

現地海岸における海底摩擦係数に関する一考察

榎 木 亨*・岩田 好一朗**・久保 雅 義***

1. 緒 言

浅海域での波浪を適確に予知し、また海岸・海洋構造物の設計波を合理的に決定することは工学的にきわめて重要な問題であることはいうまでもない。そのためには波の変形機構を解明してその特性を正確に把握しなければならない。

波の変形をもたらす一因として海底摩擦の効果があげられるが、これについては、従来現地海岸での実測波浪をもとにした Putnam & Johnson¹⁾, Bretschneider²⁾, 岩垣・柿沼ら^{3), 4)} および土屋・山口ら⁵⁾ などの研究がある。このうち岩垣・柿沼らにより海底摩擦係数 f ($f = \tau_b / \rho u_b^2$, τ_b = 海底摩擦応力, ρ = 流体の密度, u_b = 海底での水平方向流速) はレイノルズ数により変化することが指摘されて、 f の特性がしだいに明らかになってきているものの、岩垣・柿沼らの得た f は Bretschneider の値より極めて大きく、さらに層流境界層理論値の 10~600 倍もの大きな値を示している。また最近土屋・山口らは岩垣・柿沼らの値より 10 倍も大きな f を大湊海岸での波浪観測値より算定している。このように海底摩擦係数 f は研究者により著しく異なるが、この差異については現在十分説明されていないのが現状である。

著者らは、こういった一連の問題点を解明すべく基礎的な研究をすすめているが、今回、砂れんを固定粗度とみなし、波形粗度に対する従来の実験結果及び理論解析結果を組み合わせる海底摩擦係数 f の算定式を求めたのでその結果をまず示し、ついで既述の現地摩擦係数 f と比較検討してその差異について若干の考察を加え、さらに著者らの提案した海底摩擦係数を用いる場合の波高減衰効果について検討を加えたので、その結果について報告することとする。

2. 現地海底摩擦係数に関する一考察

(1) 現地海底摩擦係数算定式の提案

従来、現地観測波浪より海底摩擦係数を算定する場合、主として Bretschneider & Reid⁶⁾ の方法より算定されている。この方法によれば、shoaling, 浸透, および屈折

効果は考慮されているが、その他の効果、たとえば碎波、波の方向分散、風などといった効果が評価されていないため、shoaling, 浸透と屈折以外の効果がある場合には逆にすべて海底摩擦係数の中に含まれてしまい正確な摩擦係数の算定ができないことになる。一方、Putnam & Johnson¹⁾ は、Bagnold⁷⁾ の人工波形粗度に対する抵抗則を用いて、1/300 の海浜勾配の海岸での実測値 (周期: $T=12^{\text{sec}}$, 波高 $H=1.2\text{m}$, 比水深 $h/L_0=0.3$, 砂れん波長 $\lambda=12.7\text{cm}$) から海底摩擦係数 $f=0.01$ を求めており、この値は Bretschneider²⁾ の実測値と比較的よく一致していることは周知の事実である。このことは、海底に生じた砂れんを固定波形粗度とみなして、海底摩擦係数がほぼ推定できることを示すものと考えられる。したがって、著者らは上述の考え方、つまり基本的には Putnam & Johnson の考え方にに基づき、Bagnold の実験結果を $\lambda/\eta=6.7$ (λ = 砂れんの波長, η = 砂れんの高さ) 以外に対して拡張した梶浦⁸⁾ の解析値を用いさらに本間・堀川ら⁹⁾ の波浪特性と砂れん規模の実験式を併用して海底摩擦係数の新しい算定法を導いてみた。

梶浦によれば、層流から乱流への移行および滑面から粗面への移行は式 (1) で与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{層流} \rightarrow \text{乱流への移行; } 0.4 \leq \delta^*/D_L \leq 5 \\ \text{滑面} \rightarrow \text{粗面への移行; } 0.4 \leq D/D_L \leq 5 \end{array} \right\} \dots (1)$$

