

港内波浪性質に関する研究

湯 麟 武*・李 沢 民**・劉 根 森***

1. はし が き

波が港内に進入すれば、防波堤の遮蔽によって回折し、港内水深がもし一定であれば、容易に港内の波高を計算し波頂線を描くことができるが、実際の港湾には、航道以外、水深が必ずしも一定でなく、岸壁・棧橋などの影響により波が反射し入射波とかさねて重複波となり港内のサージングの原因になる。

一般に港湾計画を立てる段取りとして、水理模型実験を利用することが主である。しかし、水理模型実験では次のような欠点が見えないことを筆者らは体験した。

(1) 模型には限界があり、実際の海洋に壁をつくって一つの海域をかこむようになっている。もちろんいろいろの工夫をしてその影響を少なくすることができるが、それを全部なくすることがむずかしいのである。

(2) 造波板からでる波が模型防波堤とぶつかって反射波が発生する。その反射波が造波板まで返って、新しい反射波がでてくる。その影響を取除くために、フィルターなどを設置することなどの方法も考えられているが、とても実物とそっくりであるとはいえない。

(3) 実地の海洋の波は不規則波である。現在二次元水路では不規則波発生装置が普遍的になっているが、三次元平面水槽の不規則波造波機はまださほど使われていない。一般的には、有義波の波高と周期を造波機につくらせ、その模型波の港内における分布状況を測定する。測定された波高はやはり有義波高として考えられているが、不規則波が回折して港内に入るときはその統計的性質が変化するかどうかという問題を調べないと、上に述べた考え方は必ずしも適当でない。

以上述べた問題点をかんがみ、最も適当な港湾計画を決めるには、水理模型実験以外、次のような研究を行わなければならない。

(1) 波が港内に入って回折、屈折、反射の影響を受ける効果を一括した計算法を開発する。

(2) 不規則波が港内に入った時、そのスペクトルと統計的性質ならびに各種の代表波高とスペクトルとの関係を明らかにする。

(3) 入射波のスペクトルがわかれば、そのスペクトルをコンポーネント波に分割し、おのおの数値計算で港内における波高を求めてから再合成して港内波のスペクトルを求め出す。したがって港内波の統計的性質もわかって来る。

以上述べたことは、港内波浪性質研究のアプローチとして考えられ、多数の実験および実測によって初めて確認される、今回はただ計算の試案と簡単な実験結果を報告する。

2. 港内波浪推算法の試案

港内波浪計算法としては、李錦珍 (Lee, 1971) がヘルムホルツ方程式のウェバー解を数値計算し、筆者らの1人 (Liu, 1973) が具体的修正をして、簡単な模型実験によってその妥当性を証明したが、水深が定数と仮定しているから一般性に欠けている。

次に Loomis (1972) が長波理論から数値計算法を創案したが、まだ一般に実用されていない。筆者らはその内容を修正し、実際に応用できる計算法を提出する。

(1) 計算原理

次のような基本仮設で理論展開をする。

1) 波動する流体は非圧縮性で粘性も考えない理想流体である。

2) 水面が自由表面でどこでも均一な大気圧力しか作用していない。

3) 水底が不透水である、したがって水底に垂直する流速は0である。

4) 防波堤、岸壁、棧橋、港内外の汀線はすべて不透水でおのおの反射係数をもっている。上述の境界線は垂直する流速は0である。

5) ある一点における波の中の水粒子流速のベクトルはその点を通る波向線の切線である。

静水面に xy 平面を設置し、鉛直方向に z 軸を取ると、運動方程式と連続方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{g} + \vec{F} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$\vec{V} = iu + jv + kw$: 流速ベクトル, ρ : 海水密度,
 $\vec{g} = -kg$ 重力, $\vec{F} = i f_u |u| + j f_v |v|$: 摩擦力, $f = gn^2/D^{1/3}$, n : マニングの粗度係数, D : 水深

