

波が遡上する流れの水粒子運動に関する実験的研究

佐 藤 道 郎*

1. ま え が き

流れと波の共存場で水粒子はどのような軌道運動をするのか、流れの速度分布が波の存在によってどうなるのか、また、乱れの性質は波の存在によってどのように影響を受けるだろうか、といった問題は波と流れの共存場における水理現象を理解する上で基礎となるものと思われる。

本報告は、これまで行ってきた流れを遡る波の波高変化に関する研究の過程で試みた若干の実験結果をもとに上述の点について触れたものである。

波のように周期的な変動を伴う流れにおける乱れに関しては近年波動境界層の乱れについて堀川・渡辺¹⁾の電解式乱流計による計測や日野・大西²⁾の熱線流速計による計測などが行われ、興味深い結果が得られてきている。

一方、流れと波が共存する場合には波動境界層の問題に加えて、静水を波が伝播する場合と異なり、すでに乱れている媒質を波が伝播することになるため、その乱れと波の相互作用が問題となる。このような乱れと波の相互作用に関し、Skoda³⁾は水路底に沿って設置されたpaddle typeの攪拌装置によって乱された媒質を伝播する波のエネルギーの逸散量の測定を行い、乱れのスケールや強さと波エネルギー逸散との関係を論じた。定常流乱流に波のような周期運動が加わった場合に乱れにもその周期運動の影響が反映されるものと考えられ、ひいては平均流れもなんらかの変化をもたらすことが考えられる。そこで、これらの点を調べるための実験を試みた。流速測定には定常流乱流の乱れ成分を測定するのに有力な手段であるX型プローブの熱膜流速計を使用して見たが、本実験のように周期的変動を伴う流れの乱れ測定には後述するようにあまり有効といえないようである。測定は計器の特性上、限られた条件下のものであり、また、データ処理上の困難さから一つのケースについてのものであるため、種々の波および流れの条件下での系統的な議論はされず大まかに概観するにとどまった。

2. 流れと波による水粒子の運動

時刻 $t=0$ で (x_0, y_0) の位置にあった水粒子の $t=t$

における位置 (x, y) は Lagrange 速度 (u_i, v_i) を用い次のように表わされる。

$$x = x_0 + \int_0^t u_i(x_0, y_0, t') dt' \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$y = y_0 + \int_0^t v_i(x_0, y_0, t') dt' \quad \dots\dots\dots (2)$$

流れの Euler 速度を $U(y)$ 、波の Euler 速度成分を $(u_1(x, y, t), v_1(x, y, t))$ とすれば、Lagrange 流速 (u_i, v_i) は Euler 速度から次のように得られる。

$$\begin{aligned} u_i(x_0, y_0, t) &= U\left(y_0 + \int_0^t v_1(x_0, y_0, t') dt'\right) \\ &\quad + u_1\left(x_0 + \int_0^t u_i(x_0, y_0, t') dt', \right. \\ &\quad \left. y_0 + \int_0^t v_1(x_0, y_0, t') dt', t\right) \\ &\doteq U(y_0) + \left(\int_0^t v_1(x_0 + U(y_0)t', y_0, t') dt'\right) \\ &\quad \times \left.\frac{dU}{dy}\right|_{y=y_0} + u_1(x_0 + U(y_0)t, y_0, t) \\ &\quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_i(x_0, y_0, t) &= v_1\left(x_0 + \int_0^t u_i(x_0, y_0, t') dt', \right. \\ &\quad \left. y_0 + \int_0^t v_1(x_0, y_0, t') dt', t\right) \\ &\doteq v_1(x_0 + U(y_0)t, y_0, t) \quad \dots\dots (4) \end{aligned}$$

u_i, v_i を次のように表わす。 c を波速、 k を波数として

$$u_1 = \hat{u}_1(y) \cos k(x - ct) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$v_1 = \hat{v}_1(y) \sin k(x - ct) \quad \dots\dots\dots (6)$$

式 (5), (6) を式 (3), (4) に代入して (u_i, v_i) は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} u_i &\doteq U(y_0) + \frac{\hat{v}_1(y_0)}{k(c - U(y_0))} \cdot \left.\frac{dU}{dy}\right|_{y=y_0} \\ &\quad \times [\cos k\{x_0 - (c - U(y_0))t\} - \cos kx_0] \\ &\quad + \hat{u}_1(y_0) \cos k\{x_0 - (c - U(y_0))t\} \quad \dots\dots (7) \end{aligned}$$

$$v_i \doteq \hat{v}_1(y_0) \sin k\{x_0 - (c - U(y_0))t\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