なお、

$$\left. \begin{array}{l} D/D_L = \hat{C}^{1/2} \cdot M/N, \quad \delta^*/D_L = \hat{C}^{3/2} R^2/N, \\ M = 30 \hat{U}_b Z_0 / \nu, \quad R = \hat{U}_b / \sqrt{\sigma \nu} \end{array} \right\} \dots (2)$$

ここで、 $\hat{C}$ = 摩擦係数, ν = 動粘性係数, $\sigma = 2\pi/T$, T = 周期, $\hat{U}_b$ = 境界層外縁の最大流速, Z_0 = 粗度高さ, $N = 12$ である。

本論では既述したように海底に生じる砂れんを固定された波形粗度とみなすが、後述する波高 10 cm~200 cm, $T=1^{\text{sec}} \sim 20^{\text{sec}}$, $h/L=0.2 \sim 0.5$ の諸元に対して、梶浦の式 (2) で定義されるレイノルズ数 M , R と後述する式 (8), (9), (10) を用いて境界層の状態を式 (1) により判別すると、砂れんのできる場合は粗面乱流となっている。したがって、砂れんのできる場合は粗面乱流として以後取扱う。この粗面乱流に対して梶浦は式 (3) で定義される摩擦係数 $\hat{C}$ を、 $\hat{U}_b / \sigma Z_0 < 685$ の場合に

* 正会員 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 大阪大学講師 工学部土木工学科

*** 正会員 神戸商船大学助手

式(4)と式(5)で与えている。

$$\langle E \rangle = \frac{\rho}{2} \hat{C} \hat{U}_b^3 \cos \theta \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\hat{C} = 1.7(4\eta/30\lambda)^{2/3} \quad \text{for } \hat{U}_b/\sigma\lambda < 1 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\hat{C} = 1.7(\hat{U}_b/\sigma Z_0)^{-2/3} \quad \text{for } \hat{U}_b/\sigma\lambda > 1 \quad \dots\dots\dots (5)$$

なお, θ は底面流速と底面摩擦の位相のずれである。

従来, 現地海岸の海底摩擦係数として用いられている f は式(3)に対応する式(6)で定義されているため, 式(3)と式(6)より f と $\hat{C}$ の関係は $\theta \approx \pi/4$ として式(7)で与えられる。

$$\langle E \rangle = \frac{4}{3\pi} \cdot \rho \cdot f \cdot \hat{U}_b^3 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$f = 0.83 \hat{C} \quad \dots\dots\dots (7)$$

($\hat{U}_b/\sigma Z_0 < 685$ の場合)

したがって, 問題は現地海岸での砂れんの規模と粗度高さ Z_0 の評価の仕方となる。著者らは, 砂れんの規模として, 実験室で形成される砂れんと現地海岸で実測した砂れんをとりまとめて整理した本間・堀川らの実験式式(8)を用いることにする。

$$\left. \begin{aligned} \text{砂れんの発生: } \hat{U}_b/\sigma\lambda > 0.5 \\ \text{砂れんの規模: } \eta/\lambda = 0.175(\lambda/d_0)^{0.19} \\ d_0 = 2\hat{U}_b/\sigma, \lambda = \alpha T^{\beta} d_0^{\gamma} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

なお, α, β, γ は砂の粒径に対して与えられる定数である。また, 粗度高さ Z_0 としては砂れんの形成をみる場合は Motzfeld⁽⁹⁾ の式(9)で与えられる実験式, 砂れんの形成をみない場合は式(10)⁽¹⁰⁾ で与えられるものとする。なお d_m は砂粒の中央粒径である。

$$30Z_0 = 4\eta \quad \dots\dots\dots (9) \quad 30Z_0 = d_m \quad \dots\dots\dots (10)$$

