

任意のスペクトル形を有する現地波浪の シミュレーション法に関する研究

岩 垣 雄 一*・木 村 晃**

1. 緒 言

ここ 10 年ほどの間に、構造物の耐震設計には、従来の震度法といった静的な概念から、より現実に即して構造物の地震による過渡応答も考慮した動的な設計概念がとり入れられるようになってきたといわれる。一方、海岸工学上の諸問題は、従来そのほとんどが、規則波を対象として研究が進められ、これらの結果と現地波浪の統計的な代表波である有義波等を対応させ、構造物を設計してきたわけである。これは前述した耐震設計の静的な概念による設計法に対応するものともいえる。

ここで考えなければならないのは、有義波など統計的代表波を決定する際の基礎となる現地不規則波浪の測定記録は非常に限られており、有効統計期間も十分であるとはいえない¹⁾ ことである。またその測定記録も地域的に偏しているのが現状であろう。したがって、構造物設計時に採用した統計的代表波浪が、その地域特性も考慮したうえでどの程度意義をもつものであるかという点に対する検定は非常に困難である。こうした現状を考えると、従来の概念に基づく静的な設計法から一歩進めて、不規則波浪の来襲時における海岸・海洋構造物の動的挙動、あるいは地形・構造物により変形した波の特性をも考慮した設計計算法を確立することは非常に困難が伴うものと考えられる。しかし、一方では海岸・海洋構造物に対しても、こうした動的な設計計算法をとり入れるべき時期がきているとする考え方²⁾ もある。この考え方を現実のものとするにはまだかなりの未解決の問題が残されているが、その問題解決の一つの方法として、実験室内において現地波浪と同じ特性をもつ不規則波浪を発生させ、その波浪が来襲した場合の構造物の動特性、あるいは波の変形特性を実験的に究明しようとする試みが行なわれるようになってきた。

わが国においては、最近になり各地で不規則波発生機が製作され、海岸工学の研究に用いられるようになってきたが、今後この発生機による研究がますます増加してゆくものと思われる。こうした現状に対応して、現地波浪と同じ特性をもつ不規則波浪を実験室内において発生

させるためのシミュレーション法を確立することが当面の急務であると考えられる。

これまで種々の方式による不規則波浪のシミュレーションが試みられてきたが、その一方法である不規則波発生機³⁾ による現地波浪のシミュレーション法には、大別して次の 2 通りの方法がある。

(1) アナログ方式

ランダムノイズ発生器により発生させた電気信号を、バンドパスフィルターを通過させることにより所要の周波数帯の不規則信号を得て、この信号により造波板を駆動させようとするものである。期待スペクトルのシミュレーションに際しては、中心周波数の異なる何本かのバンドパスフィルターを組み合わせ、それぞれのフィルターの出力ゲインを調整して用いる方式である。この方式に関しては、Pierson-Moskowitz スペクトルなどをシミュレートした著者ら⁴⁾ の研究がある。

(2) デジタル方式

この方式は、主としてデジタル計算機を用いて行なう方法であり、デジタル化したホワイトノイズもしくは計算機の基本外部関数を用いて発生させた乱数列に対し、数値フィルターを用い荷重移動平均操作を行なって不規則波形を求め、さらに D-A 変換して得られた信号により造波板を駆動させようとするものである。この方法に関しては、日野の研究結果⁵⁾ に基づいて Neuman スペクトルのシミュレートを試みた富永・橋本の研究⁶⁾ がある。

デジタル方式における問題点は、(2) で述べた期待スペクトルをシミュレートすることのできる数値フィルターもしくは応答関数をいかにして算定するかという点にある。日野は、スペクトルの因数分解法を用いて、ホワイトノイズより Neuman スペクトルをシミュレートするための応答関数がある近似のもとに解析的に表現した。しかし、この方法による応答関数の算定は非常に複雑な計算が必要であること、またシミュレートすべきスペクトル形は関数表示する必要があることなどの問題点がある。その他、桜井・山下⁷⁾ ならびに著者ら⁸⁾ は、Borgman⁹⁾ の示した方法をもとにして、ホワイトノイズから任意に設定したスペクトル形を有する不規則波浪をシミュレートする数値フィルターを計算して、この方