よって、 (x, y) は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \left\{ U(y_0) - \frac{\hat{v}_1(y_0)}{k(c - U(y_0))} \cdot \left.\frac{dU}{dy}\right|_{y=y_0} \right. \\ &\quad \left. \times \cos kx_0 \right\} t - \frac{1}{k(c - U(y_0))} \end{aligned}$$

* 正会員 工博 東北大学助手 工学部土木工学科

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \hat{u}_1(y_0) + \frac{\hat{v}_1(y_0)}{k(c-U(y_0))} \cdot \frac{dU}{dy} \right\}_{y=y_0} \\ & \times [\sin k\{x_0 - (c-U(y_0))t\} - \sin kx_0] \cdots (9) \\ y = & y_0 - \frac{\hat{v}_1(y_0)}{k(c-U(y_0))} \cos kx_0 + \frac{\hat{v}_1(y_0)}{k(c-U(y_0))} \\ & \times \cos k\{x_0 - (c-U(y_0))t\} \cdots \cdots \cdots (10) \end{aligned}$$

いま, $x_0=0$ とすれば, 式(9), (10) は次のような形に表わすことができる。

$$x = K \cdot \theta - a_x \sin \theta \cdots \cdots \cdots (11)$$

$$y = \bar{y} + a_y \cos \theta \cdots \cdots \cdots (12)$$

ただし, $K, \theta, \bar{y}, a_x, a_y$ はそれぞれ次のとおりである。

$$K = - \frac{\left\{ U - \frac{\hat{v}_1}{k(c-U)} \cdot \frac{dU}{dy} \right\}_{y=y_0}}{k(c-U(y_0))} \cdots \cdots \cdots (13)$$

$$\theta = -k(c-U(y_0)) \cdot t \cdots \cdots \cdots (14)$$

$$\bar{y} = y_0 - \frac{\hat{v}_1(y_0)}{k(c-U(y_0))} \cdots \cdots \cdots (15)$$

$$a_x = \frac{1}{k(c-U(y_0))} \left\{ \hat{u}_1 + \frac{\hat{v}_1}{k(c-U)} \frac{dU}{dy} \right\}_{y=y_0} \cdots \cdots \cdots (16)$$

$$a_y = \frac{\hat{v}_1(y_0)}{k(c-U(y_0))} \cdots \cdots \cdots (17)$$

式(11), (12) は楕円トロコイド曲線を表わす式である。すなわち, $y = \bar{y} + K$ なる直線の下側において, この直

線に接して半径 K なる円が転がるとき, この円の注目する一つの半径と半径 a_x および半径 a_y の二つの同心円とが定める楕円上の点の軌跡を表わすものである。

向かい流れを波が遡る場合には, $U < 0$ とすると $K > 0$, $\theta < 0$ の場合であるから, (1) $a_x > K$, (2) $a_x = K$, (3) $a_x < K$ について式(11), (12)に基づいて図示すれば図-1 のようになる。図-1(1) は $\hat{u}_1 > -U$ の場合で, このとき軌跡は外点の描く楕円トロコイドとなる。図-1(2) は $\hat{u}_1 = -U$ のときでサイクロイドを描く。図-1(3) は $\hat{u}_1 < -U$ のときで内点の描く楕円トロコイドとなる。

これらの結果を実験的に調べてみた。実験には長さ 8m, 幅 0.5m, 高さ 0.8m の水路を用いた。水粒子の軌跡は, キシレンとモノクロベンゼンを混ぜてマジックインキで着色し, 比重が水と同じになるように調節したものをトレーサーとして 35mm カメラでシャッターを 1 秒間開放して撮影した。実験波の周期は 0.8 秒, 水深は 10.4 cm であった。

