもえられていることから、恐らく点 A に至る途中で分裂が生ずるものと考えられる。ソリトン発生初期にはきわめて小さい波が現われねばならない。しかし計算のメッシ

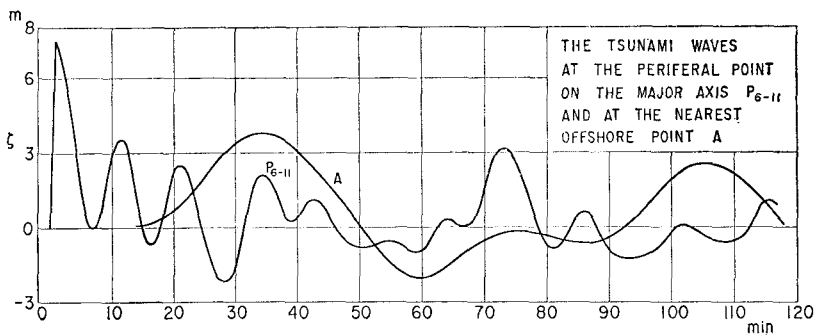


図-4 波源域長軸上の縁辺とこれに最も近い沖合の津波波形の比較

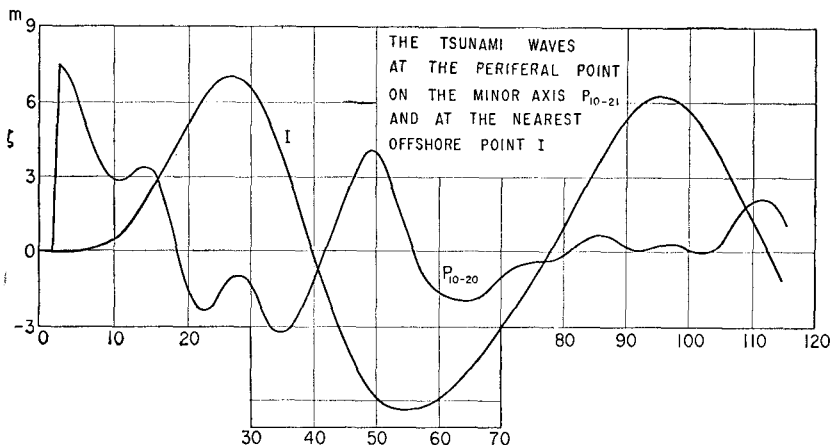


図-5 波源域短軸上の縁辺とこれに最も近い沖合の津波波形の比較

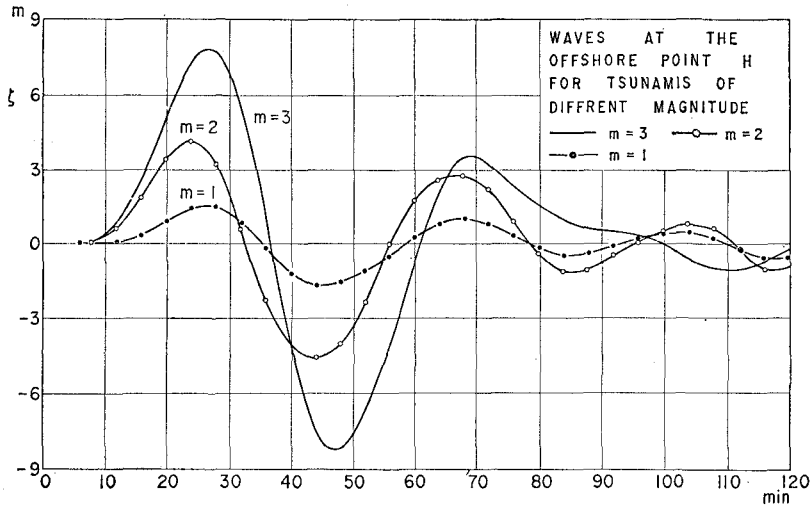


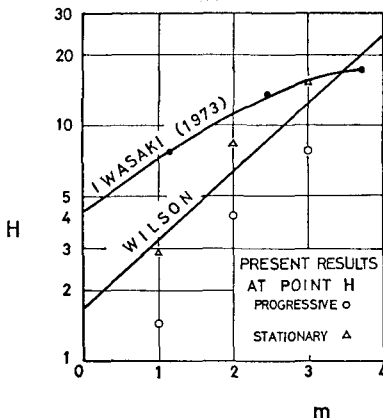
図-6 津波のマグニチュードの影響

間隔が粗いために、このような波が生じ得ない。点Aのアーセル数から、ソリトンが3個ないし4個発生すると考えると上に得た周期70分を分けることにより、ソリトンの周期は20分前後となる。