* 正会員 工博 台湾成功大学教授

** M. Sc. 台湾成功大学客員教授 (Theodore T. Lee)

*** 工修

z 方向の流速 w が u, v に比べて小さく、またその時間的变化が 0 として考えられる。 $(\vec{V} \cdot \vec{r})\vec{V}$ も無視できるとすれば式 (1) は次のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - fu|u| \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fv|v| \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad \dots\dots\dots (5)$$

式 (5) を海底から海面まで積分すれば、

$$\int_{-D}^{\eta} \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \right) dz \\ = -\frac{1}{\rho} [p(\eta) - p(-D)] - g(\eta + D) = 0$$

水底においては

$$p(x, y, -D, t) = p_0 + \rho g(\eta + D), \\ p_0: \text{大気圧力} \quad \dots\dots\dots (6)$$

式 (6) を x, y について微分すれば

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho g \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (7)$$

また、式 (2) を水底から水面まで積分すれば

$$\int_{-D}^{\eta} (\vec{r} \cdot \vec{V}) dz = \left[z \frac{\partial u}{\partial x} + z \frac{\partial v}{\partial y} + w(z) \right]_{-D}^{\eta} \\ = (\eta + D) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + w(\eta) - w(-D) = 0 \\ \dots\dots\dots (8)$$

水面の境界条件から

$$w(\eta) = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \div \partial \eta / \partial t \quad \dots\dots\dots (9)$$

水底の境界条件は $B(x, y, z, t) = D(x, y) + z = 0$ で

$$\frac{dB}{dt} = u \frac{\partial D}{\partial x} + v \frac{\partial D}{\partial y} + w(-D) = 0$$

ゆえに

$$\left. \begin{aligned} \eta_{i,j,k} &= \eta(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta t), \quad U_{i,j,k} = U\left[\left(i - \frac{1}{2}\right)\Delta x, j\Delta y, k\Delta t\right] \\ V_{i,j,k} &= V\left[i\Delta x, \left(j - \frac{1}{2}\right)\Delta y, k\Delta t\right] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

偏微分の差分化は次のようにきめる

$$\left[\frac{\partial \eta}{\partial t} \right]_{(k+1/2)\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} [\eta_{(k+1)\Delta t} - \eta_{k\Delta t}] \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_{i,j} = \frac{1}{\Delta x} [U_{i+1,j} - U_{i,j}], \quad \left[\frac{\partial v}{\partial x} \right] \left[\frac{\partial u}{\partial y} \right] \left[\frac{\partial v}{\partial y} \right] \text{ もこれに準ずる} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\left[\frac{\partial u}{\partial t} \right]_{k\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} [U_{(k+1/2)\Delta t} - U_{(k-1/2)\Delta t}], \quad \left[\frac{\partial v}{\partial t} \right] \text{ もこれに準ずる} \quad \dots\dots\dots (17)$$

よって式 (12), (13), (11) を差分化すれば次のようになる。

$$U_{i,j,k+1/2} = U_{i,j,k-1/2} - \frac{g\Delta t}{\Delta x} [\eta_{i,j,k} - \eta_{i-1,j,k}] - \left[\frac{gn^2}{(D_{i,j,x})^{1/3}} \right] \times U_{i,j,k-1/2} |U_{i,j,k-1/2}| \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$V_{i,j,k+1/2} = V_{i,j,k-1/2} - \frac{g\Delta t}{\Delta x} [\eta_{i,j,k} - \eta_{i,j-1,k}] - \left[\frac{gn^2}{(D_{i,j,y})^{1/3}} \right] \times V_{i,j,k-1/2} |V_{i,j,k-1/2}| \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$w(-D) = -u \frac{\partial D}{\partial x} - v \frac{\partial D}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (10)$$

式 (9), (10) を式 (8) に代入すれば

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial(uD)}{\partial t} - \frac{\partial(vD)}{\partial y} - \eta \frac{\partial u}{\partial x} - \eta \frac{\partial v}{\partial y} \\ \div -\frac{\partial(uD)}{\partial x} - \frac{\partial(vD)}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (11)$$