*正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

**正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学教室

法が良好な結果を与えることを示したが、この数値フィルタは厳密な意味では応答関数と呼ぶことはできず、一種の便宜的方法であると考えられる。また同じくデジタル方式によるシミュレーション法として、Borgman⁹⁾とか合田¹⁰⁾による合成波法がある。この方法は非常に簡単な方法であるが、不規則波形がある時間間隔で繰返すという欠点をもつ。

本研究は、やはりデジタル方式によるシミュレーションを目的としたものであるが、特に設定したスペクトル形が関数表示される必要がなく、ホワイトノイズから任意の形のスペクトルをもつ不規則波をシミュレートできるような応答関数を決定する方法を示したものである。

2. 応答関数

期待スペクトルをシミュレートすべき最適応答関数を決定する問題は、図-1に示すような、ある入力 $x(t)$ に対して所要の出力 $y(t)$ を与える最適回路を設計する問題に帰着することができる。いま図-1で G と示した線型回路より成る1つの系の正の向きのインパルス応答関数を $h(\tau)$ とすれば、入出力の間には次式で示す関係がある。

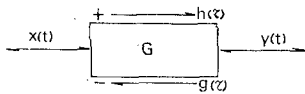


図-1 線形回路

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) x(t-\tau) d\tau \quad (1)$$

また、図-1の系の負の向きのインパルス応答関数を $g(\tau)$ とすれば、系 G に逆向きの入力 $y(t)$ があった場合、その出力 $x(t)$ との間には式(1)と同様に次式が成立する。

$$x(t) = \int_0^{\infty} g(\tau) y(t-\tau) d\tau \quad (2)$$

式(1)および式(2)を計算の都合上デジタル化すると、

$$y_t = \sum_{\tau=0}^{\infty} h_{\tau} x_{t-\tau} \quad (3)$$

$$x_t = \sum_{\tau=0}^{\infty} g_{\tau} y_{t-\tau} \quad (4)$$

となる。ここに x_t , y_t , h_{τ} , g_{τ} , $x_{t-\tau}$, $y_{t-\tau}$ はそれぞれ $x(t)$, $y(t)$, $h(\tau)$, $g(\tau)$, $x(t-\tau)$, $y(t-\tau)$ を $d\tau$ 間隔でデジタル化した値である。いま式(4)を式(3)に代入すると、

$$\begin{aligned} y_t &= \sum_{\tau=0}^{\infty} h_{\tau} \sum_{n=0}^{\infty} g_n y_{t-\tau-n} = \sum_{\tau=0}^{\infty} h_{\tau} \sum_{n=-\infty}^{t-\tau} g_{t-\tau-n} y_n \\ &= \sum_{n=-\infty}^t y_n \sum_{\tau=0}^{t-n} g_{t-n-\tau} h_{\tau} \quad (5) \end{aligned}$$

式(5)において両辺が恒等的に等しくなるためには、

$$\sum_{\tau=0}^t g_{t-\tau} h_{\tau} = \delta_t \quad (t=0, 1, 2, \dots, \infty) \quad (6)$$

であればよい。ただし式(6)の右辺の δ_t は

$$\delta_t = 1 \quad (t=0), \quad \delta_t = 0 \quad (t \neq 0) \quad (7)$$

である。式(6)から図-1に示した系 G の正および負の向きのインパルス応答関数相互の関係が明らかになった。したがって、いずれか一方を明らかにすることができれば、自動的に他方も決定できることがわかる。