結果の例を写真-1, 2, 3 に示す。写真から図-1 に

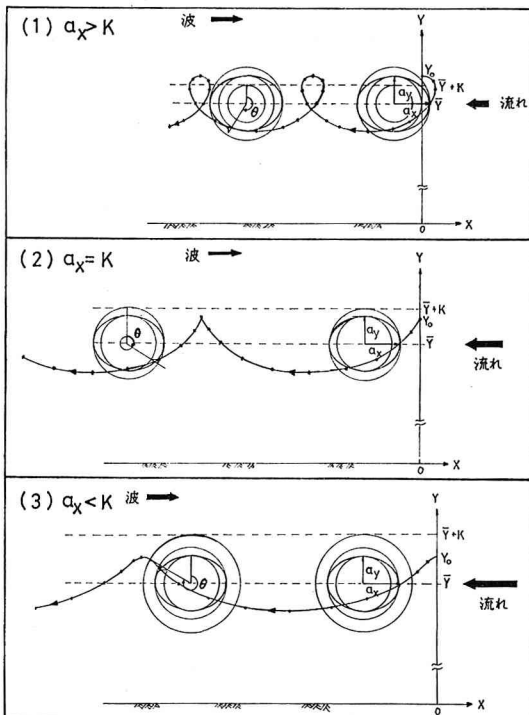


図-1 水粒子の軌跡

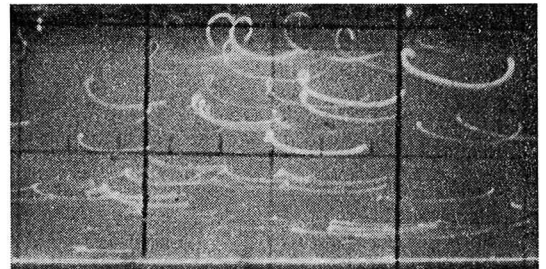


写真-1 水粒子の軌跡 ($U/c_0 = -0.06$)

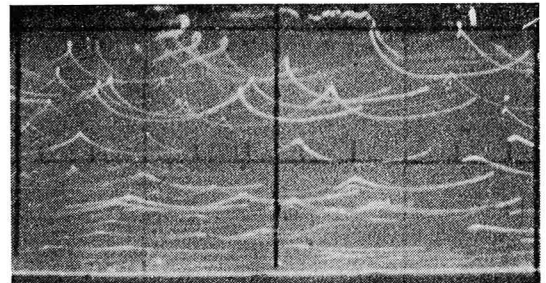


写真-2 水粒子の軌跡 ($U/c_0 = -0.10$)

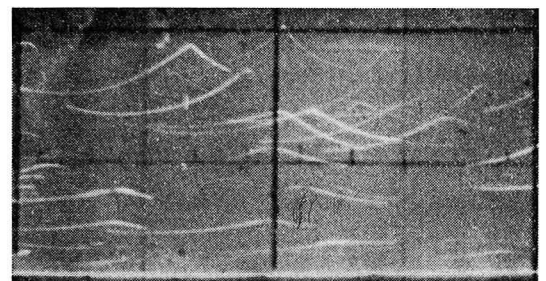


写真-3 水粒子の軌跡 ($U/c_0 = -0.19$)

示したような軌跡を描いていくことがわかる。

2. 流れと波の共存場の乱れの計測

(1) 実験装置および実験方法

実験は長さ 20m, 幅 0.8m, 高さ 0.5m の循環流式造波水路で行った。反射の影響を極力除くよう種々検討した結果, 勾配 1/5 の斜面に透水性の良いマット (ステラシート) を張って波消しとして用いた。

流速測定には定温度熱膜流速計 (Thermo System Inc. 製 1050 シリーズ) に X 型プローブ (図-2) を用いた。

測定位置は造波機の設置された下流端より 7.5m のところで, 水深は 30cm とし, 水底より 0.5cm~20cm の範囲で測定した。初めの目標としては波動境界層内のレイノルズ応力も測定する予定であったが, 後述するような事情やその他の事情から果たせなかった。