また式 (7) を式 (3), (4) に代入すれば

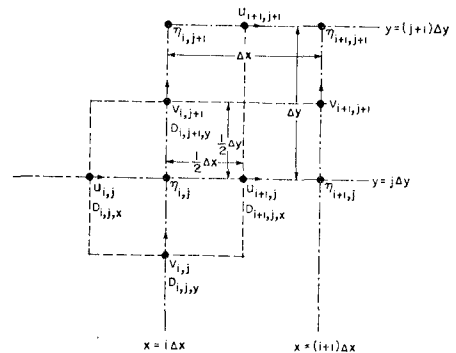
$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - fu|u| \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} - fv|v| \quad \dots\dots\dots (13)$$

式 (11), (12), (13) を差分化して逐次計算することができる。適当に境界条件を与えれば港内波浪を計算によって求められる。

(2) 計算方法

図一のように差分の定義をする。すなわち η は格子点 (i, j) 上の水位で、 $U_{i,j}, V_{i,j}$ はおのおの i 線および j 線上に $\frac{1}{2}\Delta x, \frac{1}{2}\Delta y$ だけはいれた点における x, y 方向の流速である。 $D_{i,j,x}$ と $D_{i,j,y}$ はその点における水深である。式で表わせば次のようになる。



図一 格子点上波の諸元

$$\eta_{i,j,k+1} = \eta_{i,j,k} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(D_{i+1,j,k}) \times (U_{i+1,j,k+1/2}) - (D_{i,j,k}) \times (U_{i,j,k+1/2})] \\ - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(D_{i,j+1,k}) \times (V_{i,j+1,k+1/2}) - (D_{i,j,k}) \times (V_{i,j,k+1/2})] \dots \dots \dots (20)$$

あらかじめ, $\eta_{i,1,1}$, $U_{i,1,1/2}$, $V_{i,1,1/2}$ および地形のデータがわかれば逐次計算で港内各格子点における水位変動の時間変化を求めることができ, その点の最大波高もわかり, サージングの程度, 周期が知られる。また各点の水位変化をみれば, 節点, 腹点の位置も現われて来る。なお $\tan^{-1} v/u$ はその点の波向と考えられる。

(3) 境界条件と初期条件

防波堤, 岸壁など港湾の周界には, 境界線に垂直する流速は 0 である。図-2 のごとく計算区域上に格子図を描き, 適当に地形を修正すれば, x 軸に平行する境界線上には $v=0$ になり, y 軸に平行する境界線上では $u=0$ になる。なお境界線上においては反射の問題があり, もし式 (20) をそのまま計算すれば全反射になるが, 棧橋, 護岸, 自然海岸などには反射係数 $r(r \leq 1)$ をあらかじめ設定する必要がある。すなわち境界点においては式 (20) は次のようになる。

$$\eta_{i,j,k+1} = r\eta_{i,j,k} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(D_{i+1,j,k}) \times (U_{i+1,j,k+1/2}) - (D_{i,j,k}) \times (U_{i,j,k+1/2})] \\ - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(D_{i,j+1,k}) \times (V_{i,j+1,k+1/2}) - (D_{i,j,k}) \times (V_{i,j,k+1/2})] \dots \dots \dots (21)$$

ゆえに境界点にはいろいろな性質があり, 例をあげれば図-3 のごとくである。海中の点は別に問題はないが, 陸上の点は $u \equiv v \equiv \eta \equiv 0$ と規定しなければならない。すなわちすべての格子点に対して番号をつけてその性質を示す必要がある。