したがって, 式(4), (5), (7), (8), (9), (10)を用いると海底摩擦係数を求めることができる。

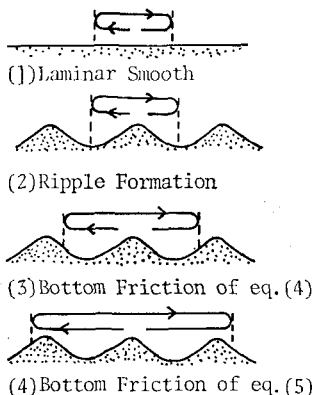


図-1 水粒子の移動振幅と底部摩擦との関係

いま, $H=10\text{ cm} \sim 200\text{ cm}$, $T=1.0\text{ sec} \sim 20.0\text{ sec}$, 比水深 $h/L=0.2 \sim 0.5$ の波の諸元に対する海底摩擦係数を求めている。まず, 砂れんの発生の有無を式(8)により調べる。そして砂れんの発生しない場合には, 式(1)より滑面層流境界層となるため, この領域(図-1(1)に対応する)では岩垣・土屋⁽¹²⁾の用いた $f=2.08 R_{eT}^{-1/2}$ ($R_{eT}=\hat{U}_b^2 \cdot T/\nu$)を用いる。砂れんの形成をみる場合で, $\hat{U}_b/\sigma\lambda < 1$ の場合には(図-1(2), (3)に対応する)式(4)の摩擦係数を, $\hat{U}_b/\sigma\lambda > 1$ の場合には(図-1(4)に対応する), 式(5)の摩擦係数を用い, これと式(7)により f の値に換算する。なお, 式(4), (5)の η/λ については式(8)を, また式(5)の Z_0 については式(9), (10)を用いて算定する。この計算で得られた海底摩擦係数 f を $d_m=150\mu, 250\mu, 350\mu$ の三種類の砂粒径別に示すと表-1に示すごとくなり, さらにこれを図示すると図-2の実線の曲線となる。なお, 図中の $d_m=150\mu, 250\mu, 350\mu$ はおのおの $d=100 \sim 200\mu, 200 \sim 300\mu, 300 \sim 400\mu$ に対応する。表-1と図-2より, 砂れんの形成に伴い, 滑面層流から粗面乱流に移行し(たとえば $d_m=150\mu$ の砂粒径に対する移行領域は $R_{eT}=1.8 \times 10^4$ である), それに伴い海底摩擦係数 f は急激に大きくなる。そして $0.5 < \hat{U}_b/\sigma\lambda < 1.0$ の範囲(図-1(2), (3)に相当する)では R_{eT} が増加しても f の低減はきわめて少ないが, さらに $\hat{U}_b/\sigma\lambda > 1.0$ の領域(図-1(4)に相当, たとえば $d_m=150\mu$ に対しては移行領域は $R_{eT}=4.077 \times 10^4$ となる)になると, f は R_{eT} の増加に伴って低減するが, その低減度合は $0.5 < \hat{U}_b/\sigma\lambda < 1.0$ の場合に比べてきわめて大きいことが判明する。このように海底摩擦係数 f は, $\hat{U}_b/\sigma\lambda$ の値により, 三段階の摩擦則に従うことが明らかになり, たとえば, $R_{eT} > 10^4$ の領域では従来の層流理論値より著者らの粗面乱流理論値に基づく海底摩擦係数 f は 10~20 倍も大きくなっていることが明らかになった。なお, 著者らの算定式の適用はすでに指摘したように $\hat{U}_b/\sigma Z_0 < 685$ であり, これを R_{eT} に換算すると, 表-1に示すように, $d_m=150\mu$ の砂粒径に対して $R_{eT}=1.66 \times 10^6$,

表-1 砂の諸元と海底摩擦係数との関係

砂の粒径	100~200 μ	200~300 μ	300~400 μ
α	8.85	1.93	3.76
β	0.674	0.289	0.409
γ	-0.348	0.422	0.182
砂連発生 R_{eT}	1.8×10^4	7.6×10^3	1.9×10^4
式(4)の抵抗則	$f=0.325 R_{eT}^{-0.085}$	$f=0.193 R_{eT}^{-0.037}$	$f=0.233 R_{eT}^{-0.052}$
式(4)から式(5)への移行 R_{eT}	4.077×10^4	3.524×10^4	6.122×10^4
式(5)の抵抗則	$f=32.1 R_{eT}^{-0.534}$	$f=1.45 R_{eT}^{-0.229}$	$f=4.67 R_{eT}^{-0.032}$
$\hat{U}_b/\sigma Z_0=685$ に対応する R_{eT}	1.66×10^6	2.198×10^8	2.753×10^7