実験に用いた波は周期 1.33 秒, 波高 8.3cm で, この波が断面における最大流速 33cm/sec の流れを遡る場合について測定した。

(2) 測定結果の処理

熱膜流速計から出力される各受感要素に垂直な有効冷却速度から, 水平および鉛直速度成分 (u, v) は次のようにして得られる。

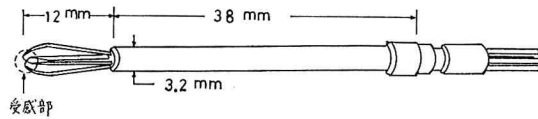


図-2 流速計プローブ

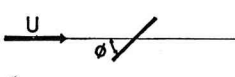


図-3

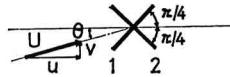


図-4

U なる速度を有する流れの中に流れと ϕ なる傾きをもって受感要素が置かれている場合 (図-3), 有効冷却速度 q は次のように表わされる。

$$q = U(\sin \phi)^{1/k} \quad (k: \text{定数}) \quad (18)$$

二つの受感要素を互いに直角をなすように組み合わせ平均流れ方向にそれぞれ 45° の傾きをなすように置けば (図-4), 要素 1, 2 について式 (18) より次式を得る。

$$q_1 = U \left\{ \sin \left(\frac{\pi}{4} - \theta \right) \right\}^{1/k} = U \left\{ \cos \left(\frac{\pi}{4} + \theta \right) \right\}^{1/k} \quad (19)$$

$$q_2 = U \left\{ \sin \left(\frac{\pi}{4} + \theta \right) \right\}^{1/k} \quad (20)$$

q_1, q_2 は各受感要素からのリアライザー出力として得られ, それらを用いて U, θ は式 (19), (20) より次のよ

うに得られる。

$$U = (q_1^{2k} + q_2^{2k})^{1/2k} \quad (21)$$

$$\theta = \arctan (q_2/q_1)^k - \pi/4 \quad (22)$$

よって, u, v は次のように得られることになる。

$$u = U \cos \theta \quad (23)$$

$$v = U \sin \theta \quad (24)$$

ところで, q_1, q_2 には方向性がなく絶対値しか得られないため, 式 (22) において q_2/q_1 は常に正で,

$$\pi/2 > \arctan (q_2/q_1)^k > 0$$

となり, θ の値は

$$\pi/4 > \theta > -\pi/4$$

となり, 式 (23) から得られる u は常に正となって流れの向きは表わされない。したがって, 振動流境界層のように流れの向きが逆転するような場合の乱れ成分の測定には X 型プローブもあまり有効といえないようである。

しかし, 流れの速度が波の速度成分よりも大きな場合には測定できる。そこで, 本実験ではそのような条件を満たす場合について測定した。

次に式 (23), (24)

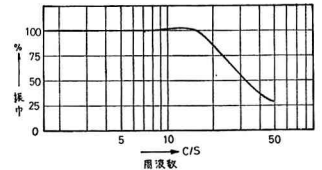


図-5 ガルバノメーターの特性

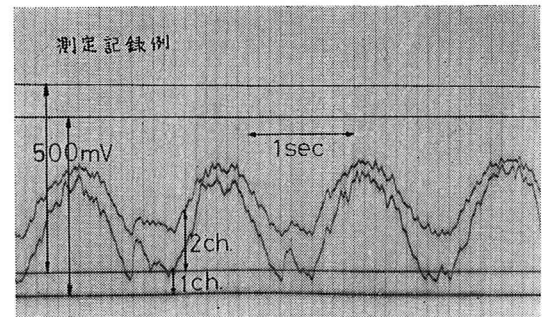


図-6 流速測定記録例

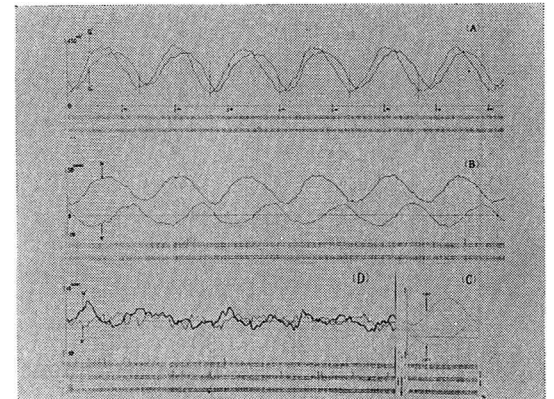


図-7 流速計出力から乱れ成分 u', v' まで

より得られた (u, v) から乱れ成分 (u', v') を求めるにあたり、乱れの定義は日野・大西によるものにしたがった。すなわち、各瞬間の速度成分を u, v とし、波の同位相における u, v のアンサンブル平均を平均速度として、 $\langle u \rangle, \langle v \rangle$ で表わす。そのときの乱れ成分 u', v' は次のとおりである。