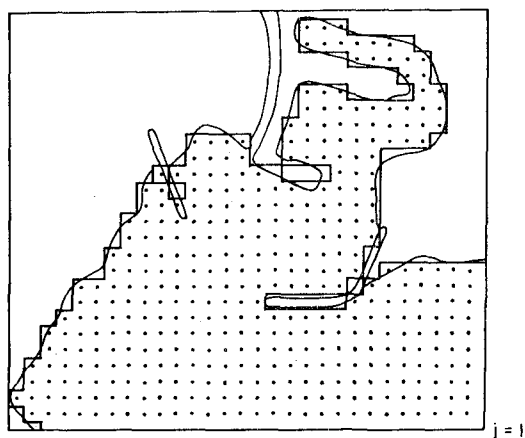


図-2 格子点の図

($i, 1$) 点における波向 θ_i , 振幅 a_i および周期 T , 波長 L を取って, 次のように $t=k\Delta t$ における境界条件を与える。

$$\eta_{i,1,k} = -a_i \sin \left[\frac{2\pi}{T} (k\Delta t) \right] \dots \dots \dots (22)$$

$$U_{i,1,k-1/2} = \frac{2\pi}{T} \coth \left(\frac{2\pi}{L} D_{i,1,x} \right) \cos \theta_i \eta_{i,1,k-1/2} \\ \dots \dots \dots (23)$$

$$V_{i,1,k-1/2} = \frac{2\pi}{T} \coth \left(\frac{2\pi}{L} D_{i,1,y} \right) \sin \theta_i \eta_{i,1,k-1/2} \\ \dots \dots \dots (24)$$

(4) 計算順序

図-4 のフローチャートのごとく, まず格子点 (i, j) の性質に関する定数 N (たとえば $N=1$ なら海中の点, $N=2$ なら陸上の点 η, u, v いつでも 0 である, $N=3$ は x 軸に平行する直立壁防波堤の点 $r=1, v=0, \dots \dots N=n$ は護岸前の点その護岸は y 軸に平行しているから $r=0.6, u=0, \dots \dots$) および水深 $D_{i,j,x}$, $D_{i,j,y}$ などを電子計算機に輸入する。次に初期条件を与えれば, Δt ごとに各 (i, j) 点の η, u, v を計算しある瞬間における海上の波高と波向の分布がわかる。また各点で $\eta(t)$ 曲線が描かれるから港内においてサージングの有無, 周期, 振幅も推察することができる。

一般に $\Delta t \leq \Delta y / \sqrt{gD} \max$ (普通 $\Delta x = \Delta y$ とする) に

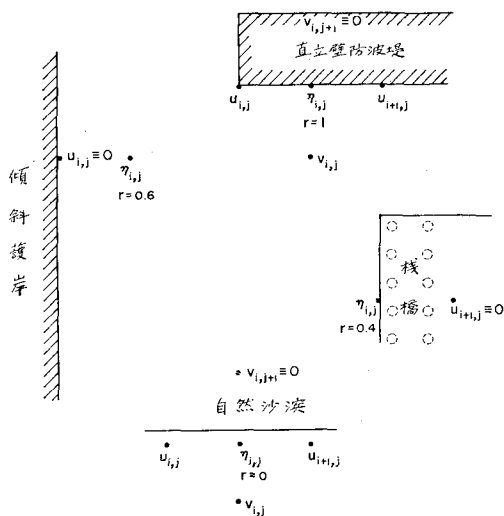


図-3 各種境界点

次に初期条件としては $k=0$ のとき, 全区域 $u=v=\eta=0$ である。 $j=1$ 線上においては屈折計算の結果から

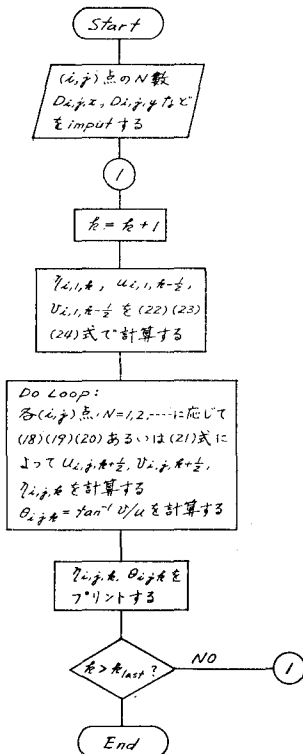


図-4 フロチャート

結果がえられた。

とらなければならない。また $\Delta t \leq T/4$, 分母が4の整数倍になることが望ましい。計算は初期波が港の奥まで伝播する時間の6倍位つづきの普通であるが、もしセイシュなどの可能性ある時、簡単公式(たとえば $1/\sqrt{gD}$)でセイシュの周期をみつもり、その2倍以上の時間で計算をつづける必要がある。