$d_m=250\mu$ に対して $Re_T=2.198 \times 10^8$, $d_m=350\mu$ に対して $Re_T=2.753 \times 10^7$ である。

(2) 既往の現地海底摩擦係数との比較

次に著者らの算定した f 値と岩垣・柿沼, 土屋・山口らが現地海岸での波高減衰から算定した f の値とを比較したものが 図-2 である。これによると著者らの求めた f 値は岩垣・柿沼ら, 土屋・山口らの与えている f 値よりもかなり小さいが, Re_T の増加とともに f が減少するという定性的傾向は一致するといえよう。次に現地で

なわち, エネルギー平衡式は次式で示される。

$$\frac{d(E \cdot C_g)}{dx} = -\frac{4}{3\pi} \rho f_b \bar{U}_b^3 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\text{ただし,} \quad E = \frac{1}{8} \rho g H^2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで g は重力加速度, C_g は波の群速である。式 (13) を式 (12) に代入して, f_b を求めると次式を得る。

$$f_b = -\frac{3\pi g C_g}{16 a^3 H^2} \cdot \frac{dH}{dx}, \quad a = \frac{\pi}{T \sinh kh} \quad \dots\dots\dots (14)$$

この場合砕波として合田¹³⁾の提案する選択的砕波を考慮することとする。今選択的砕波の影響も考慮した任意水深 h_0 の $1/3$ 有義波高 $H_{1/3}$ と, 選択的砕波を考えない場合の h_0 における波高 (これを合田は仮想通過有義波高とよんでいる) H_s^* および水深 h_0 との関係を示す合田の図表で求めると $H_s^*/L_0=0.04$, 海底勾配 $S=1/30$ の場合, H_s^*/h_0 が $0.4 \sim 1.0$ の間を直線で近似できるものとして次式を得る。

$$\frac{H_{1/3}}{H_s^*} = -0.533 \left(\frac{H_s^*}{h_0} \right) + 1.21 \quad \dots\dots\dots (15)$$

なお, 式 (14) の H は上述の $H_{1/3}$ である。しかしながら, $H_{1/3}$ と H_s^* との間には式 (15) の関係が成立するから, f_b は H_s^*/h_0 と H_s^*/L_0 および h_0/L の関数とし

て与えられる。ここで $H_s^*/h_0 = (H_s^*/L_0) \times (L_0/h)$ の変換を行うと f_b は H_s^*/L_0 と h/L_0 のみの関数で与えられる。いま, 式 (15) の成立条件として $H_s^*/L_0=0.04$ の場合について計算をすすめると f_b は h/L_0 のみの関数として表わすことができるため, $h/L_0=0.05 \sim 0.15$ まで変化させて計算すると $h/L_0=0.08 \sim 0.09$ で H_s^*/L_0 が $0.4 \sim 1.0$ という条件を満たすことが判明する。したがって, $h/L_0=0.08 \sim 0.09$ のときの f_b を求めると $f_b=0.03 \sim 0.08$ という値をとる。なお, このときの f_b は式 (14) および式 (15) でわかるように選択的砕波のみによる波高変化から求めた値であるから先に述べた砂れん発生に伴う底部摩擦係数 f とは異なる性格であることはいうまでもない。いま波高変化に及ぼす選択的砕波の効果ならびに底部摩擦による効果が線形的に影響するものと考えたと, この選択的砕波を考慮した仮想の摩擦係数 f' は f_b と f の加えたものとなるはずである。この f' の Re_T にもなう変化を求めたのが 図-2 中の点線および一点鎖