$$u' = u - \langle u \rangle \quad (25)$$

$$v' = v - \langle v \rangle \quad (26)$$

データの読み取りは一波ごとに等分して行う必要があり、磁気テープに収録されているデータを電磁オシログラフに紙送り速度 3 cm/sec で 1/10 秒ごとに刻時線を入れて書き出し、非常な労力を要するが日野・大西にならって波一周期ごとに区切り、おのおのの波を等分して読み取るという方法をとった。用いたガルバノメーターは図-5 に示すような特性を有し、15 c.p.s. を遮断周波数とした低域通過フィルターを通したと同様の効果がある。そこで解析に供する最大周波数を 15 c.p.s. として、読み取り間隔を 1/30 秒とした。実験波は周期 1.33 秒であるから、

この読み取り間隔は一周期の 1/40 である。したがって、一周期ごとに 40 等分し 40 波について一測定につき 1 600 個の 2 チャンネルで 3 200 個の資料をカーブリーダーで読みとり紙テープに穿孔して、東北大学大型計算機センターの

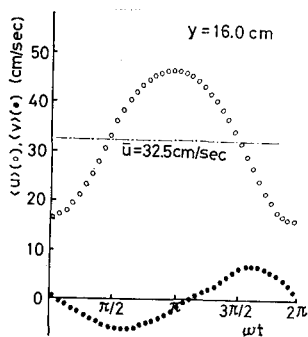


図-8 $\langle u \rangle, \langle v \rangle$ の変化の例

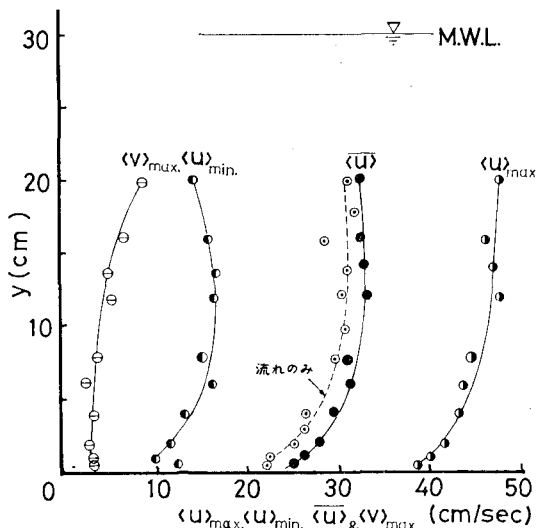


図-9 平均流速の鉛直分布

NEAC 2200-500 および 700 によって計算処理を行った。

(3) 実験結果

まず、 $\langle u \rangle, \langle v \rangle$ が図-8 に示すように得られ、これをさらに波周期について平均した $\bar{u} (= \langle \bar{u} \rangle)$ と波がない流れだけの場合の $\bar{u}$ の水深方向速度分布形状の比較をしてみた。結果は図-9 に示すとおりである。同一の流れでの測定ではなかったため流速の大きさに若干差異がある。分布形状については、この結果からは流れに波が重なってもあまり目立った差異は見られない。図中の y は底からの高さを表わし、流れの流下方向に u の正がとられている。また、 $\omega t = 0$ は波の速度成分 u_w の最大の位相に対応している。

次に平均乱れ強さ $\sqrt{\langle u'^2 \rangle}, \sqrt{\langle v'^2 \rangle}$ およびレイノルズ応力に関連する $-\overline{u'v'}$ の分布を求めてみると図-10 のようであった。乱れ強さが底から上方に向って小さくなるが 8 cm 程度から上方では減少せずむしろいくぶん大きくなる傾向が見られ、定常乱流の場合とは異なった傾向と思われる。 $-\overline{u'v'}$ については y の増加とともにほぼ直線的に減少している。以上は全測定時間での平均量であるが、波の各位相のアンサンブル平均の意味での乱れ強さ、レイノルズ応力の変化を調べてみると、 $\sqrt{\langle u'^2 \rangle}, \sqrt{\langle v'^2 \rangle}$ の変化は図-11 および図-12 のようであった。底面付近 (図 (A)) と流心付近 (図 (B)) とについて示したが、 $\sqrt{\langle u'^2 \rangle}$ については波による加速度の大きな $\pi/2, 3\pi/2$ 付近の位相で大きくなっているが、 $\sqrt{\langle v'^2 \rangle}$ ではあまり位相による変化はみられない。また図-13 に示す $-\langle u'v' \rangle$ は $\sqrt{\langle u'^2 \rangle}$ と類似した変化がみられる。レイノルズ応力は Boussinesq による表現を用いれば渦動粘性係数 ϵ を用いて次のように表わされる。