5. 波源域の規模の影響

次に図-2に示すように波源域中心および長短軸を一致せしめ、津波のマグニチュードを $m=3, 2, 1$ ととり、その場合の波源域を前報の方法により求め、また海底上昇の継続時間は60秒によって代表せしめた。

図-6は結果の1例として点Hにおける値を示す。また第1波の最大値を求め、Wilsonの式と比較したのが図-7である。図にはまた前報にえた震央より190kmの地点の推定波高(重複波)を加えてある。点Hの波高は沿岸沖合なので、これも2倍にして重複波高に直して見た値も△印で入れているが、この値はWilsonの式に比較的近い。また $m=3$ のときには前報の予想値によく一致している。

図-7 最大偏差高と m との関係

次に対象地点と、波源域縁辺でこれに最も近い点との距離を X' とし、その経路における平均水深を $\bar{h}$ とし、 $X'/\sqrt{g\bar{h}}$ を求めた。この値は地震が生じてから該地点までの長波の所要伝播時間になるはずであるが、津波の先端では波形が崩れるためにこれより若干早く、立上りが認められる。また最高波の生じる時刻を $t_{\max}$ とし、

$$T_{\max} = t_{\max} \sqrt{\frac{g}{\bar{h}}} - \frac{X'}{\bar{h}} \quad (17)$$

なる量を導びくと、これは最高波がフロントから遅れる距離の無次元量となる。図-8には横軸に $X'/\bar{h}$ をとり、 $T_{\max}$ を示した。 $m=3$ の場合津波が伝播するにつれて、ピークがフロントから遅れていることがわかる。すなわち有限振幅長波理論では、ピークはフロントに追いつこうとするはずであるのが、一見、フロントの方が早いことになる。これは津波が非定常波であるためであろう。しかし、 $m=2, 1$ の場合、波高が小さくなってくると、次第に遅れが回復する。

図-9は最大偏差高 $\zeta_{\max}$ と海底上昇高 $\eta_{\max}$ との比を縦軸に、 $X'/\bar{h}$ を横軸にとって描いたもので、遠方へ伝播するにつれてこの比は次第に減少し、 $X'/\bar{h} > 100$ で

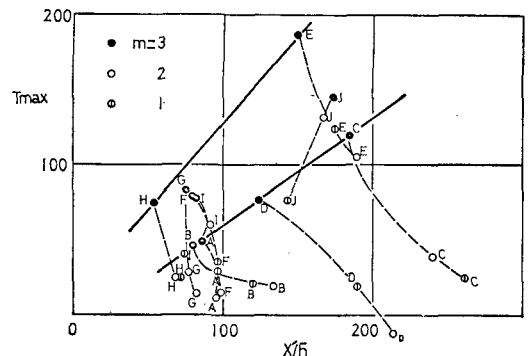
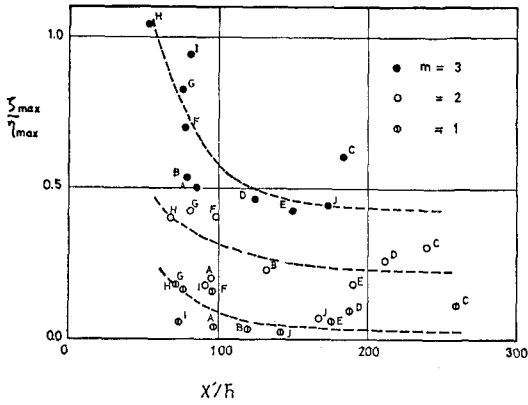