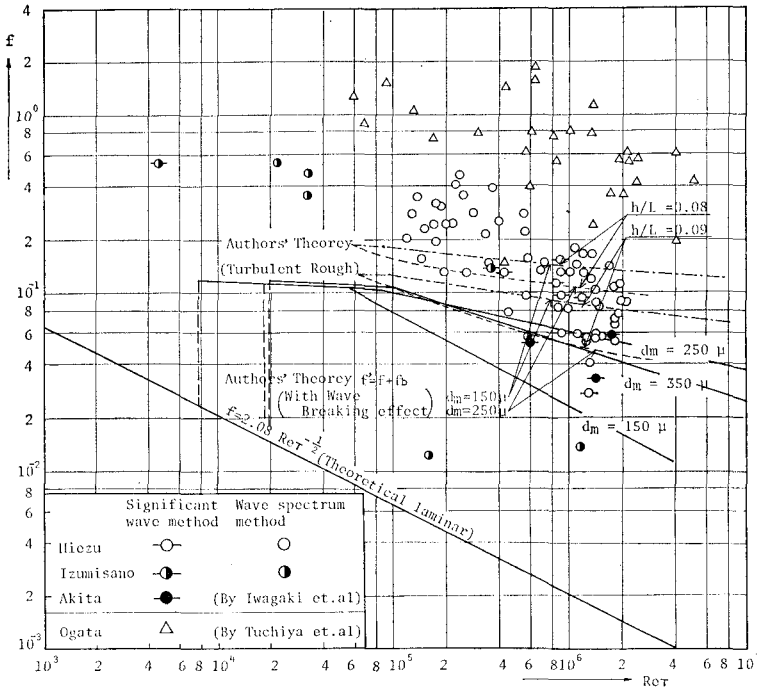


図-2 現地での実測摩擦係数と算定した摩擦係数との比較

の波高観測値に基づく f は著者らの算定値に比して非常に大きい。岩垣・柿沼らの得た f は Bretschneider & Reid の方法で算定されたものであるため, 浸透, 屈折, 浅水効果は評価されているが, たとえば, 波の方向分散, 波の非線型干渉, 砕波などといった効果は考慮されていないので, 結果的には底面摩擦係数にそういった効果を含ませていると考えられる。また, 土屋・山口らの f は岩垣・柿沼らの f の値より 10 倍も大きい, この点につき土屋・山口らは海底摩擦係数の中に, 砕波, 反射, 非線型干渉の効果を含むことを指摘している。このように現地海岸で得られた海底摩擦係数 f には海底摩擦以外の効果を含むため, 著者らの新しく提案した海底摩擦係数との比較には困難な点がある。そこで, 実測値から f を逆算する場合, f を過大評価せしめる大きな要素と考えられる砕波による波高減衰効果を取りあげて, 逆に海底摩擦係数の換算を試みてみよう。砕波によるエネルギー損失の摩擦係数への換算は次の方法による。す

線であって、 $Re\tau$ の高いところでは岩垣・柿沼らの値にほぼ同じ値を示す結果が得られた。なお、岩垣・柿沼らの $Re\tau$ の小さい領域の実験結果および土屋・山口らの実験結果はさらに f を過大評価している。この原因としては先に述べた反射、波の非線型干渉などが考えられるが、さらに著者らの摩擦係数算定が移動床での砂れんを固定粗度とみなして求めた点に基因するかもしれない。この移動床での砂れんを固定粗度とみなしうかどうかという点についてはZhukovets¹⁴⁾の移動床実験結果を用いて現在検討中であり後の機会に発表したいと考えている。