$$-\rho \overline{u'v'} = \rho \epsilon \frac{du}{dy} \quad (27)$$

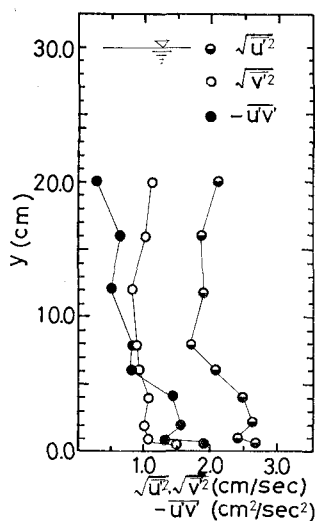
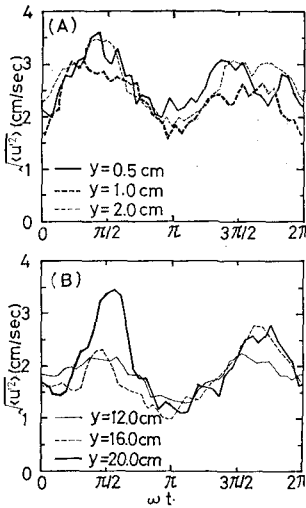
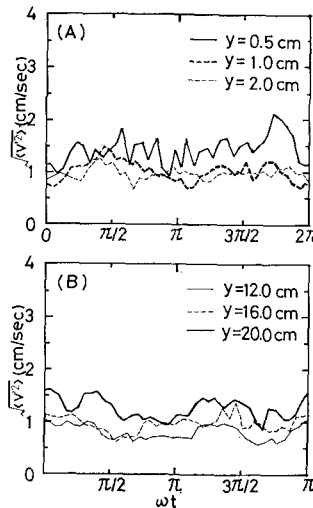
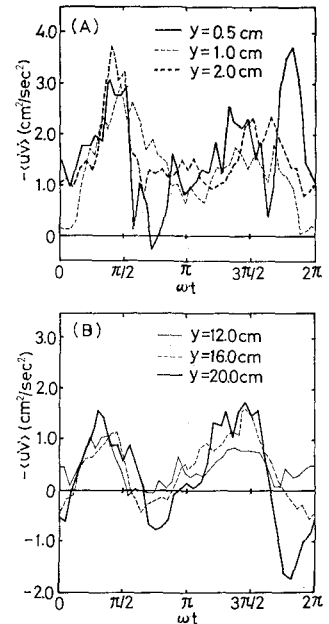


図-10 $\sqrt{\langle u'^2 \rangle}, \sqrt{\langle v'^2 \rangle}, -\overline{u'v'}$ の分布

この表現を特に波動乱流境界層や本実験にみられるような周期的変動をともなう流れの場合に持ち込むことには議論のあるところであるが、実験から得た $-\langle u'v' \rangle$ と図-8 に示したような各位相における平均流速から流速分布を最小自乗法により y の 4 次式で近似させ、次式を

図-11 $\sqrt{\langle u'^2 \rangle}$ の変化図-12 $\sqrt{\langle v'^2 \rangle}$ の変化図-13 $-\langle u'v' \rangle$ の変化

用いて ϵ を求めてみた。

$$\epsilon = -\langle u'v' \rangle / \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \quad (28)$$