(5) 実験との比較

図-5のごとく簡単な設備で実験結果と計算値を比較してみる。図-6のような大体満足な結

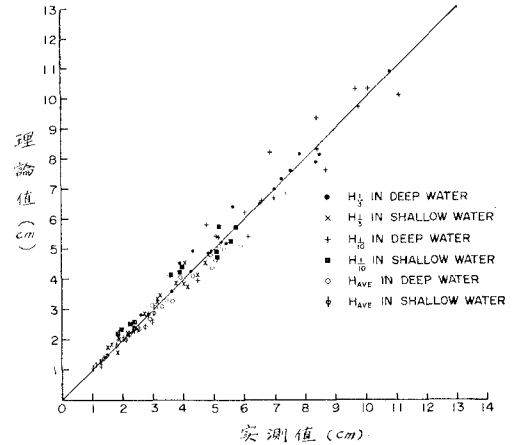


図-6 実験値と計算値の比較

ために図-7のような長さ72m, 幅1m, 高さ1.2mの風洞水路に簡単な港湾を設け、風波が港内に入る場合の記録を取り、統計的に分析してみる。

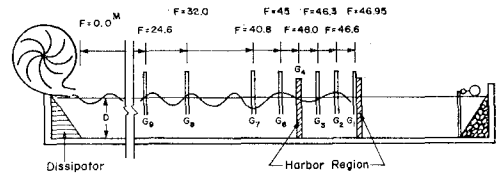


図-7 風洞水路

記録の安定、碎波などを避けるために、実験風速を3.5m/secを使い、港奥には直立壁あるいは傾斜の壁をつけ、水深60cm, 20cmの2種類とし、それぞれ深海波と浅海波を代表する。次の表のごとく港口の幅を調整して11ケースの実験をした。

実験ケースの表

Case	D	C/2d	θ	備 考
	cm			
1	20	1	0	浅海風波
2	60	1	0	深海風波
3	20	0.6	90°	
4	60	0.6	90°	
5	20	0.2	90°	
6	60	0.2	90°	
7	20	0.6	45°	
8	60	0.6	45°	
9	20	0.2	45°	
10	60	0.2	45°	
11	60	1	90°	全反射波

D: 水深, C: 港口幅, 2d: 風洞水路幅, θ : 壁と水平の角

図-5 実験結果と計算の比較

* 測定, () 計算

3. 港内における不規則波の研究

以上述べたのは微小振幅波が港内に入る場合の計算方法の試案で、実際海上のランダム波が港内に入るとき、その統計的性質がどうなっているかということ調べる

(1) 実験波の水位変化の分析

記録から0.1secごとに水位 η を読み、図-8のごとく確率密度曲線をプロットする。ひずみ度係数が-0.008から+0.0044の間に限られ、尖度は正規分布より小さい。Gram-Charlier分布に近い。したがって成分波の数

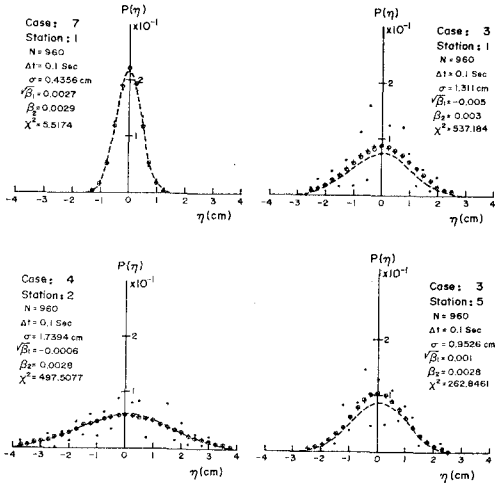


図-8 水位分布

(○ --- 実験値, +++ 正規分布)
(○ ○ ○ Gram-Charlier 分布)