(3) 波高減衰に及ぼす底部摩擦力の効果について

表-1 に示したように現地海底摩擦係数は領域ごとに $Re\tau$ によってのみ表わされることになるが、波高変化を示す場合のエネルギー平衡式、式(12)に $f_0=f$ とにおいて、

$$f = AR_{\tau}^B \quad \dots\dots\dots (16)$$

を代入して整理すれば、次式が求められる。

なお、式(16)の A, B は表-1で与えられる底部摩擦係数 f の係数であり、砂の粒径 $100 \sim 200 \mu$ で式(4)の抵抗則に従うときは、 $A=0.325, B=0.085$ となる。

$$\frac{dH}{H^{2-2B}} = -\frac{16AE^{-B}a^3}{3\pi g C_g} dx = -F dx$$

ただし、

$$E = \frac{\pi^2}{T\nu \sinh^2 kh} \quad \dots\dots\dots (17)$$

したがって、式(17)を積分して次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{H}{H_0} &= \left(\frac{1}{1 + (1-2B)FxH_0^{(1-2B)}} \right)^{1/(1-2B)} \\ &= \left[1 + \frac{16(1-2B)A\pi^{1-2B}}{6\pi \tanh kh \sinh^{3-2B} kh} \left(\frac{x}{L_0} \right) \left(\frac{H_0}{L_0} \right) \right. \\ &\quad \times \left. \left(\frac{\nu T}{H_0^2} \right)^{-B} \right]^{-1/(1-2B)} \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

つまり、 H/H_0 は $H_0^2/\nu T, x/L_0, H_0/L_0, kh$ の諸量に支配されることが判明する。いま、式(18)に基づき $H_0=50, 100, 150, 200 \text{ cm}$ 、周期 $T=1 \sim 20 \text{ sec}$ の諸元の波が $x=10 \text{ km}$ 伝播するときの波高減衰状況を計算したところ $d_m=250 \mu$ の底質に対して図-3のような結果が得られる。なおこの場合、摩擦による波高減衰効果のみをみるために海底勾配は0として計算している。また、計算過程においては抵抗則は一定の式を用いず、波の進行に伴って波高が減衰すれば、それによって変化した $Re\tau$ に対する抵抗則を用いて計算をすすめている。たとえば、波高が 100 cm の場合は最初粗面乱流の抵抗則に従って波高減衰は大きい、波高減衰に伴い波高は小さくなり $\hat{U}_b/\sigma\lambda < 0.5$ の範囲になると、滑面層流の抵抗則に従うため減衰は非常に小さくなる。図-3には同時に波高減衰の全過程が滑面層流の抵抗則に従うと仮定した場合の波高減衰をも示している。

この図から以下に述べるような事柄が指摘できよう。すなわち、(i)波高減衰に及ぼす底部摩擦の効果は周期が短い波ほど大きく、周期8秒以上の波に対してはほとんどその効果は認められない。(ii)周期が短い波においては摩擦減衰に対して底部および流れの状態がきわめて大きな影響を示し、滑面層流の場合ではほとんど摩擦による波高減衰は認められない。(iii)一方周期の短い波における粗面乱流の場合には同じ比水深を示す場合でも波形勾配の大きい波ほど底部摩擦による波高減衰効果は著しい。また同じ波形勾配であっても比水深 h/L_0 が小さい場合ほど底部摩擦の影響は大きい。

3. 結 語

以上本論文ではまず底部の状態に対応した流れが乱流状態における海底摩擦係数を算定する方法を、主として

従来の梶浦の粗面乱流境界層理論を用いて導き、さらにその算定方法より得られた摩擦係数と現地波高観測より算定された海底摩擦係数と比較してみた。その結果実測値が算定値に比べてなお大きいという結果が得られたが、著者らはこの f に関する実測値の過大評価の原因を観測波高の選択的碎波に求め、エネルギー平衡式より選択的碎波によって減衰する効果を逆に摩擦係数でもって表わし、仮想摩擦係数なるも