結果は 図-14 に示すように、底からしだいに増大し、やがて、上にいくにつれ平均的には小さくなる傾向を示すが、位相による散らばりが大きくなる。

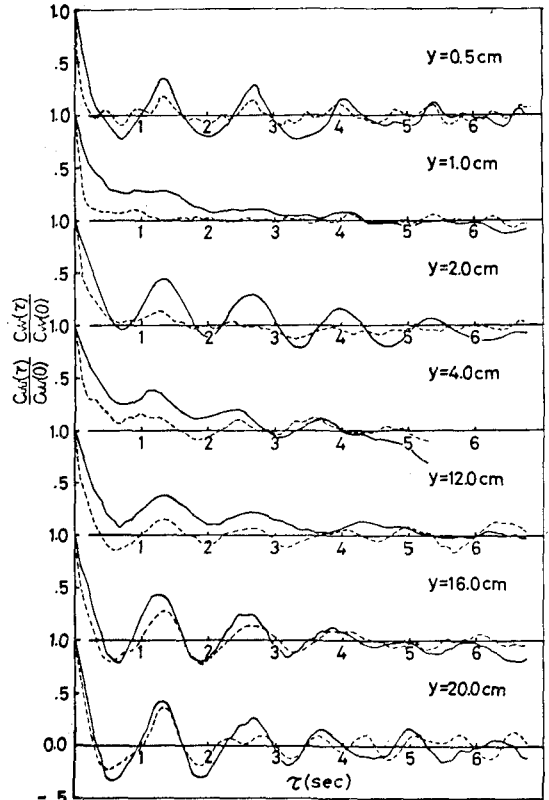
y の大ききところでは $\partial \langle u \rangle / \partial y$ が位相によって 0 に近づき、一方 $\langle u'v' \rangle$ は 図-13 のように有限の範囲で変化しているから、 ϵ は大きく変化することになる。いま、この流れの境界層厚を δ とし、 δ までは対数分布が成り立つものとして、 ϵ を

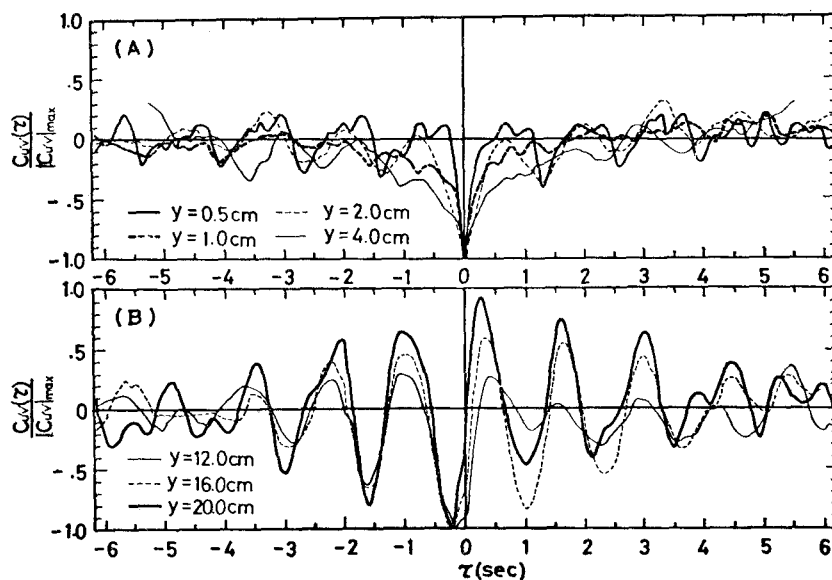
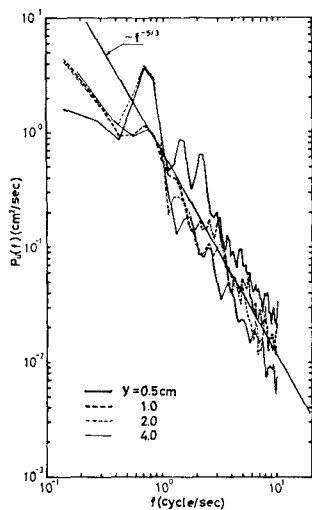
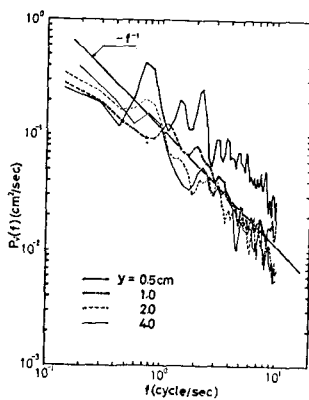
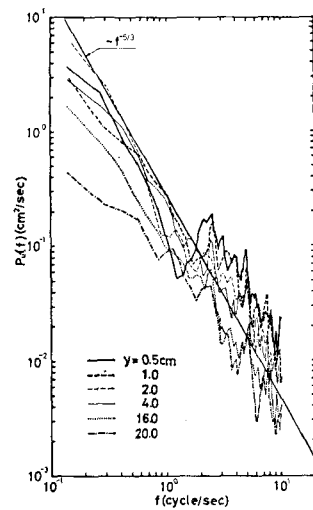
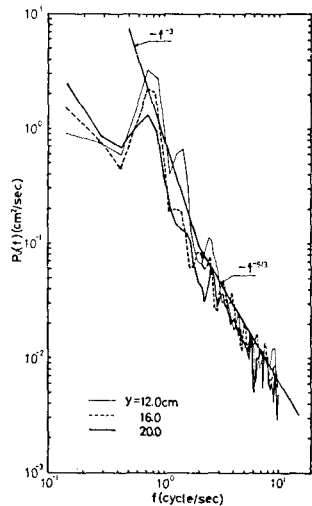
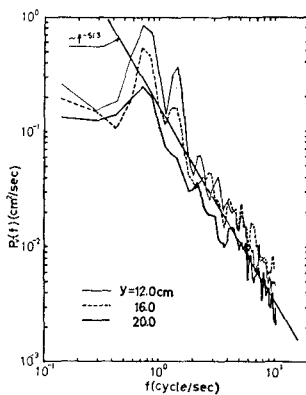
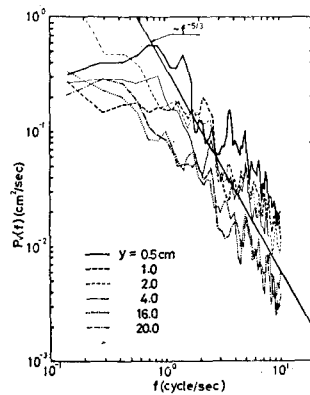
$$\epsilon = \kappa U_* y \left(1 - \frac{y}{\delta} \right) \quad (29)$$