が無限になれば正規分布になる。Gage 1, 2, 3, 4 は港口と一直線上にあるが, Gage 5 は港奥の点で, 別に差異がなかった。

(2) 実験波高の分析

図-9 は各種の波高分布で, ばらつきが相当大きいから, 最も疑しい数組の記録を取って, レーリー分布としてカイ自乗検定をすれば $\chi^2 < \chi^2_{n\alpha}$ となるからやはりレーリー分布であると思われる。このようなばらつきの原因が港湾内における遮蔽効果にあるかどうかを調べるために風波だけの記録を分析して比較した。図-10のごとく遮蔽影響がなくてもばらついていることをみれば別に港口の影響ではないと考えられる。

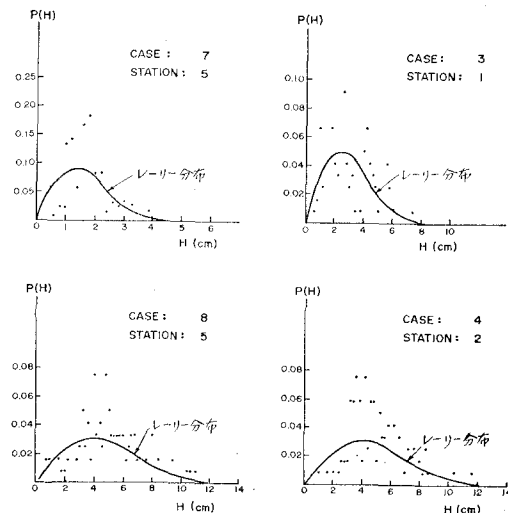


図-9 波高分布

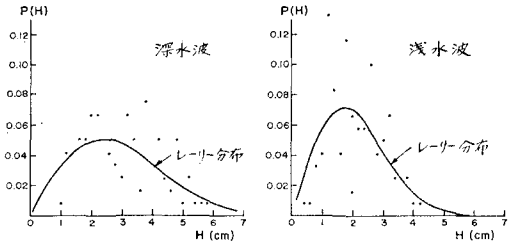


図-10 波高分布 (遮蔽なし)

(3) 実験波周期の分析

以上, 述べたように風速は小さいから波の周期が 1 ~ 2 sec ぐらいでその分布を研究することがむずかしい。Bretschneider の分布と比較すれば図-11 になる。

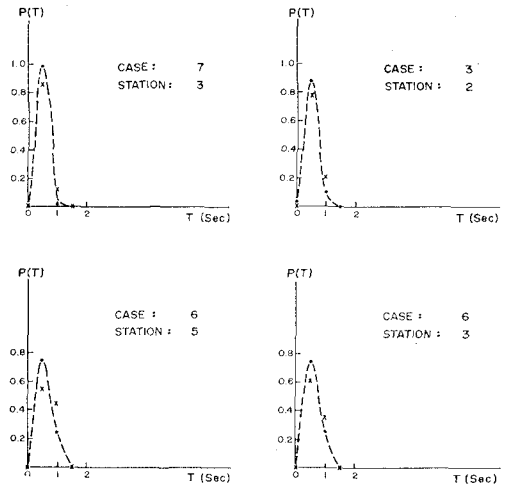


図-11 周期分布

(4) 実験波のスペクトル

実験波記録の自己相関係数を計算し, スペクトルを求めれば図-12, 13, 14のごとくである。反射のためにエネルギーの増大はもちろんであるが, ピークが反射波の伝播によって低周波側へ移行することがみられる。水深が浅くなると高周波側の減衰が著しい。