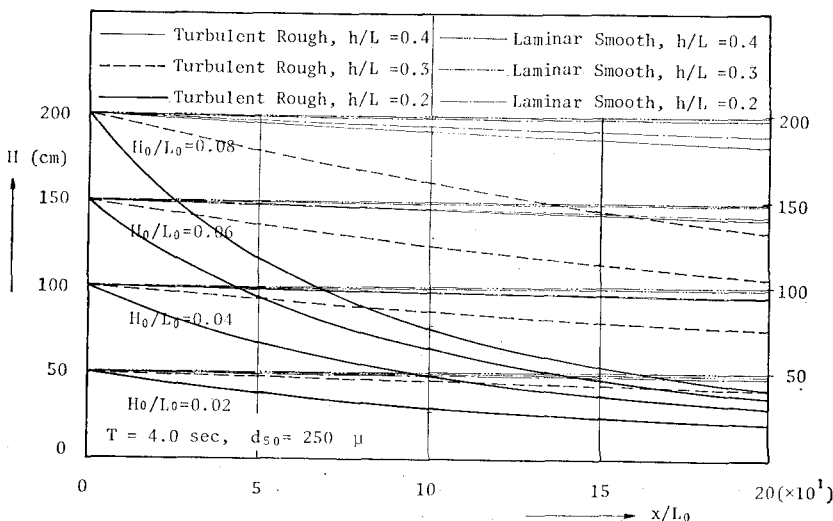


図-3 波高減衰に及ぼす底部摩擦の効果

のを算出して実測値より求められた摩擦係数と比較した。そして R_{ex} が大きい領域においてはその算定結果と実測値より得られた f とがほぼ一致することを確認、実測値中で選択的碎波が波高減衰にどの程度影響するか明らかにした。ついで著者らの提案した摩擦係数を用いて波が 10^{km} を進行する間の波高減衰を計算し、周期の短い波に対しては海底摩擦による波高減衰が無視できないことを指摘した。

今後、論文中においても指摘してきたようにこの固定粗度に基づく摩擦係数算定法の妥当性を移動床における砂れんの場において検討していきたいと考えている。最後に本研究の計算において援助していただいた当時大阪大学学生中村順行君（現鹿島建設勤務）に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Putnam, J.A. and J.W. Johnson: The Dissipation of Wave Energy by Bottom Friction, Trans. A.G.U. Vol. 30, pp. 67-74, 1949.
- 2) Bretschneider, C.L.: Field Investigation of Wave Energy Loss of Shallow Water Ocean Waves, B.E.B., Tech. Memo., No. 46, 1954.
- 3) 岩垣雄一・柿沼忠男: 浅海における波浪スペクトルの変形と海底摩擦係数の推定について, 京都大学防災研究所年報第8号, pp. 379-396, 昭 40.3.
- 4) 岩垣雄一・柿沼忠男・宮井 宏: 現地海岸における海底摩擦係数について, 第 12 回海岸工学講演会講演集, pp. 35-40, 1965.
- 5) 土屋義人・山口正隆・中村俊一: 大潟海岸における海底摩擦係数と波浪特性との関係, 昭 49 年度関西支部年講概要集.
- 6) Bretschneider, C.L. and Reid, R.O.: Change in Wave Height due to Bottom Friction, Percolation, and Refraction, B.E.B. Tech. Memo. No. 45, pp. 1-36, Oct. 1954.
- 7) Bagnold, R.A.: Motion of Waves in Shallow Water Interaction between Waves and Sand Bottoms, F.R.S. (1945).
- 8) Kajiura, K: A Motion of the Bottom Boundary Layer in Water Waves, Earthquake Research Institute (1967).
- 9) 本間 仁・堀川清司・鹿島遼一: 波による浮遊砂に関する研究, 第 11 回海岸工学講演会講演集, 1964.
- 10) Motzfeld, H.: Die turbulente Strömung an welligen Wänden, Z. angew. Math. u. Mech., 24, p. 225-253, 1937.
- 11) 土木学会編: 水理公式集 (昭和 46 年改訂版), p. 158.
- 12) 岩垣雄一・土屋義人・坂井順行: 海底摩擦による波高減衰の基礎的研究 (1), 第 11 回海岸工学講演会講演集, pp. 62-68, 昭 39.11.
- 13) 合田良実: 不規則波の碎波指標について, 第 20 回海岸工学講演会論文集, pp. 571-577, 1973.
- 14) Zhukovets, A.M.: The Influence of Bottom Roughness on Wave Motion in a Shallow Body of Water, Bull. Acad. Sci., USSR, Geophys. Ser., No. 1561-1570, Transl. 943-948, 1963.