いま、不規則入力として、次式で示す特性をもつホワイトノイズを用いる。

$$E[x_t] = 0, \quad E[x_t x_{t-\tau}] = \delta_{\tau} \quad (8)$$

ここで $E[\quad]$ は時間に関する平均操作を行なうことを示す。

いま仮りに、式(3)の h_{τ} が明らかになったものとして計算を進めると、式(6)より g_{τ} を計算することができる。ここで、式(5)を導いたと同様の手法に従い、不規則入力 x_t を式(3)に代入して y_t を計算する。この y_t をさらに式(4)に代入して得た値を x'_t とする。本来ならば、この x_t と x'_t は等しくなるはずのものであるが、現実の計算に際して、(3), (4), (6)の各式の和の上限は無限に大きな値をとることは不可能である。したがってここでは十分大きな数 N をもってその上限とする。しかし十分大きいとはいえ有限な値 N をもって和の上限としたことにより、両者は等しくならず、微小であっても必ず誤差が生じていると考えられる。したがって、ここでは $(x_t - x'_t)$ の2乗平均を最小にすることを考え、これを満たすような h_{τ} , g_{τ} を求めることにする。いま $(x_t - x'_t)$ の2乗平均を D^2 とすると、

$$D^2 = E[(x_t - x'_t)^2] = E[x_t^2] - 2E[x_t x'_t] + E[x_t'^2] \quad (9)$$

式(9)は式(3)、式(4)ならびに式(8)を用いて次のように展開することができる。

$$\begin{aligned} D^2 &= 1 - 2 \sum_{\tau=0}^N g_{\tau} E[x_t y_{t-\tau}] + \sum_{\tau=0}^N \sum_{n=0}^N g_{\tau} g_n r_{\tau-n} \\ &= 1 - 2h_0 g_0 + \sum_{\tau=0}^N \sum_{n=0}^N g_{\tau} g_n r_{\tau-n} \quad (10) \end{aligned}$$

ここに r は出力 y_t の自己相関関数であり、ここではすでに明らかになっているものとする。いま式(10)の D^2 を最小にする g_i ($i=0, 1, 2, \dots, N$) を求めるため g_i に関して微分し、0とおけば

$$\sum_{\tau=0}^N g_{\tau} r_{\tau-n} = h_0 \delta_n \quad (n=0, 1, 2, \dots, N) \quad (11)$$

となる。また、自己相関関数が偶関数であることを利用して式(11)を展開し、行列表示すると、

$$\begin{pmatrix} r_0 & r_1 & r_2 & \cdots & r_N \\ r_1 & r_0 & r_1 & \cdots & r_{N-1} \\ r_2 & r_1 & r_0 & \cdots & r_{N-2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_N & r_{N-1} & r_{N-2} & \cdots & r_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \cdots \cdots (12)$$

式 (12) において未知数 h_0 が明らかであれば、 $g_i (i=0, 1, 2, \cdots N)$ は一意的に解き得る。ここでは次式に示すように式 (12) の次数を 1 つ下げ $g_i (i=1, 2, \cdots N)$ の g_0 に対する相対的な値を求める。

$$\begin{pmatrix} r_0 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{N-1} \\ r_1 & r_0 & r_1 & \cdots & r_{N-2} \\ r_2 & r_1 & r_0 & \cdots & r_{N-3} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{N-1} & r_{N-2} & r_{N-3} & \cdots & r_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_1/g_0 \\ g_2/g_0 \\ g_3/g_0 \\ \vdots \\ g_N/g_0 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ \vdots \\ r_N \end{pmatrix} \cdots (13)$$