図-8 距離とピークの時間遅れとの関係



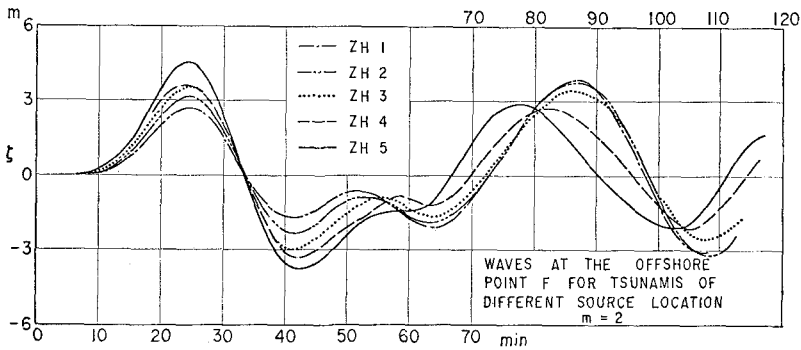
図—9 $\zeta_{\max}/\eta_{\max}$ と $X'/\bar{h}$ との関係

は、かなり一定値に近づいている。三陸沿岸の F, G, H, I では距離があまり変わらないのに、 $\zeta_{\max}/\eta_{\max}$ は相当異なっており、海底地形の影響を顕著にうけるようである。

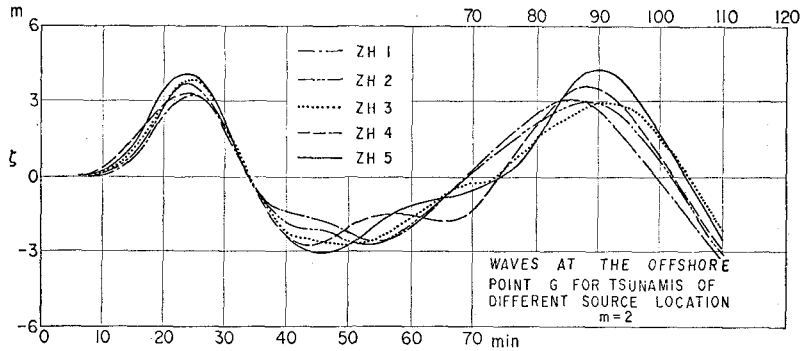
6. 波源域の位置の影響

さらに 図—2 に示すように $m=2$ の波源域の軸を共通の子午線上にとり、中心を南北に移動せしめ、都合 5 通りの計算を行った。その結果の各地点における波形を相互に比較できるように、第 1 波が再び静水位に復帰する時刻を一致せしめて描いた。図—10, 11, 12, 13 は点 F, G, H, I の各地点におけるものである。