として計算したものを図中の実線で示した。 κ はカルマン定数、 U_* は摩擦速度を表す。これまで著者の行ってきた流れを遡る波の波高減衰に関する研究での扱いは、実際の渦動粘性係数は波の運動によって時間的に変化するが、その平均的な値で変動を無視してモデル化したことに相当する。

u' , v' について自己相関、相互相関、さらに Tukey

の方法で、 u' , v' のパワー・スペクトルを求めてみた結果を 図-15 から 図-22 までに示した。相互相関やパワー・スペクトルから底部付近と流心付近ではいくぶん

図-15 u' (実線), v' (破線) の自己相関

図-16 u' , v の相互相関図-17 u' のスペクトル (1)図-19 v' のスペクトル (1)図-21 u' (流れのみ) のスペクトル図-18 u' のスペクトル (2)図-20 v' のスペクトル (2)図-22 v' (流れのみ) のスペクトル

異なった様相を呈していることがみられる。また、流れだけの場合とスペクトルを比べてみると、流心付近では波がある場合に 2 c.p.s. 付近から低周波側で u' は $-5/3$ 乗よりも急な -3 乗に近い勾配を示し、底部付近では v' が波がある場合に -1 乗に近いゆるやかな勾配を示しているのがみられる。

4. あとがき

流れを波が遡上する場合の水粒子の動きや速度場の性質について実験結果をもとに概観した。とくに乱れに関して、より詳細な点はさらに有効な測定手段の発達とデータの集積のもとに明らかにされていかなければならないと思われ、さらに詳細な検討は、モデル計算などとも合わせ今後の課題としたい。

本研究を行うにあたって終始ご指導いただいた東北大学 岩崎敏夫教授に深く感謝します。また、実験に協力を得た、当時学生の津村幸弘、西村洋一、佐々木吉市の諸氏に感謝します。

参 考 文 献

- 1) 堀川清司・渡辺 晃：波運動に伴う乱れと底質の浮遊，第 17 回海岸工学講演会論文集，1970.
- 2) 日野幹雄・大西亮一：浅水表面波の粗底上の乱流構造，第 18 回海岸工学講演会論文集，1971.
- 3) Skoda, J.D.: The interaction of waves and turbulence in water, Technical Report HEL. 25-1, Univ. of California Hydraulic Engineering Laboratory, 1972.