いま式 (13) の解を $g'_i (i=1, 2, \cdots N)$ とする。ここで式 (11) の $n=0$ の場合を示すと、

$$g_0 r_0 + g_1 r_1 + g_2 r_2 + \cdots + g_N r_N = h_0 \cdots \cdots (14)$$

となり、したがって g_0 で割って次のように変形できる。

$$r_0 + g'_1 r_1 + g'_2 r_2 + \cdots + g'_N r_N = h_0/g_0 \cdots \cdots (15)$$

式 (15) の左辺は式 (13) の結果をもとにして決定できるのでこの値を q とすれば、 g_n の一般項は次式で示すことができる。

$$g_n = \frac{h_0}{q} g'_n \cdots \cdots (16)$$

式 (16) で得た g_n を式 (10) に代入し、式 (11) を考慮して計算すると、結局 2 乗平均誤差 D^2 は

$$D^2 = 1 - \frac{h_0^2}{q} \cdots \cdots (17)$$

で与えられる。 q が正の値であれば $h_0^2=q$ の時 D^2 は最小値 0 を取る。最終的に式 (4) における応答関数は

$$g_0 = \frac{1}{\sqrt{q}}, g'_n = \frac{g'_n}{\sqrt{q}} (n=1, 2, \cdots N) \cdots \cdots (18)$$

として与えられる。また、これらの値を式 (6) に代入することにより、 $h_n (n=0, 1, 2, \cdots N)$ を決定することができる。もし、式 (17) において $q \leq 0$ であれば、 D^2 を最小にする h_0 は 0 であり、式 (16) に $h_0=0$ を代入すれば、

$$g_0 = g_1 = g_2 = \cdots = g_N = 0 \cdots \cdots (19)$$

の解を得ることになり、現実的に無意味である。

3. 解析結果

一般に不規則波浪のスペクトル形は次式で与えられる場合が多い。

$$S(f) = c_1 f^{-m} \exp(c_2 f^{-n}) \cdots \cdots (20)$$

ここで c_1, c_2, m および n は波の状態により決まる定数である。一般性をもたせるため、スペクトルのピーク周波数 f_p ならびにピーク周波数に対応するスペクトル

値 $S(f_p)$ を用いて式 (20) を正規化すると、

$$S(f) = S(f_p) (f/f_p)^{-m} \cdot \exp \left\{ \frac{m}{n} [1 - (f/f_p)^{-n}] \right\} \cdots \cdots (21)$$

となる。いま一例として $m=5, n=4$ の場合に対応する Pierson-Moskowitz スペクトルを選んでみる。ここでは、式 (21) における $S(f_p)$ は 1.0 とし、ピーク周波数 f_p として 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 Hz の 5 つを選び、以下の手順にしたがって応答関数の計算を行なった。まず Wiener-Khintchine の関係によりおのの f_p に対応する自己相関関数を求め、(13), (15), (18) の各式を用いて、最終的にホワイトノイズより、期待スペクトルをシミュレートできる応答関数 h_r を求めた。この結果を各 f_p ごとに示したものが図-2 である。このようにして得たホワイトノイズより期待スペクトルをシミュレートできる応答関数は期待スペクトルとの間に次式で示す関係を満足しなければならない。

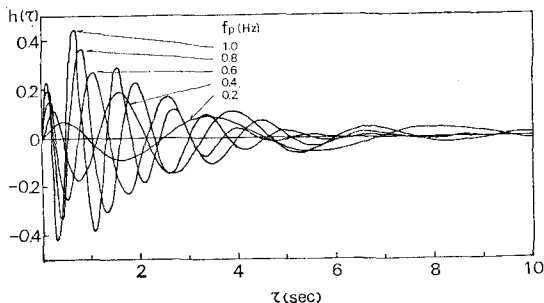


図-2 ホワイトノイズより Pierson-Moskowitz のスペクトル形をもつ不規則波浪をシミュレートするための応答関数

$$S_y(f) = \sum_{m=0}^N h_m e^{-i2\pi f m} \sum_{n=0}^N h_n e^{i2\pi f n} \cdots \cdots (22)$$

図-3 の○印は上式にしたがって図-2 の $f_p=0.6$ Hz のときの応答関数をフーリエ変換し、その絶対値の 2 乗をプロットしたものであり、図中の実線は式 (21) において $S(f_p)=1.0, f_p=0.6, m=5, n=4$ として計算した Pierson-Moskowitz のスペクトル形である。図より明らかなように、両者はきわめてよく一致しており、式 (22) の関係が十分満足されていることがわかる。