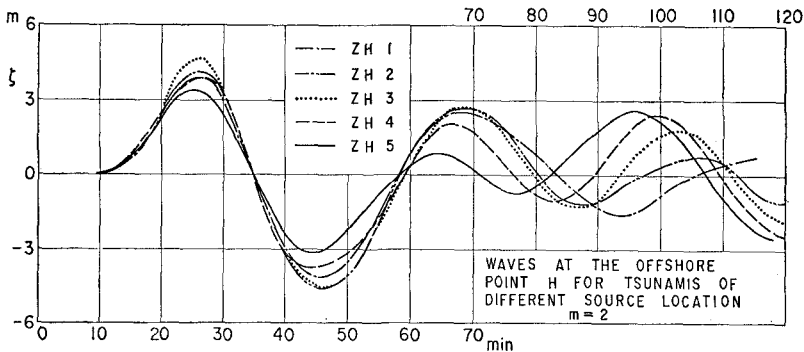
これによると第 1 波の山に関する限り波形は相互によ



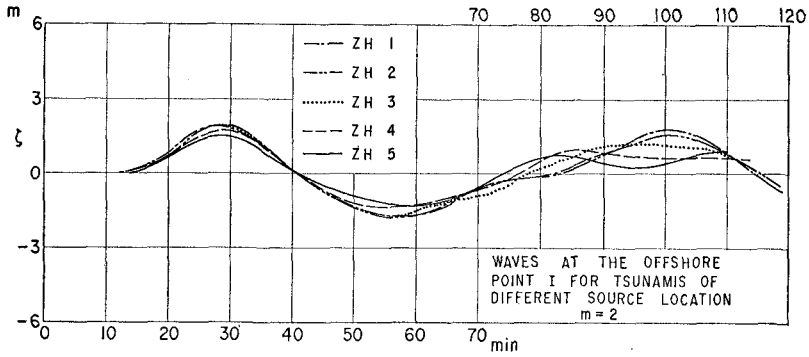
図—10 波源域の位置の影響, 点 F $m=2$



図—11 波源域の位置の影響, 点 G $m=2$



図—12 波源域の位置の影響, 点 H $m=2$

図—13 波源域の位置の影響, 点 I $m=2$

く相似し, この山の裾のひろがりは25分程度であり, かつ正弦波状である。 $\zeta_{\max}$ については 図—9 に関連しているのでここではふれない。また波源域がこのように変化しているにもかかわらず, 波形が意外に変わないことは設計上の目的よりすれば非常に重要な意味を持つものと考えられる。

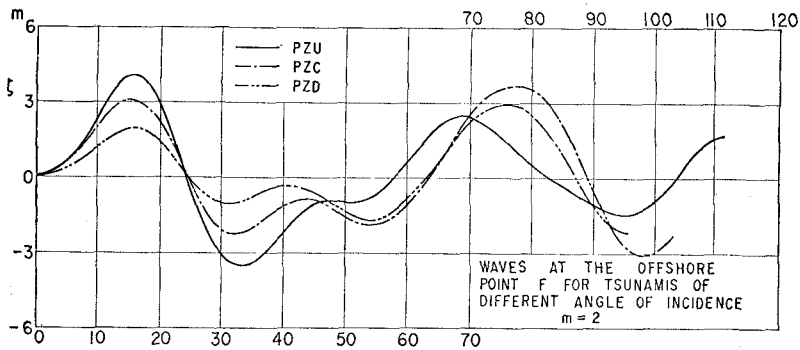
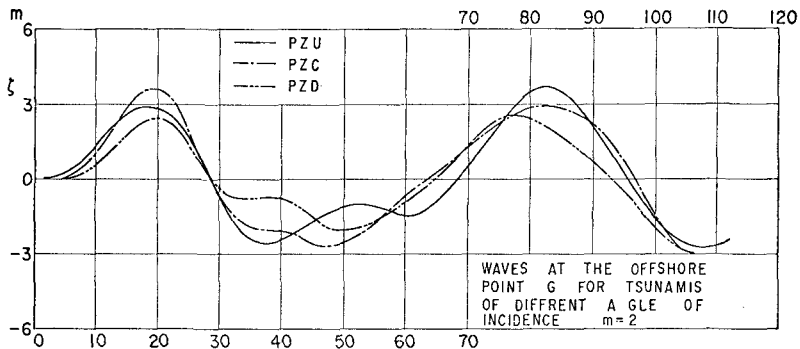
7. 波源域の方向の影響

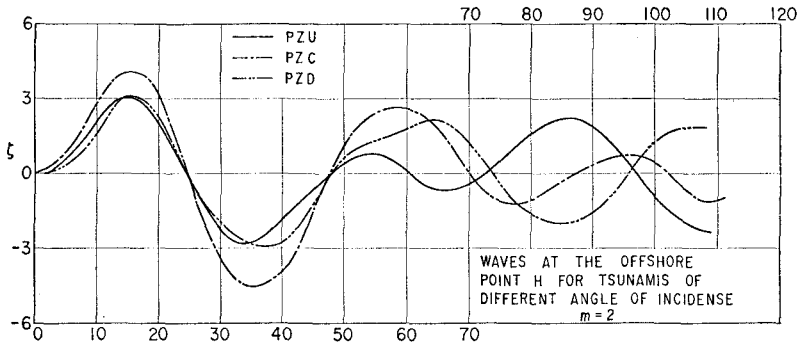
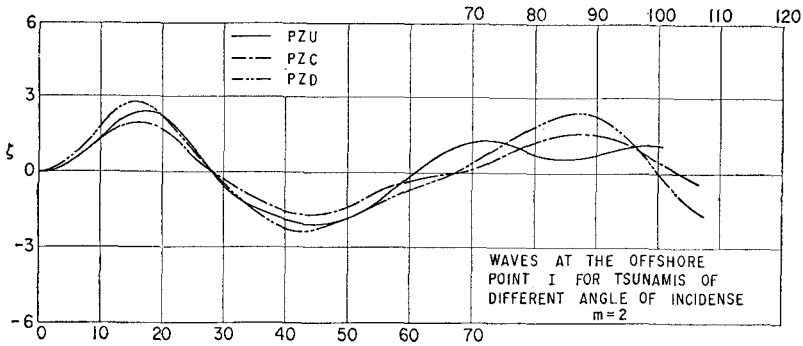
最後に広田湾沖を固定させて, これに正対する波源域を PZC とし, $\pm 20^\circ$ に斜めに対する波源域を, 北側より入射してくる方を PZU, 南側より入射してくる方を PZD とした。その結果を 図—14~17 に示した。点