(5) 各種代表波高とスペクトルとの関係およびその相互関係

図-15のごとく実験波の代表波高とエネルギーとの関係はよく Longuet-Higgins の関係に合致している。また, いろいろ代表波高の相互関係がほとんど次の関係にあってはいることは図-16のごとくである。

$$H_{1/10} = 1.270 H_{1/3}, H_{rms} = 1.129 H_{ave}$$

$$H_{1/3} = 1.598 H_{ave}, H_{1/10} = 2.032 H_{ave} \dots (25)$$

式 (25) は波高がレーリー分布しているという前提からみちびいた関係式で, これらに合っていれば逆に実験波高がレーリーの分布になっているということも証明される。

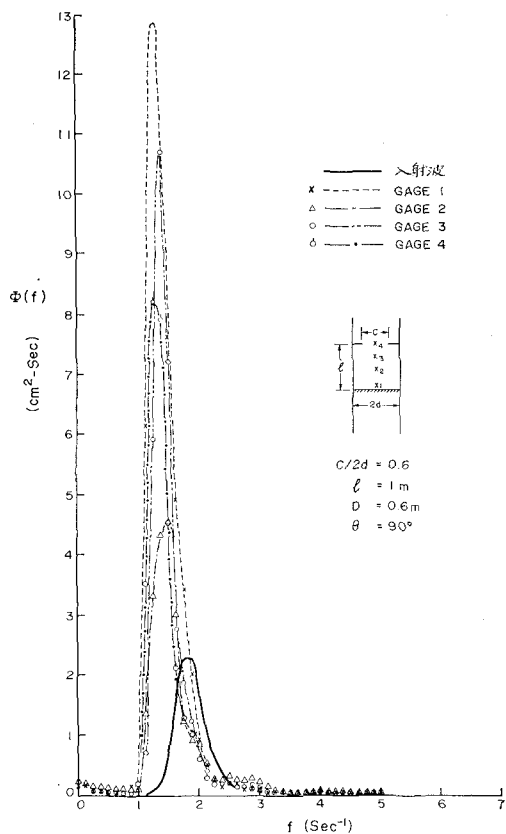


図-12 港内波スペクトル (1)

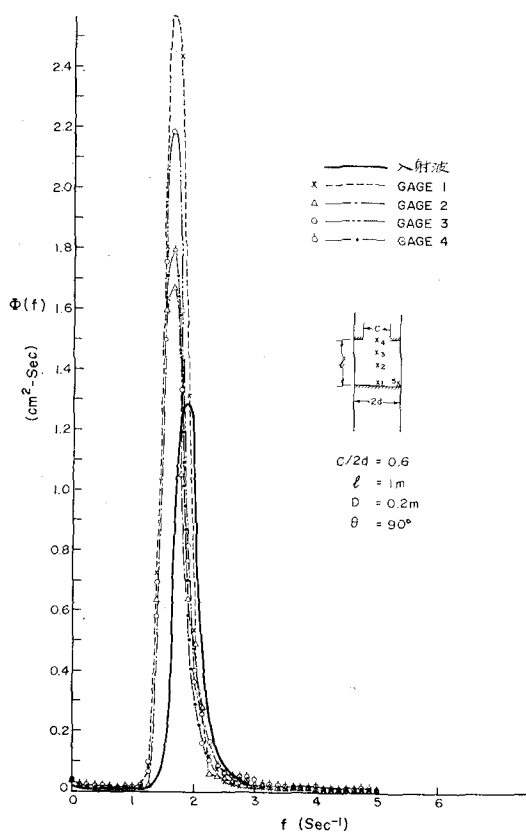


図-13 港内波スペクトル (2)