本研究においては、不規則波形のシミュレーションを行なうにあたっては、一貫して計算機による処理を行なう必要上、入力としてホワイトノイズとほぼ同じ特性をもつ乱数を用いた。図-4 は入力として用いた混合型合同方式による一様乱数の一部を示したものである。また図-5 は、図-2 に $f_p=0.6$ Hz として示した応答関数を、式 (3) に従って図-4 に示す一様乱数に作用させて得た不規則波形の一部であり、この不規則波形をデータ数 4096, 自由度 78 で Taira¹¹⁾ の方法を用いてスペクトル解析した結果が図-6 の○印である。図には同時

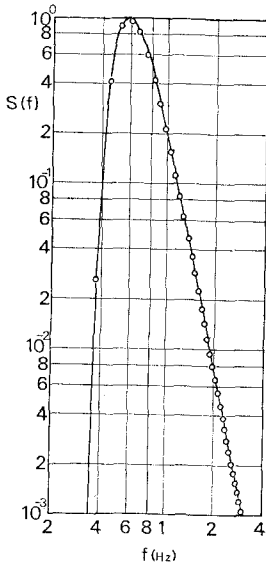


図-3 図-2 に示す応答関数から求めた Pierson-Moskowitz スペクトルの一例 ($f_p=0.6$ Hz の場合)

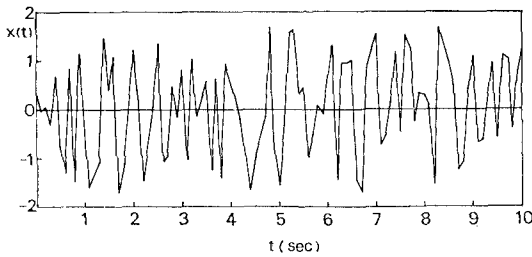


図-4 一様乱数

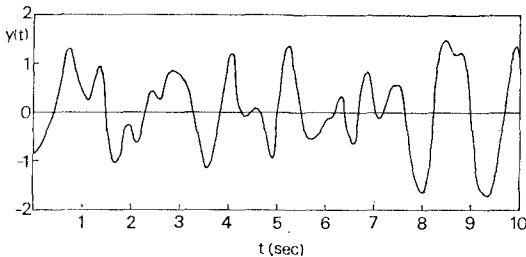


図-5 一様乱数からシミュレートした Pierson-Moskowitz のスペクトルをもつ不規則波形の一例 ($f_p=0.6$ Hz の場合)

に Pierson-Moskowitz のスペクトル形を実線で示した。多少のばらつきはあるが、両者はほぼ一致しており、良好な結果が得られたものと考えられる。このばらつきの原因の一つとしては、一様乱数のスペクトル密度が理想的なホワイトノイズのように、各周波数ごとに完全に等しいとはいえず、多少の凹凸をもつためと考えられる。

現地の不規則波浪はいつでも Pierson-Moskowitz ス

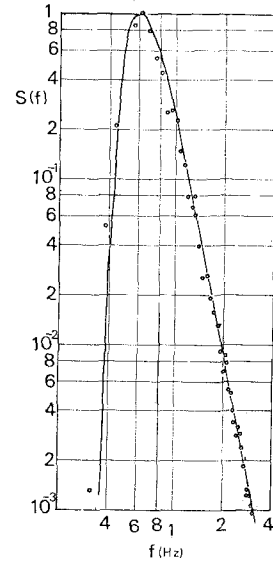
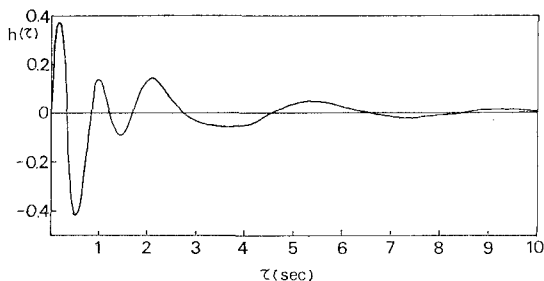