Fでは PZU, また I では PZD が最も高くなるのは波源域が近いためである。また, その他の地点では正対した波源域より来る津波が最も高い波高を与えるが, これもまず常識に一致した結果といえよう。各地点相互に比較すると周期, 波高とも若干の相違をもっているが, 斜め方向に襲来することによる沿岸沖合の波形を考える場合, 同一地点で正対する方向よりの津波に周期のうえであまり変化がないことは注目される現象と考えられる。

8. 結 論

三陸大津波の数値実験を行い, 北海道南岸より, 三陸沿岸に至る海岸沖合の波形を, 種々の波源域を設定して

図—14 波源域の方向の影響, 点 F $m=2$ 図—15 波源域の方向の影響, 点 G $m=2$

図-16 波源域の方向の影響, 点H $m=2$ 図-17 波源域の方向の影響, 点I $m=2$

求めた。本報によってえられた結論を次に列挙する。

(1) 津波発生の数値実験における境界条件は、外洋および沿岸の両側において本報に述べたような設定を行うことが必要である。

(2) $m=1\sim3$ で、三陸沖に波源がある場合は、ほとんど impulsive region に入り、海底の運動速度にかかわらず、最終変動高によって波形は決定される。

(3) 波源域縁辺では急激な水位上昇の後に、10~15分の周期の振動が見られるが、沿岸沖合にえられた波形はきわめてなめらかで周期70分程度であり、ソリトン分裂の可能性が検討されねばならない。

(4) 沿岸波高の値は波源域に最も近い点では、Wilson の経験式に最も近い（重複波の場合）。 $m=3$ の場合には波源域より遠い地点ほど、ピークはフロントから遅れているが、 $m=2, 1$ の場合には遅れが回復し、振幅分散を生じる。また最大波高の局所的分布は $X'/\bar{h} < 100$ の範囲で著しい。

(5) 波源域の位置が子午線上で相当変わっても、第一波については沿岸波形はあまり変わらない。

(6) 波源域の方向が $\pm 20^\circ$ の範囲で変化しても、正対する地点では周期は変らない。しかし、波高は正対する波源よりの津波が最も高い。波源域より外れた地点では最も近い位置の波源域よりの津波が最も高い。しかし、設計の目的よりすれば、このことはあまり考慮しなくて

もよい。

以上、波源域の規模や位置に応じた沿岸沖合の津波波形について多くの知見をうることができた。海底変位の地理的分布や、ソリトン分裂など残された問題があるが被害予測や構造物設計のためにはひとつの手法が提供されたといえよう。また沖合波形より湾内へ進入する津波についても現在若干の成果がえられているので近い機会に発表するつもりである。最後に本研究の費用の一部は昭和48年度文部省科学研究費補助金「浅海域における長周期波の変形と陸上遡上に関する研究」(代表者 岩崎敏夫)の助成をうけた。ここに記して厚く謝意を表します。

参考文献

- 1) 岩崎敏夫:「設計津波」の波源域, 第20回海岸工学講演会論文集, 1973.
- 2) 岩崎敏夫・楊 沢民: 波源域と三陸沿岸における津波の波形との関係について, 第10回災害科学総合シンポジウム講演論文集, 1973.
- 3) 日野幹雄ほか: 流体解析(I), 数値解析法講座(8) 土木学会誌, 57-9, 1972.
- 4) Galvin, C.J.: Wave breaking in shallow water, Waves on Beaches and Resulting Sediment Transport, edited by R.E. Meyer, Academic Press, 1972.
- 5) 土屋義人・安田孝志: 浅海における波の変形—特に Soliton の発生について—第20回海岸工学講演会論文集, 1973.