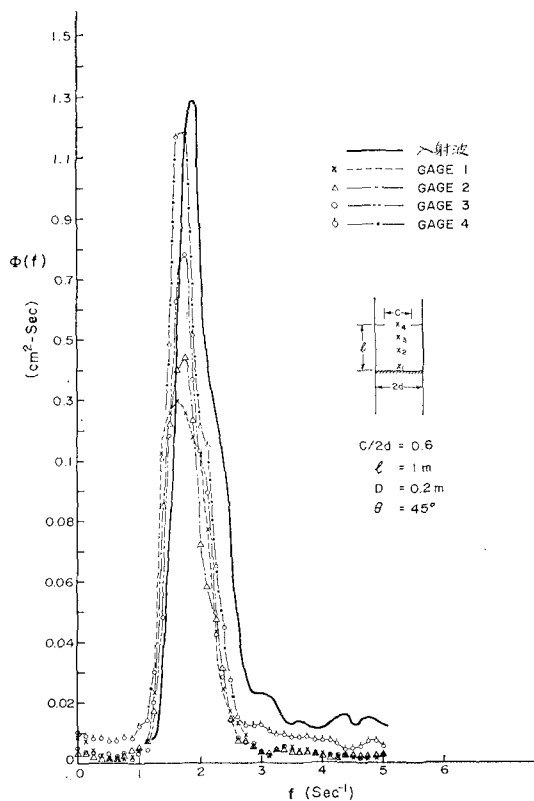


図-14 港内波スペクトル (3)

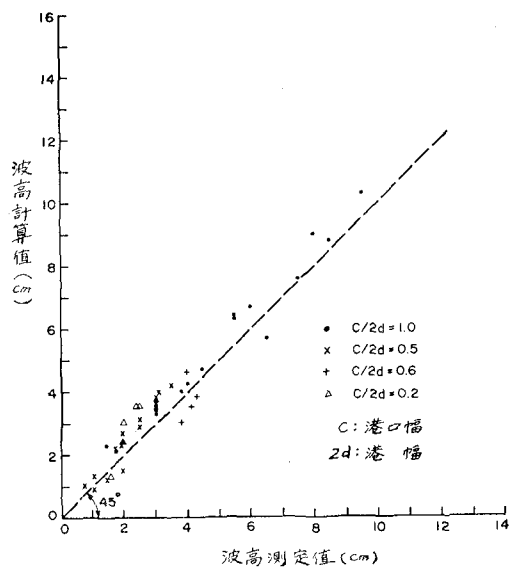
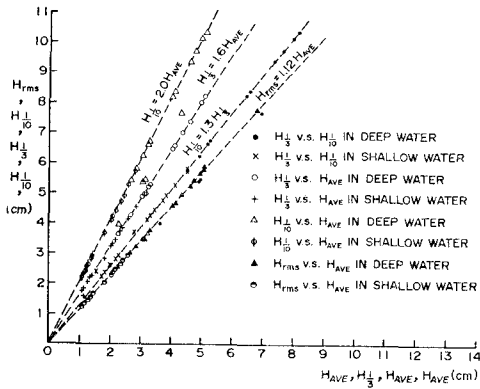


図-15 各種代表波高の理論値と実測値との比較



図—16 各種代表波高の相互関係

4. む す び

(1) 以上の港内波計算法は長波理論に基づいている

から多少誤差が生ずる。誤差を理論的に評価して計算法を修正する必要がある。

(2) 実験資料によれば港内波の統計的性質は一般の波と変わらない。したがって港内波のスペクトルがもし計算できれば、その性質が完全にわかる。

(3) 入射波のスペクトルが既知の場合、いかに港内波のスペクトルを計算するかということは今後の研究の中心である。

参 考 文 献

- 1) Lee, J. J. (李錦珍): "Wave Induced Oscillation in Harbors of Arbitrary Geometry", J. Fluid Mech., Vol. 45, 1971.
- 2) Loomis, H. G.: "A Package Program for Time-Stepping Long Waves into Coastal Regions with Application to Haleiwa Harbor", Hawaii Institute of Geophysics, 1972.
- 3) 劉根森: "港内波浪性質研究", 成功大学碩士學位論文, 1973.