図-6 図-5 に示す一様乱数からシミュレートした不規則波のスペクトルと Pierson-Moskowitz のスペクトルとの比較 ($f_p=0.6$ Hz の場合)

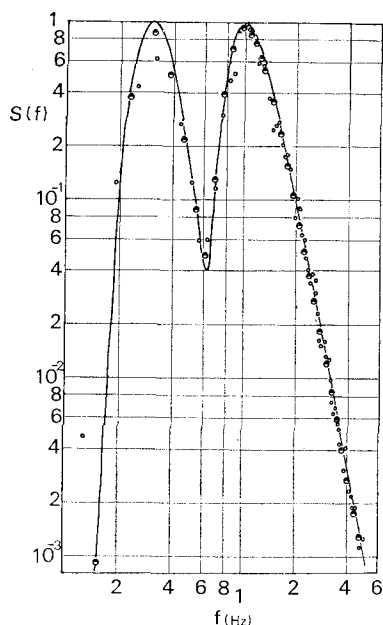
ペクトルで表わされる波であるとは限らない。たとえば、うねりのような高周波域における過減勾配の急なものや、うねりと風波がかさなりあった双峰型のスペクトル形をもつものも観測される。一般に数多くの独立したスペクトルピークをもつ不規則波浪のスペクトル形は次式で近似することができる。

$$S(f) = \sum_{i=1}^P a_i (f/f_p)^{-m_i} \cdot \exp\left\{\frac{m_i}{n_i} [1 - (f/f_p)^{-n_i}]\right\} \dots\dots\dots (24)$$

うねりは $P=1$ で m_1 が十分大きな場合であり、双峰型のピークをもつ場合は $P=2$ とし、 m_i , n_i を適当に決定すればよい。また、2つ以上のピークをもつスペクトルの場合には式(24)の a_i を適当に調整してピーク値を決めればよい。実際に2つ以上の独立したピークをもつ不規則波浪をシミュレートする場合には、それぞれのピークをもった独立したスペクトルとして分離したあと、それぞれについて応答関数を決定し、その和をもって全体のスペクトル形をシミュレートすべき応答関数としてもよいが、ここでは一例として双峰型の $P=2$, $f_{p1}=0.3$ Hz, $f_{p2}=1.0$ Hz, $m_1=10$, $m_2=5$, $n_1=2$, $n_2=4$, $a_1=a_2=1.0$ の場合を想定し、これらを式(24)に代入して期待スペクトルを決定し、それに対して計算してみることにしよう。図-7 はその応答関数を示したものである。この応答関数を一様乱数に対して作用させて不規則波形を求め、それをデータ数 4 096, 自由度 78 で Taira の方法によりスペクトル解析して得た結果を図-8 の○印で示した。また図には図-7 で示した応答関数



図—7 ホワイトノイズより双峰型のスペクトル形をもつ不規則波浪をシミュレートするための応答関数



図—8 双峰型スペクトル(一樣乱数からシミュレートした不規則波浪のスペクトルと期待スペクトルとの比較)

をフーリエ変換し、各周波数に対応する絶対値の2乗を●で示すとともに、期待スペクトルのスペクトル形もあわせて実線で示した。図より、第1ピークの値が期待スペクトルの分布曲線より多少小さくなっている点を除いて3者がほぼ一致しており、良好な結果が得られた。なお本節における計算に際しては、 N として127を選らび、自己相関関数 $r_n(n=0, 1, 2, \dots, N)$ の時間間隔はすべてのケースに対して0.1 secと一定にして計算を進めたが、実際の計算にあたっては、自己相関関数の値が r_0 よりほぼ0に収れんする点までの値を100~150個のデータに再分割して用いると良好な結果が得られるようである。

4. 不規則波発生機の造波特性

今回の研究においては、実際に不規則波発生機を用い

て期待スペクトルのシミュレーションを行なうまでに至らなかったが、実験にあたっては不規則波発生機の造波特性を考慮しておく必要がある。著者ら⁴⁾による実験的研究によれば、不規則波発生機の造波特性も規則波発生機によるものと同様に、ほぼ Biesel-Suquet の造波特性に関する理論が適用できることが明らかになっている。したがって、実験水深を決定したのち、Biesel-Suquet の理論により各周波数に対応する振幅と造波板の変位の比を計算し、その逆数を求めて造波特性に関する周波数応答関数を決定しておく。いま、この周波数応答関数を $F(f)$ とすれば、

$$S^*(f) = S(f) \cdot [F(f)]^2 \dots \dots \dots (25)$$

のようにして得た $S^*(f)$ を新たな期待スペクトルとしてシミュレーションを行えば、水槽中に発生させた不規則波浪のスペクトルは本来の期待スペクトルである $S(f)$ に等しくなるはずである。

5. 結 言

この研究はデジタル方式による現地不規則波浪のシミュレーションを旨としたものであり、その際問題となるホワイトノイズに作用させて期待スペクトルをシミュレートさせる応答関数を決定する方法について述べたものである。

ここでは、数値シミュレーションに際して設定する期待スペクトルとして、便宜上関数表示されたものを用いたが、必ずしもその必要はなく、パワースペクトルと自己相関関数がフーリエ変換を通して対になっていることを考えると、いずれか一方のデジタルな値があれば、応答関数を計算することができる。また、この方法によれば、通常、図—1 に示すような系の応答関数を決定するための必要かつ十分な条件である Wiener-Hopf の積分方程式をたとえば Wiener の方法等により一般的に解く必要はなく、自己相関関数を係数とする多元連立方程式を解くだけで最適応答関数を決定することができ、計算は非常に簡単である。以上2点がこの研究のもたらした成果であり、また、図—6, 8 より明らかなように、その結果も非常に良好であることがわかった。

さらに、今後シミュレートした不規則波浪の確率特性などについて現地波浪との対応を詳細に検討し、こうしたシミュレーションを真に効果のあるものとする努力をつづけてゆく必要があると考える。

なお、この研究は文部省科学研究費総合研究による研究の一部であることを付記して感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) 合田良実: 波浪統計に関する二、三の考察, 港湾技術資料, No. 39, pp.237-255, 1967.
- 2) 山下敦一・鈴木正宏: 海洋油田開発における固定

- 式プラットフォームの計画, 設計および建設作業の問題点と手順, 第4回海洋開発シンポジウム講演集, pp.36-41, 1973.
- 3) 岩垣雄一・村上仁士・酒井哲郎・木村 晃: 電気油圧式不規則波発生機について, 第17回海岸工学講演会論文集, pp.409-419, 1970.
- 4) 岩垣雄一・木村 晃: 造波機による現地不規則波浪のシミュレーションに関する研究, 第19回海岸工学講演会論文集, pp.131-135, 1972.
- 5) 日野幹雄: 波浪の予測フィルター・変換フィルター, 第14回海岸工学講演会講演集, pp.21-28, 1967.
- 6) 富永正照・橋本 宏: 造波機による不規則波の発生, 第17回海岸工学講演会論文集, pp.415-419, 1970.
- 7) 桜井春輔・山下正章: 海洋構造物の応答解析に用いる入力波浪のシミュレーション, 土木学会関西支部年次学術講演会講演概要, 1973.
- 8) 岩垣雄一・木村 晃・植田浩吉: 不規則波浪の数値シミュレーションに関する一考察, 土木学会関西支部年次学術講演会講演概要, 1973.
- 9) Borgman, L.E.: Ocean wave simulation for engineering design, Proc. ASCE, Vol.95, No. WW4, 1969.
- 10) Goda, Y.: Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, Rep. of the Port and Harbour Research Institute, Vol.9, No.3, 1970.
- 11) Taira, K.: Wave particle velocities measured with a doppler current meter, Jour. Oceanog. Soc. Japan, Vol.27, 1971.
-